

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНОГО ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MAPLE

Игнатъев Д.Ю.

E-mail: notime2cry@mail.ru

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, Казань

**Аннотация.** Исследована кинетика установления теплового равновесия в ранней вселенной в предположении восстановления скейлинга взаимодействий элементарных частиц в области сверхвысоких энергий.

**Ignatyev D.Yu.**

*The research of kinetics of the local thermodynamical equilibrium's recovery by means of Maple package.*

**Abstract.** *It has been researched the kinetics of the thermal equilibrium's establishment in an early Universe under the assumption of the recovery of interaction scaling of elementary particles in range of superhigh energies.*

## Введение

В [1] показано, что в случае скейлингового поведения сечения взаимодействия частиц в области сверхвысоких энергий (подробности см. в [1]), первоначальное распределение частиц в расширяющейся вселенной не обязано быть равновесным, а может быть произвольным. В этой статье мы исследуем кинетику процессов с элементарными частицами в ранней вселенной в условиях скейлинга взаимодействий с целью выяснения границ произвола первоначального распределения частиц. При этом в качестве сечения взаимодействия элементарных частиц в области высоких энергий мы будем использовать асимптотическое сечение рассеяния, UACS( $G = \hbar = c = 1$ ):

$$\sigma_0(s) = \frac{2\pi}{s} \frac{1}{1 + \ln^2 \frac{s}{s_0}} = \frac{2\pi}{s\Lambda(s)}, \quad (1)$$

где  $s_0 = 4$  - квадрат полной энергии двух сталкивающихся планковских масс,

$$\Lambda(s) = 1 + \ln^2 \frac{s}{s_0} \sim \text{Const}. \quad (2)$$

## Интеграл столкновений для слабого отклонения распределений от равновесия

Исследуем слабое нарушение термодинамического равновесия в горячей модели, когда основная часть частиц,  $n_0(t)$ , находится в состоянии теплового равновесия, и лишь для небольшой доли частиц,  $n_1(t)$  тепловое равновесие нарушено:

$$n_1(t) \ll n_0(t). \quad (3)$$

причем в дальнейшем будем полагать, что функции распределения мало отличаются от равновесных в области малых значений энергии, меньших некоторого унитарного предела,  $p = p_0$  (или  $T = T_0$ ), ниже которого отсутствует скейлинг, и может сильно нарушаться при энергиях, выше унитарного предела:

$$f_a(p) \approx \begin{cases} f_a^0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{-\mu_a + E_a(p)}{T}\right) \pm 1}, & p < p_0; \\ \Delta f_a(p); f_a^0(p) \ll \Delta f_a(p) \ll 1, & p > p_0, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\mu_a(t)$  - химические потенциалы,  $T(t)$  - температура равновесной компоненты плазмы. Таким образом, в области  $p > p_0$  может наблюдаться аномально большое по сравнению с равновесным число частиц, но при этом малое (см. (3)) по сравнению с полным числом равновесных частиц.

Исследуем процесс релаксации распределения  $f_a(p)$  к равновесному  $f_a^0(p)$ . Задача в такой постановке для частного случая первоначального распределения  $f(t=0, p)$  решалась ранее. Здесь мы дадим общее решение этой задачи. При этом космологическую плазму формально можно рассматривать как двухкомпонентную систему - равновесную с распределением  $f_a^0(t, p)$ , и неравновесную, *сверхтепловую*, с распределением  $\delta f_a(t, p) = \Psi(t, p)$ , причем число частиц в неравновесной компоненте мало, но плотность ее энергии, вообще говоря, произвольна.

