

## **Вывод общей формулы для сдвига подвижной опоры фермы арочного типа индукцией по двум параметрам в системе Maple**

*Воропай Руслан Александрович*  
*ТУ Ильменау, Германия*  
*Студент*

*Доманов Евгений Викторович*  
*ТУ Ильменау, Германия*  
*Студент*

### **Аннотация**

Зависимость горизонтального смещения подвижной опоры фермы-арки от числа панелей в аналитической форме определяется обобщением ряда частных решений. Арка нагружена сосредоточенной силой в центральном узле. Усилия в стержнях находятся методом при помощи метода вырезания узлов. Деформация определяется по формуле Максвелла- Мора. В боковых сторонах арки выделяются две зоны с заданным числом панелей в каждой. Эти числа и выбираются в качестве параметров метода.

**Ключевые слова:** асимптотика, ферма, формула Максвелла- Мора, прогиб, индукция, Maple

## **The derivation of the general formula for the shift of the movable support of arch type truss using the method of induction on two parameters in the system Maple**

*Voropay Ruslan Alexandrovich*  
*TU Ilmenau, Germany*  
*Student*

*Domanov Evgenii Viktorovich*  
*TU Ilmenau, Germany*  
*Student*

### **Abstract**

The dependence of the horizontal displacement of the movable support of the truss-arch on the number of panels in analytical form is determined by the generalization of a number of particular solutions. The arch is loaded with a concentrated force at the central hub. The forces in the rods are found using the knot-cutting method. Deformation is determined by the Maxwell-Mohr formula. In the sides of the arch there are two zones with a specified number of panels in each. These numbers are chosen as method parameters.

**Keywords:** asymptotics, truss, Mohr's integral, deflection, induction, Maple

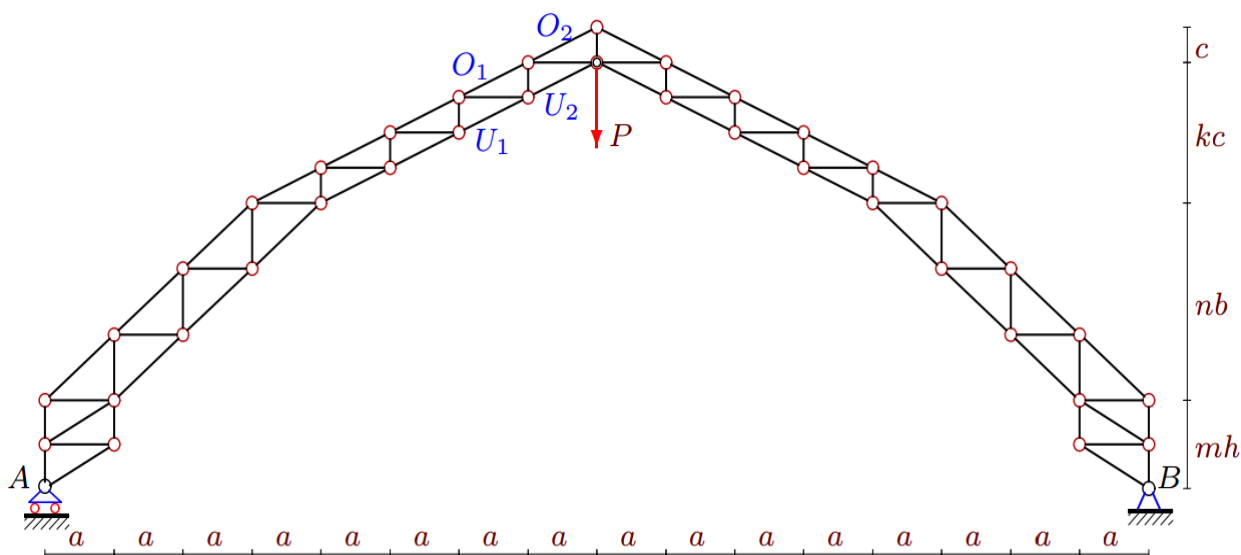


Figure 1 — Truss under load,  $n=3, m=2, k=4$

The more free independent parameters in the analytical solution of the problem, the greater its practical and theoretical value. The same applies to the problem of deformation of trusses — the objects most often used in construction and engineering. Trusses happily combine such properties as strength, low weight, ease of winding and transportation. The induction method, used in [1-7] to generalize particular solutions for deformations (deflection and support displacement) of flat statically definable trusses, usually includes only one parameter - the number of panels. In some trusses (Fig. 1), it is impossible to describe the geometry with one parameter. Here you can select three parameters  $m, n, k$ . In [8], a solution was obtained for the problem of the support displacement in this truss under the action of a uniform load. At the same time, the authors encountered purely mathematical difficulties, which could not be overcome by obtaining a solution with two parameters. In the case of a concentrated load, the solution was simpler. This paper presents this solution in the case of  $k = m, b = h, c = h / 2$ . The free and independent parameters are the numbers  $n$  and  $m$ .

