ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПЛОСКОГО ЗАТВОРА СУДОХОДНОГО ШЛЮЗА

Аверьянова Г.В., Голосков Д.П.

E-mail: avergv@yandex.ru, dgoloskokov@front.ru

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский Государственный Университет Водных Коммуникаций

Аннотация. *В статье рассматривается использование математического пакета Maple для исследования напряженно-деформированного состояния затвора водопроводной галереи судоходного шлюза. При расчете затвор моделируется прямоугольной пластиной, подкрепленной ребрами жесткости, на которую действует поперечная гидростатическая нагрузка. Решение задачи строится в аналитическом виде на основе методов Л.В. Канторовича и Стеклова-Фубини. В качестве примера рассматривается расчет прямоугольной ребристой пластины шарнирно опертой по контуру, на которую действует гидростатическая нагрузка. Для достижения необходимой точности по переменной удерживалось семь членов ряда ($m = 7$), по переменной y – четыре ($n = 4$); расчет выполнялся с удержанием 20 цифр в мантиссе.*

Numerically-analytical analysis of water feed sluice

Averyanova G., Goloskokov D.

Abstract. *This article touches upon use of mathematical package Maple for research tensely - deformed conditions of water gallery floodgate for a navigable sluice. The floodgate is modelled by the rectangular plate supported by webbings on which cross-section hydrostatic loading operates. The decision of a problem is under construction in an analytical procedures of L.V.Kantorovich and Steklov - Fubini. As an example calculation of a rectangular stiffened hinged plate on which hydrostatic loading operates is considered. For achievement of necessary accuracy on a variable x seven members of series (m=7), on a variable y - four (n=4) were kept; calculation was carried out with keeping of 20 figures in a mantissa.*

Конструкция плоского затвора. Обычный плоский металлический затвор представляет собой металлическую несущую конструкцию, покрытую с верховой стороны водонепроницаемой обшивкой, выполненной из листовой стали, арктилита или дерева [2, 3].

В простейшем случае металлическая несущая конструкция представляет собой балочную клетку, состоящую: а) из горизонтальных балок — ригелей; б) из вертикальных балок — стоек. Ригели часто располагают на разном расстоянии друг от друга, чтобы получить их равнонагруженными гидростатическим давлением, которое увеличивается книзу. При большой ширине отверстий ригели выполняют в виде сквозных ферм.

Многоригельные затвора, применяются теперь относительно редко, т.к. оказываются экономически выгодными только при сравнительно малых отношениях b/H. Чаще применяют так называемые двухригельные плоские затворы [3]. Несущая конструкция такого затвора, состоящая из различных горизонтальных и вертикальных элементов, а также из соответствующих наклонных связей, представляет собой пространственную ферму, работающую в сложных условиях и не поддающуюся точному статическому расчету. Общая схема двухригельного затвора показана на рис. 1.

Чтобы получить ригели 2 равнонагруженными гидростатическим давлением, а, следовательно, одинаковой конструкции и размеров, их часто располагают на одинаковом расстоянии от линии действия силы P гидростатического давления, действующего на обшивку (на рисунке размер $a_1 = a_2$).

Метод расчета. Плоский затвор можно представить как прямоугольную пластину, подкрепленную перекрестной системой ребер.

Пусть прямоугольная пластина ($0 \le x \le a$, $0 \le y \le b$) нагружена поперечной нагрузкой $q(x, y)$ и подкреплена рёбрами, расположенными параллельно осям x и y по линиям $x = x_j$, $j = 1, 2, \ldots, K_x$; $y = y_i$, $i = 1, 2, \ldots, K_y$. Будем учитывать только изгибные жёсткости рёбер, которые считаем постоянными.

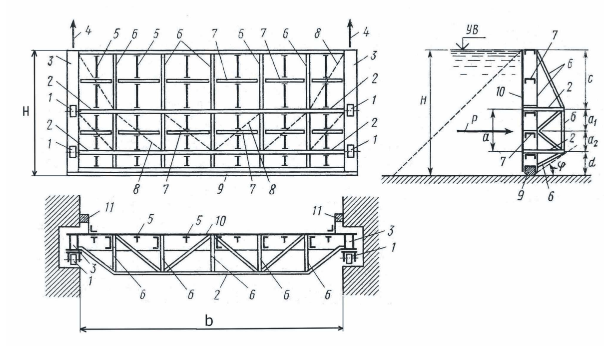


Рис.1. *Схема двухригельного плоского затвора.*

1 – опорно-ходовая часть; 2 – главный ригель; 3 – опорная стойка; 4 – подъемное усилие; 5 – вспомогательная стойка; 6 – поперечная вертикальная ферма; 7 – вспомогательный ригель; 8 – подъемная ферма; 9 – донное уплотнение; 10 – обшивка; 11 – боковое уплотнение.

