

КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНИК ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ MATHEMATICA

Попырин А.В.

E-mail: Isk-r@mail.ru

Елабуга, Елабужский государственный педагогический университет¹

Аннотация. В статье описывается структура учебного пособия по дискретной математике, называемого компьютеризированным учебником и предусматривающего систематическое применение среды Mathematica. Приводятся примеры использования встроенных функций среды и функций, размещенных в стандартном дополнении DiskreteMath, при изучении комбинаторики и теории графов.

Настоящий период развитие математического образования во всем мире характеризуется всё большей информатизацией процесса обучения математике. Объясняется это совершенствованием программного обеспечения, в частности, наличием такого инструмента новых информационных технологий, как компьютерные математические системы Mathematica, Maple). Разработка соответствующего методического обеспечения и программных продуктов учебного назначения ведётся недостаточно интенсивно, что является сдерживающим фактором информатизации учебного процесса. Поэтому исследования методистов в этой области актуальны и необходимы. Один из видов методического обеспечения учебного процесса по математике — компьютеризированные учебники и задачки.

Компьютерная система Mathematica, в силу своей универсальности, может выступить в качестве основного средства создания таких пособий, поскольку она обладает не только возможностями вычислений численных, символьных, графических), но также является языком программирования, чрезвычайно удобным для пользователя.

Компьютеризированным учебником (задачником) называют учебник (задачник) нового поколения, представляющий собой *печатное издание*, предусматривающее систематическое применение системы Mathematica; неотъемлемым признаком компьютеризированного учебника является наличие, наряду с традиционным изложением учебного материала, специального раздела, в котором содержится параллельное изложение этого материала, снабженное программами решения опорных задач данной предметной области, реализующимися в среде Mathematica. Такое дополнение имеет основной целью автоматизацию вычислений и визуализацию математических объектов (не только графических, но и таких, как числовые множества, матрицы, комбинаторные соединения и т. п.). Появляется возможность по-новому изложить материал и включить в него вопросы, ранее рассматривавшиеся лишь умозрительно (например, проведение большого количества испытаний при решении задач по теории вероятностей).

Дополнительный раздел компьютеризированного учебника (дублирующий классически изложенную теоретическую часть) может быть выдержан в таком стиле, когда содержащиеся в нём программы автономны, насколько это возможно. Для данной цели подходят как имеющиеся в ядре системы встроенные функции вместе с функциями, содержащимися в пакетах стандартных дополнений, так и специально созданные авторами внешние функции. При этом должны быть сделаны все необходимые пояснения о форматах кодирования и характере действия всех используемых функций. Идеально, если наличествует необязательная составляющая компьютеризированного учебника — компакт-диск, в котором и содержатся все эти сведения вместе с иллюстрирующими их примерами.

Курсы дискретной математики в различных вузах и для разных специальностей сильно отличаются друг от друга. Это обусловлено и тем, что, например, такие разделы, как математическая логика и теория алгоритмов, читаются отдельными курсами. В настоящее время существует большое количество книг по дискретной математике, начиная с элементарных учебников для начинающих и заканчивая серьезными монографиями. Элементы комбинаторики включены в среднее звено школы. Самыми «постоянными» разделами курсов дискретной математики являются комбинаторика и теория графов.

Основные цели применения компьютера на занятиях по дискретной математике:

- 1) исключение рутинной вычислительной работы;
- 2) визуализация математических объектов;
- 3) конструктивная деятельность в этой предметной области.

Всё большее применение находят машинные алгоритмы частичного или полного перебора всех вариантов для решения комбинаторных задач. Многие известные задачи были решены именно таким способом.

Существуют простые алгоритмы, позволяющие вручную, при небольших числовых значениях параметров, провести упорядоченное перечисление всех вариантов решения задачи. Для глубокого и быстрого

¹ Аннотация на английском языке Автором не представлена.

усвоения основных понятий комбинаторики удобно использовать компьютерную систему Mathematica. Например, для объяснения различия между перестановками, сочетаниями, размещениями, важно быстро и наглядно проиллюстрировать это на примерах.