Fragments of the program for entering the truss scheme, the scheme of node numbering and the order of connecting rods are given in [8]. Despite the fact that the load is different, the formula for the bias remains the same

$$\delta_{m,n} = Ph(a^3 A_{m,n} + d^3 D_{m,n} + h^3 H_{m,n}) / (128ac^2 EF), \tag{1}$$

where  $d = \sqrt{a^2 + h^2}$   $EF$ — stiffness of the rods. The coefficients  $A_{m,n}, D_{m,n}$  and  $H_{m,n}$  are obtained by induction in two stages. At the first stage, the parameter  $m$  is fixed and induction is carried out on the parameter  $n$ .

If  $m=1$ , the coefficients at  $a^3$  form the following sequence: 384, 640, 960, 1344, 1792, 2304, 2880, 3520, 4224, 4992. To identify the General term of this sequence, we use the operator **rgf\_findrecur** from **genfunc**, which gives a homogeneous recurrent equation of the fourth order

$$A_{1,n} = 3A_{1,n-1} - 3A_{1,n-2} + A_{1,n-3}.$$

The rsolve operator gives a solution to this equation

$$A_{1,n} = 32(n^2 + 5n + 6). \quad (2)$$

Similarly, we obtain solutions for  $m=2$  and  $m=3$ , respectively

$$m=2, \quad A_{2,n} = 32(n^2 + 6n + 11), \quad (3)$$

$$m=3, \quad A_{3,n} = 32(n^2 + 7n + 16), \quad (4)$$

$$m=4, \quad A_{4,n} = 32(n^2 + 8n + 21), \quad (5)$$

$$m=5, \quad A_{5,n} = 32(n^2 + 9n + 26), \quad (6)$$

$$m=6, \quad A_{6,n} = 32(n^2 + 10n + 31). \quad (7)$$

Here, the generalization of sequences 5, 6, 7, 8, ... and 6, 11, 16, 21, ... is quite obvious and does not require the use of Maple operators:

$$A_{m,n} = 32(n^2 + (4 + m)n + 5m + 1),$$

We find also that the coefficient  $D_n$  satisfies the homogeneous equation

$$D_{m,n} = 4C_{m,n-1} - 6D_{m,n-2} + 4D_{m,n-3} - D_{m,n-4}$$

For  $m=1,2,3,4,5,6$  we have solutions

$$\begin{aligned} D_{1,n} &= 16n(n+1)(4n+5)/3, \\ D_{2,n} &= 16n(n+1)(4n^2+11)/3, \\ D_{3,n} &= 16n(n+1)(4n^2+17)/3, \\ D_{4,n} &= 16n(n+1)(4n^2+23)/3, \\ D_{5,n} &= 16n(n+1)(4n^2+29)/3, \\ D_{6,n} &= 16n(n+1)(4n^2+35)/3. \end{aligned} \quad (4)$$

In general, we have:

$$D_{m,n} = 16n(n+1)(4n+6(m-1)+5)/3 \quad (5)$$

Coefficient  $H_n$  satisfies the homogeneous equation

$$H_n = 3H_{n-1} - 3H_{n-2} + H_{n-3}.$$

For the coefficient  $H_n$ , the solution is as follows

$$\begin{aligned} H_{1,n} &= 38n^2 + 160n + 147, \\ H_{2,n} &= 42n^2 + 268n + 449, \\ H_{3,n} &= 46n^2 + 390n + 922, \\ H_{4,n} &= 50n^2 + 526n + 1582, \\ H_{5,n} &= 54n^2 + 676n + 2445, \\ H_{6,n} &= 58n^2 + 840n + 3527. \end{aligned} \quad (6)$$

Here, the generalization of the coefficient 160, 268, 390, 526, 676, 840, ... with  $n$  and the free term 147, 449, 922, 1582, 2445, 3527, ... required the operators of the genfunc package of the Maple system. We will give a fragment of the program for outputting the common term of the sequence as  $n$

```

> m:='m':with(genfunc):#
> S:=160, 268, 390, 526, 676, 840:
> NN:=nops([S])/2:
> Z:=rgf_findrecur(NN, [S], t,m);

Z:=t(m)=3 t(m-1)-3 t(m-2)+t(m-3)
> ZZ:=simplify(rsolve({Z,seq(t(i)=S[i],i=1..NN)},t)):
collect(ZZ,m);
7 m2 + 87 m + 66

```

As a result, we have

$$H_{m,n} = (34 + 4m)n^2 + (7m^2 + 87m + 66)n + m(16m^2 + 417m + 449) / 6.$$

Analytical expressions for forces in the most dangerous rods are very useful for assessing the strength and stability of a structure. These expressions are obtained simultaneously with the derivation of formulas for the displacement of the support and can also be obtained by the Ritter method. As it turns out, they do not depend on the number  $m$ :

$$O_1 = -Pg(n+k)/(2c), \quad O_2 = -Pg(k+1+n)/(2c),$$

$$U_1 = Pg(n+k-1)(2c), \quad U_2 = -O_1.$$

where  $g = \sqrt{a^2 + c^2}$ .