Основное разрешающее уравнение относительно функции прогиба $w(x,y)$ имеет вид:

$$\nabla^4 w = \frac{q}{D} - \sum_{i=1}^{K_y} \lambda_{1i} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \delta(y-y_i) - \sum_{j=1}^{K_x} \lambda_{2j} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \delta(x-x_j),$$

где $\lambda_{1i} = \dfrac{E_{1i}J_{1i}}{D}$, $i = 1,\ldots,K_y$; $\lambda_{2j} = \dfrac{E_{2j}J_{2j}}{D}$, $j = 1,\ldots,K_x$, $E_{1i}J_{1i}$, $E_{2j}J_{2j}$ — изгибные жесткости балок вдоль осей x и y, D — цилиндрическая жесткость пластины.

В общем случае, граничные условия могут быть любыми, будем рассматривать граничные условия шарнирного опирания по контуру:

$$w|_{x=0,a} = 0, \qquad \left.\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right|_{x=0,a} = 0,$$

$$w|_{y=0,b} = 0, \qquad \left.\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right|_{y=0,b} = 0.$$

Общее решение данной задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} & w(x,y) = w_0(x,y) - \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \sin\beta_n y \left\{ \sum_{k=1}^{4} C_{kn} Z_{\beta_n k}(x) + \sum_{j=1}^{K_x} \lambda_{2j} \beta_n^4 w_{nx}(x_j) \Psi^*_{j\beta_n}(x) \right\} - \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \sin\alpha_m x \left\{ \sum_{k=1}^{4} D_{km} Z_{\alpha_m k}(y) + \sum_{i=1}^{K_y} \lambda_{1i} \alpha_m^4 w_{my}(y_i) \Psi^*_{i\alpha_m}(y) \right\} \end{aligned}$$

где

$$\Psi^*_{j\beta_n}(x) = \frac{\theta(x-x_j)}{2\beta_n^3} \left\{ \beta_n(x-x_j) ch\beta_n(x-x_j) - sh\beta_n(x-x_j) \right\},$$

$$\Psi^*_{i\alpha_m}(y) = \frac{\theta(y-y_i)}{2\alpha_m^3} \left\{ \alpha_m(y-y_i) ch\alpha_m(y-y_i) - sh\alpha_m(y-y_i) \right\},$$

$\alpha_m = m\pi/a, \beta_m = n\pi/b$; $\{Z_{\beta_n k}(x)\}, \{Z_{\alpha_m k}(y)\}$ — фундаментальные системы решений соответствующих однородных уравнений. Функция $w_0(x,y)$ — какое-нибудь частное решение уравнения $\nabla^4 w_0 = q/D$, $\theta(y)$ — единичная функция Хевисайда.

Неизвестные коэффициенты C_{kn}, D_{km}, $w_{nx}(x_j)$, $w_{my}(y_i)$ определяются из системы линейных алгебраических уравнений, полученной по определенному алгоритму с учетом граничных условий [1].

Пример расчета. Ниже приведены результаты расчета напряженно-деформированного состояния прямоугольной пластины, подкрепленной перекрестной системой ребер жесткости параллельно сторонам пластины. Будем считать, что материал пластины и ребер — сталь с модулем Юнга $E = 2 \times 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$.

Рассмотрим прямоугольную пластину, подкрепленную тремя горизонтальными (ригели) и двумя вертикальными (стойки) ребрами жесткости (рис. 2). Обшивка пластины имеет постоянную толщину $h = 0,012$ м. Размеры в плане — по оси x: $= 4$ м, по оси y: $b = 4$ м.

Ребра жесткости: горизонтальные ригели — тавры: высота стенки — $0,8$ м; толщина стенки — $0,02$ м; ширина полки — $0,35$ м; толщина полки — $0,04$ м; вертикальные стойки: — тавры: высота стенки — $0,6$ м; толщина стенки — $0,02$ м; ширина полки — $0,35$ м; толщина полки — $0,03$ м. Поперечная нагрузка: гидростатическое давление воды (полный напор 4 м).

Будем считать, что пластина шарнирно оперта по контуру. Координаты расположения ребер: $x_1 = 1,65$ м, $x_2 = 2,7$ м, $x_3 = 3,6$ м и $y_1 = 1.33$ м, $y_2 = 2.66$ м.