Как показано в [2], интеграл столкновений в исследуемой нами области значений импульсов

$$p \geq p_0 \gg T. \quad (5)$$

можно записать в виде:

$$J_a(p)|_{p \geq p_0} = -\Delta f_a(p) \sum_b \frac{(2S_b + 1)\nu_{ab}}{\pi} \int_0^\infty \frac{q^2 f_b^0(q)}{\sqrt{m_b^2 + q^2}} \frac{dq}{\Lambda(\bar{s})}, \quad (6)$$

где  $\bar{s} = \frac{1}{2}pq^4$ ,  $\nu_{ab}$  - число каналов реакций, в которых может участвовать частица сорта  $a$ . Если равновесные частицы сорта  $b$  являются ультрарелятивистскими, т.е.,  $m_b \ll T$ , причем их химический потенциал мал,  $-\mu_b \ll T$ , то вычисляя интеграл (6) относительно равновесного распределения (4), найдем [2]:

$$J_a(p)|_{p \geq p_0} = -\frac{\pi}{3} \frac{\tilde{N} T^2(t)}{1 + \ln^2 Tp/2} \Delta f_a(p), \quad (m_b \ll T, \mu_b \ll T), \quad (7)$$

где

$$\tilde{N} = \frac{1}{2} \left[ \sum_B (2S + 1) + \frac{1}{2} \sum_F (2S + 1) \right] = N_B + \frac{1}{2} N_F;$$

$N_B$  - число сортов равновесных бозонов,  $F$  - фермионов.

Можно строго показать, что в условиях слабого нарушения равновесия отношение плотности нерелятивистских частиц к плотности реликтовых фотонов примерно постоянно, мало и уменьшается со временем. Поэтому в дальнейшем вкладом нерелятивистских частиц в интеграл столкновений будем пренебрегать.

### Релаксация сверхтепловой компоненты на равновесных частицах

Подставляя полученное выражение (7) для интеграла столкновений в кинетические уравнения, получим кинетическое уравнение, описывающее эволюцию ультрарелятивистской сверхтепловой компоненты в равновесной космологической плазме:

$$p \frac{\partial \Delta f_a}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} p \frac{\partial \Delta f_a}{\partial p} = -\frac{\pi \tilde{N}}{3} \frac{T^2(t)}{1 + \ln^2 pT/2} \Delta f_a. \quad (8)$$

Учитывая тот факт, что переменная:

$$\mathcal{P} = a(t)p, \quad (9)$$

является интегралом движения, перейдем в уравнении (8) к переменным  $t, \mathcal{P}$ ; при этом для любой функции  $\Psi(t, p)$  имеет место соотношение:

$$\frac{\partial \Psi(t, p)}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} p \frac{\partial \Psi(t, p)}{\partial p} = \frac{\partial \Psi(t, \mathcal{P})}{\partial t}. \quad (10)$$

При такой подстановке кинетическое уравнение (8) легко интегрируется в квадратурах.

### Ультрарелятивистская вселенная

Рассмотрим вселенную с ультрарелятивистским уравнением состояния:  $\varepsilon = 3p$ . Тогда согласно уравнениям Эйнштейна плотность энергии вселенной изменяется по закону:

$$\varepsilon a^4 = \text{Const}; \quad \varepsilon = \frac{1}{32\pi t^2}, \quad (11)$$

а масштабный фактор изменяется по закону:  $a(t) \sim t^{1/2}$ . С другой стороны, плотность энергии равновесной плазмы определяется через ее температуру соотношением (см. [1]):

$$\varepsilon_0 = \mathcal{N} \frac{\pi^2 T^4}{15}. \quad (12)$$

Поэтому уточним формулу (9) следующим образом ( $\mathcal{N}$ -число типов частиц):

$$p = \mathcal{P} \mathcal{N}^{1/4} T_0(t). \quad (13)$$

Таким образом, решая кинетическое уравнение (8) с учетом соотношений (10) и (13), найдем его решение:

$$\Delta f_a(t, \mathcal{P}) = \Delta f_a^0(\mathcal{P}) \exp \left[ -\frac{\xi(t, \mathcal{P})}{\mathcal{P}} \int_0^t \frac{y^2(t') dt'}{\sqrt{t'}} \right], \quad (14)$$

