

Жакетов Д. Д., Яцков В.Б.

Прогиб плоской балочной фермы с треугольной решеткой

НИУ МЭИ, Москва

В расчетах многоэлементных систем неизбежно возникает «проклятие размерности», проявляющее себя с ростом числа элементов либо в катастрофическом накоплении погрешностей при численном счете, либо в нереально большом времени счета в системах символьной математики, где, как известно, погрешности не бывает. Единственная известная альтернатива – метод индукции получения аналитического результата (формулы), там, где это, конечно, возможно. Примером являются простые стержневые статически определимые фермы. Рассмотрим один из наиболее распространенных видов ферм – балочную ферму с треугольной решеткой и параллельными поясами (рис. 1). В [1] описан простой алгоритм вычисления усилий в ферме, реализуемый, например, в системе компьютерной математики Maple [2-5]. Алгоритм сводится к вычислению направляющих косинусов усилий в стержнях по заданной топологии конструкции, определяемой координатами узлов (шарниров) и порядком их соединения. Прогиб определяем по формуле Максвелла-Мора $\Delta = P \sum_{i=1}^m \frac{S_i^2 l_i}{EF}$, EF – жесткость стержней, S_i – усилия в стержнях от действия единичной нагрузки в центральном узле ($P=1$), l_i – длины стержней, $m=8n-1$ – число стержней, не включая три опорные. Последовательный расчет фермы при различном числе панелей $n=1, 2, 3, \dots$ в половине пролета позволяет выявить закономерность образования коэффициентов в формуле прогиба.

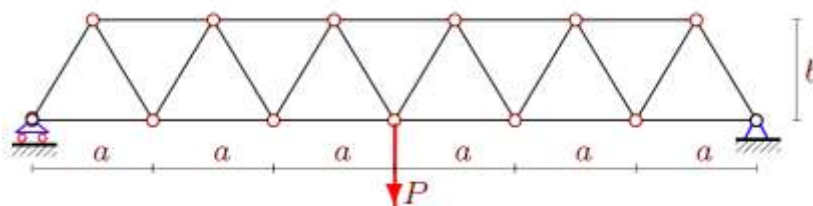


Рис. 1. $n=3$.

Так, коэффициенты при a^3 образуют последовательность 3, 22, 73, 172, 335, 578, 917, 1368... . Общий член этой последовательности можно найти, используя операторы `rgf_findrecur` и `rsolve` Maple из пакета `genfunc`. Особенность оператора `rgf_findrecur` состоит в том, что для его работы требуется четное число членов последовательности. В данном случае закономерность была обнаружена по восьми членам. В результате получаем формулу для прогиба

$$\Delta EF = P(A_n a^3 + n l^3) / b^3, \quad (1)$$

где EF – жесткость стержней (принята одинаковой), $A_n = n(1 + 8n^2) / 3$, $l = \sqrt{(a/2)^2 + b^2}$. Вычисления по формуле (1) при заданной длине фермы $L = an$ показывают, что эта зависимость прогиба от числа панелей имеет минимум. Аналогичный результат получен в [6].

...

1. Кирсанов М. Н. Решебник. Теоретическая механика / Под ред. А. И. Кириллова. - М.: Физматлит. 2008 г. - 384 с.
2. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. №4. С. 9-12.
3. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. №6 (24). С. 28-34.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. №1. С. 49-53
5. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. №3. С. 48-51.
6. Кужелев П. А. Оптимизация прогиба плоской балочной фермы // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции 31 мая 2014 г.: в 11 частях. Часть 11. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. с. 109-110.