The previously applied algorithm for deriving formulas for the dependence of deflection and displacement on the number of panels was used to calculate various flat arched trusses in [9–16]. In [17], the induction problem of the *Bolman* truss was solved by the induction method, and solutions for frame-type truss were obtained in [18-21]. More complex transformations and analysis are applied in [22-30] when calculating spatial statically definable core systems.

In [31, 32], the induction method found the *frequencies* of oscillations of the load in the truss node. An overview of solutions based on the induction method and the use of the Maple system is given in [9,33,34].

## References

1. Кирсанов М.Н., Пахомов В.А. Аналитический расчет величины прогиба решетчатой фермы //Постулат. 2018. № 3 (29). С. 13.
2. Кирсанов М.Н., Арутюнян В.Б. Аналитический расчет величины прогиба балочной фермы со сложной решеткой // Постулат. 2018. № 2-1 (28). С. 16.
3. Кирсанов М.Н., Арутюнян В.Б. Аналитический расчет величины прогиба балочной фермы со сложной решеткой под действием нагрузки по нижнему поясу//Постулат. 2018. № 2-1 (28). С. 21.
4. Кирсанов М.Н., Воропай Р.А. Вывод зависимости величины прогиба плоской фермы от числа панелей//Постулат. 2018. № 2-1 (28). С. 15.
5. Kirsanov M.N., Razananirina R.C. Calculus of a truss frame flexure // Постулат. 2018. № 11 (37). С. 37.

6. Voropay R.A. The derivation of the dependence of the deflection of a beam truss with lateral struts on the number of panels // Постулат. 2018. № 6 (32). С. 125.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба двухпролетной плоской фермы // Механизация строительства. 2017. Т. 78. № 5. С. 35-38.
8. Voropay R.A., Domanov E.V. Analytical solution of the problem of shifting a movable support of a truss of arch type in the Maple system // Постулат. 2019. № 1. С. 99.
9. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа// Строительная механика и конструкции. 2018. Т.1. №16. С.12-33
- 10.Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей// Строительство уникальных зданий и сооружений. 2018. 4 (67). С. 86-94. doi: 10.18720/CUBS.67.7
- 11.Кирсанов М.Н., Степанов А.С.О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей //Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 5. С. 9-14.
- 12.Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50-55
- 13.Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. №9. С. 8-10.
- 14.Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels // Научный альманах. 2017. № 2-3(28). С. 268-271.
- 15.Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. 2018. №1. С.7-11.
- 16.Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, 2018. 14(1). Pp.64-70. DOI:10.22337/2587-9618-2018-14-1-64-70
17. Салимов М.С. Аналитическое решение задачи о прогибе фермы типа Больмана // Постулат. 2018. № 10 (36). С. 19.
- 18.Зименков Н. Формула для прогиба фермы рамного типа под действием сосредоточенной нагрузки в середине пролета // Постулат. 2019. № 1. С. 2.
- 19.Кирсанов М.Н. Расчетная модель плоской фермы рамного типа с произвольным числом панелей// Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. Вып. 9. С. 1184–1192. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.10.1184-1192
- 20.Кирсанов М.Н. Аналитический расчет рамы с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. №06(82). С. 127–135.
- 21.Kirsanov M., Orlov I. The dependence of the deflection of the rod of a statically exterior indeterminate truss on the number of panels//Постулат. 2017. № 12 (26). С. 75.
- 22.Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32-38.

23. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5-8.
24. Кирсанов М.Н. Анализ зависимости прогиба фермы прямоугольного покрытия от числа панелей // Строительная механика и конструкции. 2018. №4(19). С. 52-57
25. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 6 (24). С. 28-34.
26. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
27. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
28. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. 2016. № 1 (41). С. 93-100.
29. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
30. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. 2018. Т. 13. № 5 (116). С. 579-586.
31. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Формулы для частоты колебания груза в произвольном узле балочной фермы // Транспортное строительство. 2018. №12. С. 21-23.
32. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитическое решение задачи о частоте колебания груза в произвольном узле балочной фермы в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 4. Ст. 3. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.4.3
33. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
34. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12. С. 28.