где:  $\Delta f_a^0(\mathcal{P}) = \Delta f_a(0, \mathcal{P})$ , - начальное отклонение от равновесия, введена безразмерная функция:

$$y(t) = \frac{T(t)}{T_0(t)} \quad (15)$$

и параметр, слабо зависящий от переменных  $t, \mathcal{P}$ :

$$\xi(t, \mathcal{P}) = \frac{\pi \tilde{\mathcal{N}}}{3\sqrt{\mathcal{N}}} \frac{45}{32\pi^3}^{1/4} \frac{1}{\Lambda(\mathcal{P}T_0/2)}; \quad (16)$$

$\Lambda(x) = 1 + \ln^2 x$ . Приближению  $p \gg p_T \approx T(t)$  соответствуют значения  $\mathcal{P} \gg 1$ .

Поскольку  $T(t)$  - температура равновесной компоненты плазмы, а  $T_0(t)$  - температура на данный момент времени полностью равновесной вселенной, всегда выполняется условие:

$$y(t) \leq 1. \quad (17)$$

Для того, чтобы быть правильным решением кинетических уравнений, функция  $\Delta f_a(t, \mathcal{P})$  во все времена должна удовлетворять интегральному условию (3). Поскольку согласно решению (13) отклонение от равновесия функции распределения  $\Delta f_a(t, \mathcal{P})$  строго убывает со временем, для справедливости решения (13) достаточно, чтобы функция  $\Delta f_a(t, \mathcal{P})$  удовлетворяла условию (3) в начальный момент времени. Это дает:

$$\int_0^\infty \Delta f_a^0(\mathcal{P}) \mathcal{P}^2 d\mathcal{P} \gg \frac{2}{\mathcal{N}^{3/4}} y_0^3, \quad (18)$$

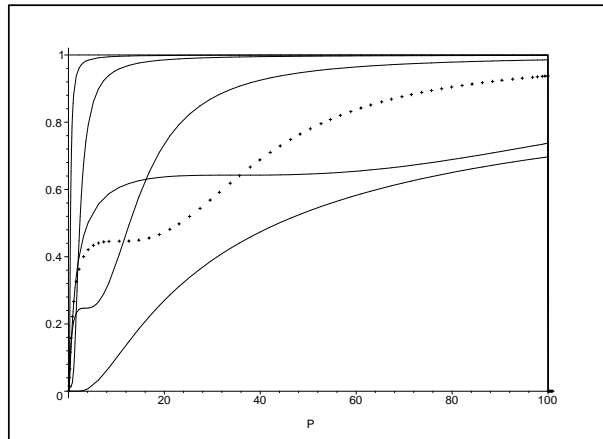
где  $y_0 = y(0) \leq 1$ .

В качестве примера рассмотрим релаксацию сверхтепловой компоненты при первоначальном распределении в виде ступенчатой функции для плотности числа частиц:

$$\Delta f^0(\mathcal{P}) = \frac{\pi^2 \Delta \tilde{\mathcal{N}}}{\mathcal{P}_0 \mathcal{P}^2}, \quad (\mathcal{P} \leq \mathcal{P}_0); \quad 0, \quad (\mathcal{P} > \mathcal{P}_0), \quad (19)$$

так что:  $\Delta \tilde{\mathcal{N}} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty \Delta f^0(\mathcal{P}) \mathcal{P}^2 d\mathcal{P}$  - первоначальная конформная плотность числа неравновесных частиц.

На Рис. 1 показана эволюция сверхтепловой компоненты для такого распределения, при этом мы положили  $y(t) \equiv 1$ .



**Рис.1.** Релаксация сверхтепловой компоненты для распределения (19) в предположении  $y(t) = 1$  при  $\mathcal{P}_0 = 100$ ,  $\tilde{\mathcal{N}}/\sqrt{\mathcal{N}} = 10$ . Показана относительная величина функции распределения плотности числа частиц по конформным энергиям  $\mathcal{P}$ . Сверху вниз (по левому краю рисунка)- сплошные линии:  $t = 0$ ,  $t = 0,01$ ,  $t = 0,1$ ,  $t = 1$ ,  $t = 10$  и  $t = 100000$ ; пунктирная линия -  $t = 3$ . Время измеряется в секундах.