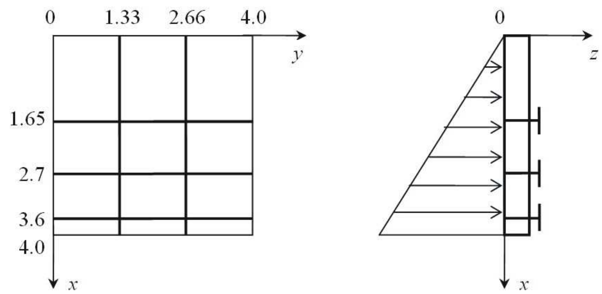


Рис.2. *Расчетная схема плоского затвора.*

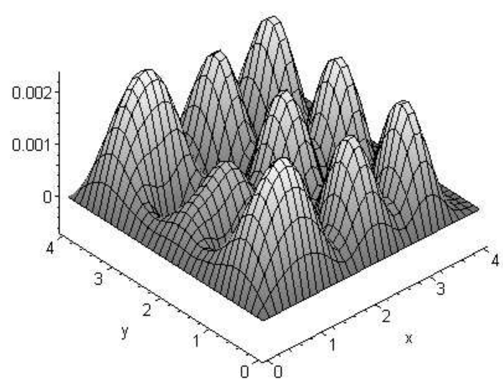


Рис.3. *Изогнутая поверхность пластины.*

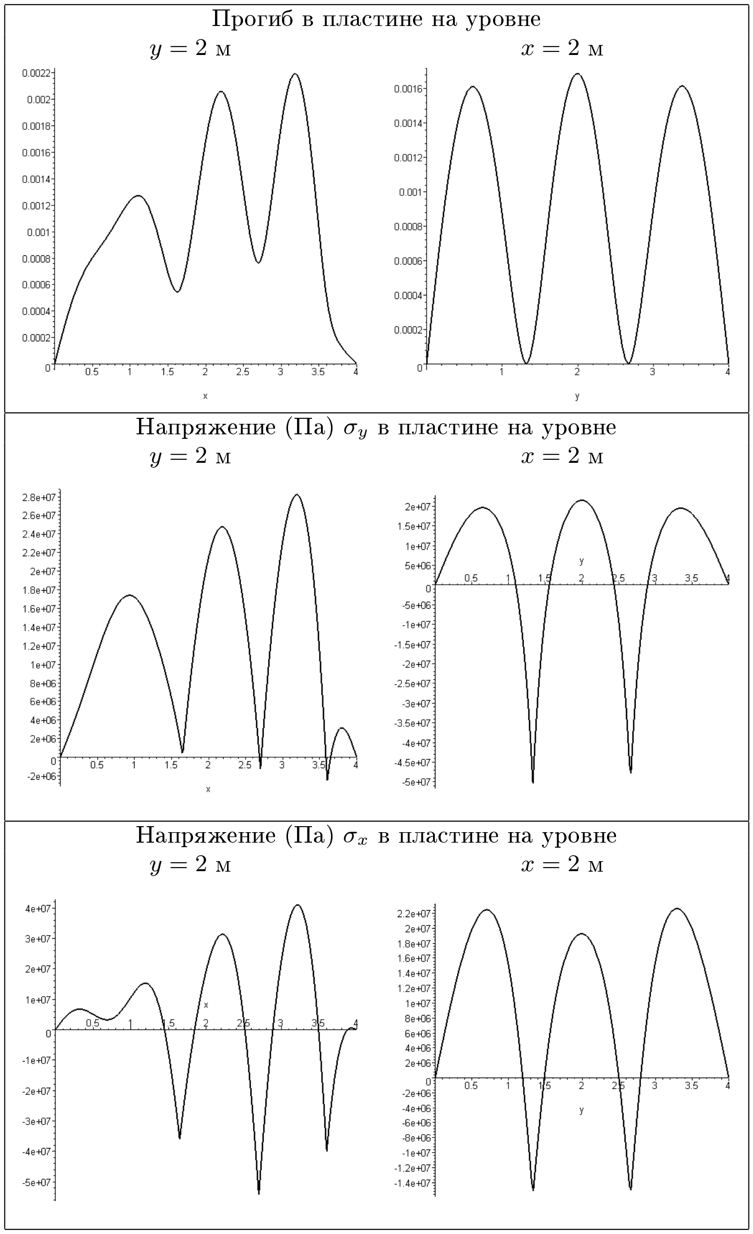
Результаты расчета приведены в таблице в виде графиков прогибов и напряжений (напряжения — в Паскалях, прогибы — в метрах). Прогиб $w(x, y)$ представлен на рис. 3.

Литература

[1] Голоскоков Д.П. *Численно-аналитические методы расчета упругих тонкостенных конструкций нерегулярной структуры* / Монография. – СПб, Изд-во А. Кардакова, 2006, – 271 с.

[2] Залькиндсон Е.И., Нефедов Е.Е., Березинский А.Р. *Плоские стальные затворы гидротехнических сооружений* Гос. изд-во лит-ры по стр-ву и архитектуре. М-Л, 1951, – 104 с.

[3] Михайлов А.В. *Судоходные шлюзы* М., Тр-т, 1966, – 528 с.


Прогиб в пластине на уровне
$y = 2$ м
$x = 2$ м
x
y
Напряжение (Па) σ_y в пластине на уровне
$y = 2$ м
$x = 2$ м
x
y
Напряжение (Па) σ_x в пластине на уровне
$y = 2$ м
$x = 2$ м
x
y