

Формула для зависимости прогиба фермы с несимметричной решеткой от числа панелей

Воропай Руслан Александрович

НИУ «МЭИ»

Студент

Доманов Евгений Викторович

НИУ «МЭИ»

Студент

Аннотация

Балочная статически определимая ферма с раскосной решеткой загружается силой в середине пролета. Для решения задачи применяется система компьютерной математики Maple и метод индукции. Усилия в стержнях находятся в символьной форме методом вырезания узлов. Перемещение находится по формуле Максвелла - Мора в предположении, что все стержни имеют одинаковую жесткость. Коэффициенты формулы находятся из решения рекуррентных уравнений, полученных из анализа решений последовательности ферм с разным числом панелей в системе Maple.

Ключевые слова: ферма, решетка, формула Максвелла - Мора, прогиб, индукция, Maple

The formula for the dependence of the deflection of a truss with an asymmetric lattice on the number of panels

Voropay Ruslan Alexandrovich

NRU «MPEI»

Student

Domanov Evgenii Viktorovich

NRU «MPEI»

Student

Abstract

A beam statically determinate truss with a diagonal grid is loaded with force in the middle of the span. To solve the problem, the Maple computer mathematics system and the induction method are applied. Efforts in the rods are in the symbolic form by cutting out the knots. Moving is according to the Maxwell-Mora formula under the assumption that all rods have the same rigidity. The coefficients of the formula are found from the solution of the recurrence equations obtained from analysis of solutions of a sequence of trusses with different number of panels on the Maple system.

Keywords: truss, lattice, Maxwell's - Mohr formula, deflection, induction, Maple

Commonly accepted and common in practice schemes of lattice trusses are usually symmetrical with respect to the middle of the span. For such trusses in [1-7] by induction method using the computer mathematics system, simple analytical dependences of the deflection on the number of panels were found. The same methods were also used to solve problems on the deflection of trusses of a special type: arched [8-12], lattice [13-24] and spatial [25-28].

Consider a flat asymmetric truss with three supports (Figure 1). A truss with n panels consists of $m_0 = 4n + 8$ rods, including three support rods (one rod in a movable support and two in a stationary support), the number of hinges is $2n + 4$. In the truss $n + 1$ diagonals of length $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ and the same number of brace in length $d = \sqrt{4a^2 + h^2}$ with a reverse slope. Two lateral braces have a length $d / 2$.

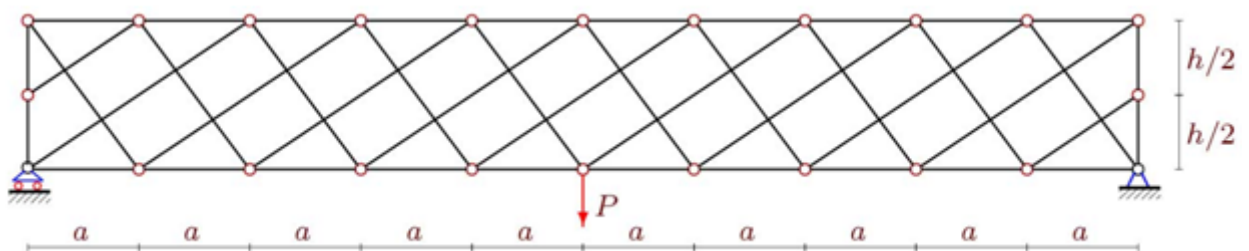


Figure 1 — Truss, $n=10$

The solution begins with the calculation of the forces in the rods of the truss. The algorithm [29] is used to compile a system of equilibrium equations for the nodes of the whole truss as a whole. In the program, the coordinates of the belt nodes are entered in the cycle (from left to right, the bottom belt, then the top one). As an example, let's give a fragment of the program for entering coordinates in the language of the Maple system

```
> for i to n+1 do
> x[i]:=a*(i-1): y[i]:=0:
> x[i+n+2]:=a*(i-1):y[i+n+2]:=h:
> x[n+2]:=0: y[n+2]:=h/2:
> end:
>x[4+2*n]:=a*n: y[4+2*n]:=h/2:
```

The order of the joints of the rods and hinges is analogous to the input of the structure of the graph in discrete mathematics and is described in analogous problems [1-4]. Elements of the matrix of the system of equations of equilibrium (directing cosines of forces) are calculated from the coordinates of the nodes and the structure. To calculate the deflection, the Maxwell-Mohr's formula is used in the form:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m_0-3} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

The following notations are introduced: $S_i^{(P)}$ — the forces in the rods from the given load, l_i — the length of the rods, $S_i^{(1)}$ — the forces from the unit force applied to the middle of the lower belt, EF — the stiffness of the rods. The calculation of a number of trusses loaded with concentrated force (Figure 1) gives a formula for the deflection of the same kind (regularity property of the system)

$$\Delta = P(a^3 A_n + h^3 H_n + c^3 C_n + d^3 D_n) / (4h^2 EF). \quad (1)$$

It was observed that for trusses with a number of panels of multiples of three, the determinant of the system of equations becomes zero. Therefore, in order to avoid these cases, a function is introduced that takes on all positive integers $k = (6v - 3 - (-1)^v) / 4$, $v = 1, 2, 3, \dots$.