## Уравнение энергобаланса

Несмотря на малое по сравнению с равновесным число неравновесных частиц, энергия, заключенная в неравновесном хвосте, может оказаться значительно большей энергии равновесной компоненты, если существенные искажения распределения имеются в сверхтепловой области, которым отвечают большие значения импульсной переменной  $\mathcal{P} \gg 1$ . Сверхтепловые частицы, сталкиваясь с равновесными, передают им свою энергию и тем самым разогревают равновесную компоненту плазмы. Для нахождения истинной температуры,  $T(t)$ , ультрарелятивистской плазмы с учетом подогрева ее сверхтепловыми частицами воспользуемся уравнением (11), являющегося следствием закона сохранения энергии и определяющего зависимость плотности энергии,  $\varepsilon$ , ультрарелятивистской вселенной от космологического времени. Эта плотность энергии складывается из плотности энергии равновесной плазмы,  $\varepsilon_0$ , и плотности энергии сверхтепловой компоненты,  $\varepsilon_1$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1, \quad (20)$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{\mathcal{N}T_0^4}{\pi^2} \sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty \Delta f_a(t, \mathcal{P}) \mathcal{P}^3 d\mathcal{P}. \quad (21)$$

Для дальнейшего удобно ввести безразмерную переменную  $\sigma(t)$ :

$$\sigma(t) = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 + \varepsilon_1} \leq 1. \quad (22)$$

Поскольку полная плотность энергии  $\varepsilon(t)$  с другой стороны определяется четвертой степенью температуры,  $T_0(t)$ , полностью равновесной вселенной, а плотность энергии равновесной компоненты  $\varepsilon_0(t)$  - четвертой степенью температуры  $T(t)$ , введенная нами безразмерная переменная связана простым соотношением с безразмерной переменной  $y(t) = T(t)/T_0(t)$ , введенной нами ранее (15):

$$\sigma(t) = y^4(t), \quad (23)$$

откуда сразу следует неравенство (17).

Таким образом из (20) с учетом решения (14) для неравновесной функции распределения получим интегральное уравнение относительно функции  $y(t)$ :

$$y^4 + \frac{15}{\pi^4} \sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty \mathcal{P}^3 \Delta f_a^0(\mathcal{P}) \exp \left[ -\frac{\xi(t, \mathcal{P})}{\mathcal{P}} \int_0^t \frac{y^2(t') dt'}{\sqrt{t'}} \right] d\mathcal{P} = 1. \quad (24)$$

Из этого уравнения в нулевой момент времени получим соотношение:

$$\frac{15}{\pi^4} \sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty \mathcal{P}^3 \Delta f_a^0(\mathcal{P}) d\mathcal{P} = 1 - \sigma_0. \quad (25)$$

## Решение уравнения энергобаланса

При заданных функциях  $\Delta f_a^0(\mathcal{P})$  уравнение (24) всегда интегрируется с логарифмической точностью в квадратурах. Действительно, вместо переменной  $t$  и функции  $y(t)$  введем новые безразмерные переменную  $\tau$ :

$$\tau = \frac{\bar{\xi}}{\bar{\mathcal{P}}_0} \sqrt{t} \quad (26)$$

и функцию  $Z(\tau)$ :  $Z(\tau) = 2 \int_0^\tau y^2(\tau') d\tau'$ , где  $\bar{\xi} = \xi(\bar{\mathcal{P}}_0)$ , а

$$\bar{\mathcal{P}}_0 = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\mathcal{P} \mathcal{P}^3 \Delta f_a^0(\mathcal{P})}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\mathcal{P} \mathcal{P}^2 \Delta f_a^0(\mathcal{P})} \quad (27)$$