Нахождение всех перестановок элементов множества $\{a, b, c, d\}$:

Permutations[{a,b,c,d}]

```
{{a, b, c, d}, {a, b, d, c}, {a, c, b, d}, {a, c, d, b}, {a, d, b, c}, {a, d, c, b}, {b, a, c, d}, {b, a, d, c},
{b, c, a, d}, {b, c, d, a}, {b, d, a, c}, {b, d, c, a}, {c, a, b, d}, {c, a, d, b}, {c, b, a, d}, {c, b, d, a},
{c, d, a, b}, {c, d, b, a}, {d, a, b, c}, {d, a, c, b}, {d, b, a, c}, {d, b, c, a}, {d, c, a, b}, {d, c, b, a}}
```

Нахождение всех 3-элементных подмножеств 5-элементного множества (нахождение всех сочетаний из пяти элементов множества $\{a, b, c, d, e\}$ по три):

KSubsets[{a,b,c,d,e},3]

```
{{a, b, c}, {a, b, d}, {a, b, e}, {a, c, d}, {a, c, e}, {a, d, e}, {b, c, d}, {b, c, e}, {b, d, e}, {c, d, e}}
```

Количество всех сочетаний из пяти по три: **Binomial[5,3]** 10

Система позволяет быстро конструировать все новые примеры, меняя количество и состав элементов.

Особенно эффектно (и эффективно) использование системы Mathematica при изучении графов. Достаточно быстро можно наглядно познакомиться с различными типами графов. Большинство встроенных функций, предназначенных для изучения и визуализации графов, содержится в пакете стандартного дополнения DiscreteMath'Combinatorica'.

ShowGraph[CompleteGraph[9]]

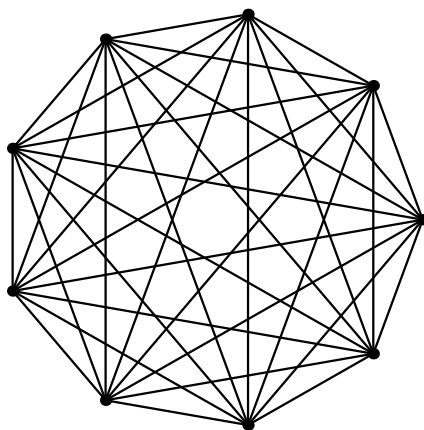


Рис.1. Изображение полного 9-вершинного графа K_9

ShowGraph[CompleteGraph[4,5]]

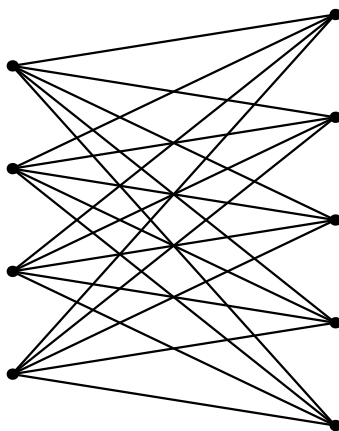


Рис.2. Изображение полного двудольного графа $K_{4,5}$

Над графами производятся различные операции. Проиллюстрируем некоторые из них. Объединением двух графов называется граф, полученный объединением вершин и рёбер исходных графов. Соединением

двух графов называется граф, полученный из объединения их добавлением рёбер, соединяющих каждую вершину первого графа с каждой вершиной второго графа.

```
ShowGraph[SpringEmbedding[GraphJoin[Star[5], EmptyGraph[4]]]]
```

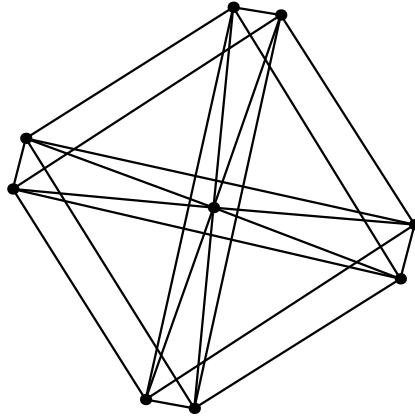


Рис.3. Изображение соединения двух графов – 5-вершинной звезды и 4-вершинного однородного графа степени 0

```
ShowGraph[SpringEmbedding[GraphJoin[RandomTree[4], RandomTree[4]]]]
```