For trusses with a central node in the lower belt, $n = 2k$ is assumed. To obtain the general term of a^3 , it was necessary to analyze the sequence of coefficients of 14 deflections. The sequence of coefficients is as follows: 12, 30, 126, 216, 528, 762, 1434, 1884, 3060, 3798, 5622, 6720, 9336, 10866. To find the common term of this sequence the `rgf_findrecur` operator of the `genfunc` package of the Maple system are used. For the terms of the sequence, we obtain the linear homogeneous recurrence equation of the seventh order:

$$A_v = A_{v-1} + 3A_{v-2} - 3A_{v-3} - 3A_{v-4} + 3A_{v-5} + A_{v-6} - A_{v-7}.$$

Similarly, for the coefficients c^3, d^3 a, the following equations are obtained

$$C_v = C_{v-1} + C_{v-2} - C_{v-3}$$

$$D_v = D_{v-1} + D_{v-2} - D_{v-3}$$

The coefficient at h^3 turns out to be constant

$$H_v = 5. \quad (2)$$

Solving recursive equations with the `rsolve` operator, we get

$$A_v = (18v^3 + v^2(-27 + 9(-1)^{v+1} + v(75 + 9(-1)^v) - 33 + 15(-1)^{v+1}) / 4, \quad (3)$$

$$C_v = (5(-1)^{v+1} - 3 + 6v) / 2, D_v = (6v - 3 + (-1)^v) / 2. \quad (4)$$

Thus, the general formula (1) with coefficients (2-4) for bending a truss with an arbitrary number of panels is obtained. The formula can be used to evaluate the accuracy of numerical solutions and to select the optimal truss size. A survey of analytical solutions of problems on the deflection of flat (arched) trusses is given in [12].

References

1. Кирсанов М.Н., Хроматов В.Е. Моделирование деформаций плоской фермы треугольного очертания// Строительная механика и расчет сооружений. 2017. 6(275).С. 24-28.
2. Кирсанов М.Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте

- моделируемого фермой / М. Н. Кирсанов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2017. Т. 9. № 3. С. 560–569. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-560-569
3. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы // Строительство и реконструкция. 2017.1(69). С.19-23.
 4. Кирсанов М.Н. Точное решение задачи о прогибе балочной фермы с произвольным числом панелей в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2017. Том 7. Выпуск 1 (22). Ст. 1. Режим доступа: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2017.1.1
 5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. № 3. С. 26-29
 6. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба двухпролетной плоской фермы // Механизация строительства. 2017. № 5. С. 35-38.
 7. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. №5(31). С. 38-42
 8. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018. 14(1). Pp.64-70. DOI:10.22337/2587-9618-2018-14-1-64-70
 9. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
 10. Кирсанов М.Н., Степанов А.С.О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9-14.
 11. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50-55
 12. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33.
 13. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels. Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92-99
 14. Кирсанов М.Н., Арутюнян В.Б. Аналитический расчет величины прогиба балочной фермы со сложной решеткой под действием нагрузки по нижнему поясу // Постулат. 2018. № 2-1(28). С.21.
 15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
 16. Гриднев С.Ю., Кирсанов М.Н., Овчинников И.Г. Статический расчет двухраскосной балочной фермы // Интернет-журнал НАУКОВЕДЕНИЕ. Том 8, №6 (2016) <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN616.pdf>
 17. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2017. № 11 (248). С. 32-36.

18. Voropai R. A. Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice // Science Almanac. 2016. N 4-3(18). С. 238-240.
19. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №3. С.23-27.
20. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. №4. С. 20-23.
21. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей // Механизация строительства. 2017. № 10. С. 24-27.
22. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. 2017. №5. С.11-13.
23. Кирсанов М.Н. Расчет прогиба плоской решетчатой фермы с четырьмя опорами // Транспортное строительство. 2017. №7. С.15-17.
24. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
25. Доманов Е. В. Аналитическая зависимость прогиба пространственной консоли треугольного профиля от числа панелей // Научный альманах. 2016. №6-2 (19). С. 214-217.
26. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure // Magazine of Civil Engineering. 2018. No. 08. Pp. 58–66. doi: 10.18720/MCE.76.6
27. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 5 (116). С. 579–586. DOI: www.dx.doi.org/10.22227/1997-0935.2018.5.579-586
28. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. Вып. 2 (101). С. 165–171
29. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.