- среднее значение импульсной переменной  $\mathcal{P}$  в момент времени  $t = 0$ . При этом получим:  $y = \sqrt{\frac{1}{2} Z'_\tau}$ ;  $Z(0) = 0$ ;  $Z'_\tau(0) = 2\sqrt{\sigma_0}$ , где  $\sigma_0 = \sigma(0) = y^2(0)$ . Тогда после вычисления интеграла с логарифмической точностью уравнение (24) с учетом соотношения (25) приводится к виду:

$$Z'_\tau = 2\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)\Phi(Z)}, \quad (28)$$

где введена функция  $\Phi(Z)$ :

$$\Phi(Z) = \frac{\bar{\mathcal{P}}(t)}{\bar{\mathcal{P}}(0)} = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\mathcal{P} \mathcal{P}^3 \Delta f_a^0(\mathcal{P}) e^{-Z\bar{\mathcal{P}}_0/\mathcal{P}}}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\mathcal{P} \mathcal{P}^3 \Delta f_a^0(\mathcal{P})}. \quad (29)$$

В дальнейшем удобно перейти к новой безразмерной импульсной переменной:

$$\rho = \frac{\mathcal{P}}{\bar{\mathcal{P}}_0}, \quad (30)$$

тогда:

$$\Phi(Z) = \frac{\bar{\rho}(\tau)}{\bar{\rho}(0)} = \frac{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho) e^{-Z/\rho}}{\sum_a (2S_a + 1) \int_0^\infty d\rho \rho^3 \Delta f_a^0(\rho)}. \quad (31)$$

Интегрируя уравнение (28), получим:

$$\frac{1}{2} \int_0^Z \frac{dU}{\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)\Phi(U)}} = \tau. \quad (32)$$

При найденном значении функции  $Z(\tau)$  значение температуры  $T(t)$  (или  $y(t)$ ) равновесной компоненты можно получить по формуле:

$$y = [1 - (1 - \sigma_0)\Phi(Z)]^{1/4}. \quad (33)$$

Таким образом, задача о подогреве равновесной компоненты плазмы формально решена.

### Численная модель

Перейдем теперь от оценок к численным расчетам. Представим первоначальное отклонение функции распределения от равновесия в форме:

$$\Delta f^0(x) = \frac{A}{\mathcal{P}_0^3 (k^2 + x^2)^{3/2}} \chi(1 - x), \quad k \rightarrow 0, \quad (34)$$

где  $\chi(z)$  - функция Хевисайда (ступенчатая функция),  $x = \mathcal{P}/\mathcal{P}_0$  - безразмерная импульсная переменная,  $A$ ,  $\mathcal{P}_0$  и  $k$  - некоторые параметры; параметр  $k$  введен для обеспечения сходимости всех моментов функции распределения в области малых значений импульса. Вычисляя функцию  $\Phi(Z)$  относительно распределения (34) согласно формуле (31), найдем, переходя к пределу  $k \rightarrow 0$ :

$$\Phi(Z) = e^{-Z} + \text{Ei}(-Z), \quad (35)$$

где  $\text{Ei}(z)$  - интегральная показательная функция [?]:

$$\text{Ei}(z) = \int_{-\infty}^z \frac{e^t}{t} dt, \quad |\arg(-z)| < \pi. \quad (36)$$

Уравнение (32) при учете соотношения (36) принимает вид:

$$\tau = \frac{1}{2} \int_0^\theta \frac{du}{\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)(\exp(-u) + u\text{Ei}(-u))}}, \quad (37)$$

где  $\tau = x/\mathcal{P}_0$ . Если бы мы могли проинтегрировать (37) и найти зависимость  $\theta(\tau) \rightarrow Z(x)$ , то нужную нам зависимость  $y(x)$  мы смогли бы получить из соотношений (??)-(28) в форме:

$$y = [1 - (1 - \sigma_0)(e^{-\theta(\tau)} + \theta(\tau)\text{Ei}(-\theta(\tau)))]^{1/4}. \quad (38)$$