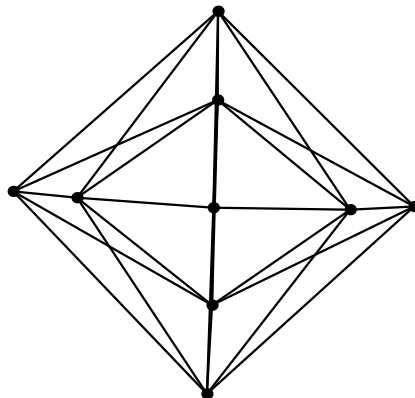


Рис.4. Изображение соединения двух графов – случайно выбранных 4-вершинных деревьев

```
ShowGraph[SpringEmbedding[GraphJoin[Star[4], RandomTree[5]]]]
```

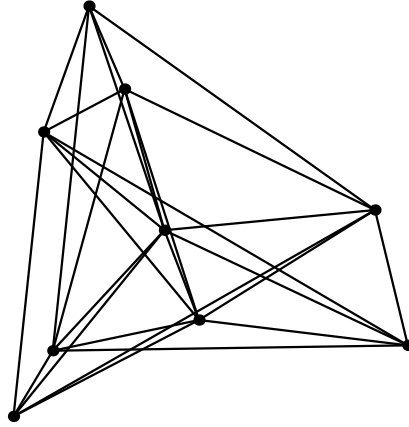


Рис.5. Изображение соединения двух графов - 4-вершинной звезды и случайно выбранного 5-вершинного дерева

Произведением двух графов называется граф, вершинами которого служит декартово произведение множеств вершин этих графов, причём вершины (a, b) и (c, d) смежны тогда и только тогда, когда $a = c$ и b смежна с d во втором графе или $b = d$ и a смежна с c в первом графе.

`ShowGraph[GraphProduct[Star[5], CompleteGraph[4]]]`

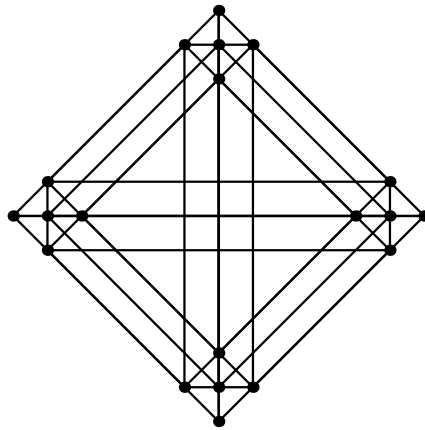


Рис.6. Изображение произведения двух графов — 5-вершинной звезды и 4-вершинного полного графа

`ShowGraph[GraphProduct[Star[5], Star[5]]]`

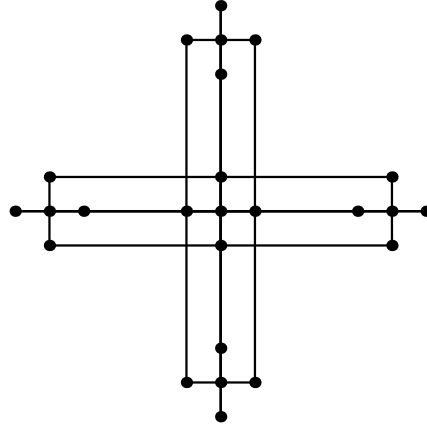


Рис.7. Изображение произведения двух графов - 5-вершинных звезд

Глубокое освоение методов дискретной математики вкупе с хорошим опытом программирования и знакомством с математическими системами позволяет будущим выпускникам писать квалификационные работы исследовательского характера. Например, выяснить вопросы о независимости заданного набора свойств алгебраических операций, заданных на множестве, о минимальности мощности множества, на котором эти свойства независимы; о выполнимости тождеств на конечных полугруппах; о решётках подгруппы конечных групп и т. п.

Литература

- [1] Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. *Сборник задач по дискретной математике*. Учеб. пособие / Г. П. Гаврилов. — М.: Физматлит, 2004. — 416 с.
- [2] Зыков А. А. *Основы теории графов*. / А. А. Зыков. — М.: 1987.
- [3] Оре О. *Теория графов*. / О. Оре. — М.: Наука, 1980. — 336 с.
- [4] Яблонский С. В. *Введение в дискретную математику*. Учеб. пособие для вузов / С. В. Яблонский. — М.: Высшая школа, 2003. — 384 с.