Однако, зависимость  $\theta(\tau)$  найти, естественно, не удастся. Поэтому мы поступим следующим образом: из уравнения (37) найдем прямым численным интегрированием зависимость  $\tau(\theta)$ . Тогда уравнение (38) можно

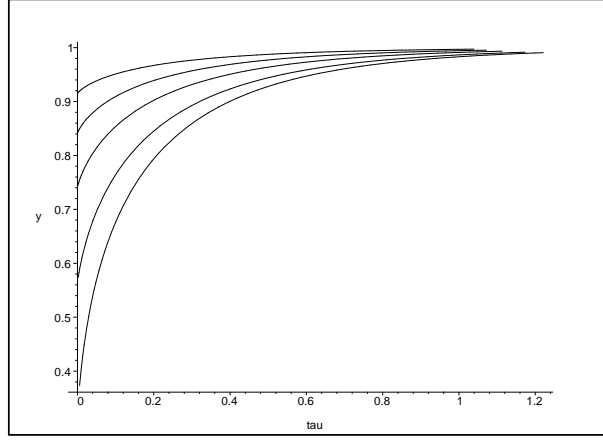
рассматривать, как уравнение вида  $y = y(\theta)$ , а систему двух уравнений (37) и (38) можно рассматривать как параметрические уравнения графика  $y = y(\tau)$ :

$$\tau(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^\theta \frac{du}{\sqrt{1 - (1 - \sigma_0)(\exp(-u) + u\text{Ei}(-u))}}, \quad (39)$$

$$y(\theta) = \left[ 1 - (1 - \sigma_0)(e^{-\theta(\tau)} + \theta(\tau)\text{Ei}(-\theta(\tau))) \right]^{1/4}$$

На Рис. 2 показаны результаты численного моделирования в пакете Maple процесса разогрева равновесной компоненты сверхтепловыми частицами для первоначального распределения (34) на основе уравнений (39).

Из этого рисунка видно, что при  $\tau \sim 1$  температура равновесной компоненты плазмы фактически насыщается до значения  $T_0(t)$ , т.е., к моменту времени  $t \sim \mathcal{P}_0^2/\xi^2$ .



**Рис.2.** Релаксация температуры плазмы к равновесной:  $y = T(t)/T_0(t)$  в зависимости от параметра  $\sigma_0$ : – снизу вверх  $\sigma_0 = 0,01; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7$ . По оси абсцисс отложены значения безразмерной временной переменной  $\tau$ .

### Концентрации ультрарелятивистских реликтовых частиц

Равновесные концентрации ультрарелятивистских частиц во вселенной со слабо нарушенным термодинамическим равновесием определяются соотношением:

$$n_a(t) = \frac{\rho T_0^3(t)}{\pi^2} g_n \zeta(3) = n_a^0(t) y^3(t) \leq n_a^0(t), \quad (40)$$

где  $n_a^0(t)$  - равновесные концентрации этих же частиц в SCS:

$$n_a^0(t) = \frac{\rho T_0^3(t)}{\pi^2} g_n \zeta(3) = \frac{\rho}{\pi^2} g_n \zeta(3) \frac{45}{3\pi^3 \mathcal{N}}^{3/4} t^{-3/2}. \quad (41)$$

Таким образом, в каждый данный момент времени  $t$  количество ультрарелятивистских частиц, находящихся в равновесии, меньше, чем в SCS. Если взаимодействие между частицами описывается скейлинговым сечением вида (1), то количество неравновесных частиц описывается функцией распределения вида (14). Рассмотрим реакции частиц в области низких энергий, в которых скейлинг может нарушаться. Пусть  $\tau_{eff}^a(t)$  - эффективное время взаимодействий частиц сорта “ $a$ ” с другими частицами, и пусть в исследуемой области энергий неравенство:  $\tau_{eff}^a(t) > t$  имеет своим решением:  $t > t_a^*$ . Тогда в момент времени  $t = t_a^*$  частицы сорта “ $a$ ” перестают взаимодействовать с остальными, т.е., становятся *реликтовыми* — число таких стабильных частиц во времена более поздние, чем  $t_a^*$ , сохраняется, а их плотность эволюционирует в дальнейшем по закону:

$$n_a(t) = n_a^0(t_a^*) y^3(t_a^*) \frac{a(t_a^*)^3}{a(t)}. \quad (42)$$

Поэтому, если на момент времени  $t = t_a^*$  равновесие в целом еще не восстановлено, число реликтовых частиц сорта “ $a$ ” будет в  $y^3(t_a^*)$  меньше, чем получается в стандартном сценарии<sup>1</sup>. Таким образом, при  $\sigma_0 \ll 0$  меняя

<sup>1</sup>Время  $t_a^*$  часто называют временем закалки (см., например [4]).

параметр модели неравновесной вселенной  $\bar{\mathcal{P}}_0$ , можно регулировать количество реликтовых частиц и делать это число сколь угодно малым [3] - при увеличении  $\bar{\mathcal{P}}_0$  количество реликтовых частиц уменьшается. Так, при  $\bar{\mathcal{P}}_0 > 10^2$  и  $\sigma_0 \ll 1$  исчезают реликтовые сверхмассивные бозоны, при  $\bar{\mathcal{P}}_0 > 3 \cdot 10^{17}$  и  $\sigma_0 \ll 1$  исчезают реликтовые нейтрино. Эту приближенную оценку, сделанную в работах, [?], [3], мы уточним ниже.

### Реликтовые нейтрино

Итак, исследуем вопрос о выходе реликтовых нейтрино в процессе заковки. Тепловое равновесие электронных и мюонных нейтрино устанавливается, в основном, реакциями:



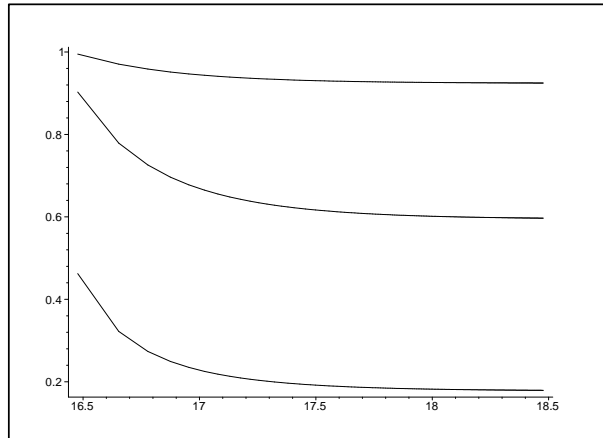
Сечение электрослабых взаимодействий, соответствующим реакциям нейтринной аннигиляции (43) в интересующей нас области достаточно низких энергий  $E$ , описывается выражением:  $\sigma_n u \approx \frac{G_\mu^2 E^2}{\hbar^4 c^4}$ , где  $G_\mu \approx G_F = 1,4358 \cdot 10^{-49} \text{ erg/cm}^3$  - константа электрослабых взаимодействий. Вычисляя время заковки электронных нейтрино,  $t_\nu$  по формуле:

$$\tau_{eff} = \frac{1}{n_e(t_\nu) \sigma_\nu(t_\nu) c} = t_\nu, \quad (44)$$

куда необходимо подставить  $E = T(t)$ , выражение для равновесной плотности ультрарелятивистских электронов и температуру равновесной компоненты  $T(t)$ , вычисленную выше. Тогда отношение числа электронных нейтрино после заковки в неравновесной модели к этому же числу в равновесной,  $N_\nu$ , определится выражением:

$$N_\nu = \frac{T(t_\nu)^3}{T_0(t_\nu)^3} = y^{3/4}(t_\nu). \quad (45)$$

На Рис. 3 показаны результаты численных расчетов в пакете Maple выхода электронных нейтрино в слабо-неравновесной модели вселенной. Эти результаты, в общем, подтверждают указанные выше качественные оценки предыдущих работ.



**Рис.3.** Выход электронных реликтовых нейтрино после заковки по отношению к стандартной модели,  $n_\nu/n_\nu^0$ , (ось ординат) в зависимости от параметра неравновесной модели,  $\lg \bar{\mathcal{P}}_0$ , (ось абсцисс). Сверху вниз:  $\sigma_0 = 0,9$ ,  $\sigma_0 = 0,5$ ,  $\sigma_0 = 0,1$ .

### Заковка нейтронов и образование космологического гелия

Тепловое равновесие нерелятивистских нейтронов устанавливается в реакциях типа:  $e^+ + n \rightarrow p + \bar{\nu}_e$ ,  $\nu_e + n \rightarrow p + e^-$ . Относительная концентрация реликтовых нейтронов,  $N_n$ , определяется кинетическим уравнением (подробности см., например, в [4]):

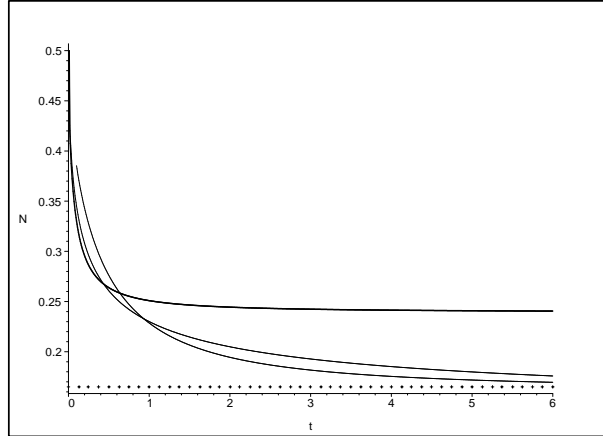
$$\frac{dN_n}{dt} + (a + b)N_n = b, \quad (46)$$

где:  $N_n(t) + N_p(t) = 1$ , ( $N_p$  - относительная концентрация протонов), коэффициенты  $a(t)$  и  $b(t)$  (скорости реакций) связаны тождеством:  $b(t) = a(t)e^{-\Delta m c^2 / T(t)}$ ,  $\Delta m = m_n - m_p \approx 1,3 \text{ Мев}$  - дефект массы нейтрона.

Рассмотрим реакции (45) в условиях, пока равновесие в плазме в целом еще не достигнуто, т.е.,  $y(t) < 1$ . Тогда получим:

$$\tilde{T} \approx 0,89 \frac{1}{\sqrt{t}} \sqrt{\sqrt{\sigma_0} + 0,523(1 - \sigma_0) \frac{\sqrt{t}}{P_0}}, \quad (47)$$

где  $P_0 = \mathcal{P}_0/10^{17}$ . На Рис. 4 показаны некоторые результаты численного интегрирования в пакете Maple уравнения (46).



**Рис.4.** Влияние параметра  $\mathcal{P}_0$  на нуклеосинтез в неравновесной вселенной в зависимости от при  $N_n(0) = 0,5$  и  $\sigma_0 = 0,1$ : по оси абсцисс отложено время в секундах, по оси ординат - концентрация нейтронов,  $N_n(t)$ . Нижняя линия - классический результат (см. [4]), средняя -  $\mathcal{P}_0 = 10^{17}$ , жирная линия -  $\mathcal{P}_0 = 10^{18}$ ; пунктирной линией отмечено значение  $N_n = 0,165$ .

## Литература

- [1] Yu.G. Ignatyev. *Gravitation & Cosmology*, **13** (2007), No 1, p. 31-42.
- [2] Yu.G. Ignatyev, D.Yu. Ignatyev. *Gravitation & Cosmology*, **13** (2007), No 2, p. 135-144.
- [3] Yu.G. Ignat'ev. in: "Problems of Gravitation Theory, Relativistic Kinetics and Evolution of the Universe", KSPI, Kazan, 1988, (in Russian)
- [4] Ja.B. Zeldovich, I.D. Novikov, "Structure and Evolution of Universe", Nauka, Moscow, 1975 (in Russian).