ЭВОЛЮЦИЯ КОНСТАНТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТЕОРИИ ИНДУЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ

Зарипов Ф. Ш.

`E-mail: не представлен`

ТГГПУ

Аннотация. *Данная статья посвящена решению самосогласованных уравнений в предложенной автором теории индуцированной гравитации, с использованием компьютерной программы "Maple". Обсуждаются проблемы, возникающие при решении дифференциальных уравнений с помощью этой программы.*

Evolution of interaction constants in the induced gravitation theory

Zaripov F.Sh.

Abstract. *The paper is about the solution of self-coordinated equations from the induced gravitation theory using "Maple" computer program. Problems arising during the solution of differential equations with the help of this program are discussed.*

Развитие многомерных теорий в последние годы было сильно связано с так называемыми бранами. В этой теории [1], наблюдаемую Вселенную рассматривают как поверхность (brane) вложенную в пространство-время большего измерения. Предполагается

что этот подход может привести к успеху в решении фундаментальных проблем иерархии констант физических взаимодействий и космологической константы. Проблема заключается в существовании огромной разности энергии между шкалами электрослабых взаимодействий

порядка 1ТЭВ и гравитационного взаимодействия порядка \$10ˆ{19}\$ ГЭВ. Кроме того плотность энергии космологической константы, должна быть приблизительно на \$120\$ порядков меньшим чем возможные значения плотности энергии для известных моделей квантовой теории слабых и сильных взаимодействий.

В предложенной теории гравитационная константа связана с динамическими характеристиками нашей модели, и в многомерном пространстве-времени она получается за счет локализации решений нелинейных уравнений, аналогично эффекту Хиггса в калибровочной теории поля.

Действие для мембраны (p-браны, при p>1) не допускает конформных преобразований и для этих моделей нет естественного кандидата на роль аномальной симметрии, чем является конформная симметрия для теории струн. Чтобы обойти эту трудность, оставаясь в рамках

идеологии теории струн, мы предлагаем следующее обобщение теории струн

$$S=\frac{1}{w}\int\{-\frac{1}{2}(\partial_\mu X,\partial^\mu X)+\xi R(X,X)+\Lambda(X,X)^\rho\}\sqrt{g}d^{p+1}\sigma \qquad (1)$$

Где приняты обозначения $(X,X)=X^AX^B\eta_{AB}$ $(\partial_\mu X,\partial^\mu X)=\partial_\mu X^A\partial^\mu X^B\eta_{AB}$, $\rho=\frac{p+1}{p-1}$.

В действии (1}) функции $X^A=X^A(\sigma^\mu)$, где A,B=0,1, .. , D; $\mu,\nu..=0,1,..,p$ (D>p+1) отображают n=p+1-мерное многообразие П описываемое метрикой $g_{\mu\,\nu}$, в D-мерное пространство - время M с метрикой η_{AB} где пространство \$M\$ определяется

метрикой Минковского с сигнатурой (-,+,...,+)\$. R- скалярная кривизна многообразия П.

Действие (1) обладает свойством конформной инвариантности при $\xi=\frac{1-p}{8p}$. Эта инвариантность выражается в том что уравнения получаемые за счет варьирования действия по полям $\{g_{\mu\,\nu},\ X^A\}$инвариантны относительно локального вейлевского изменения масштаба $g_{\mu\,\nu}\to g_{\mu\,\nu}\exp(2\varphi)$, $X^A\to X^A\exp(4\xi p\varphi)$, для произвольной функции $\varphi=\varphi(\sigma^\mu)$.

После варьирования действия (1), уравнения соответствующие примут следующий вид:

$$X^A+2\xi RX^A+2\Lambda(X,X)^{\rho-1}X^A=0 \qquad (2)$$
$$T_{\mu\,\nu}\equiv\frac{1}{w}\{(\nabla_\mu X,\nabla_\nu X)+g_{\mu\,\nu}(-\frac{1}{2}(\nabla_\alpha X,\nabla^\alpha X)+\Lambda(X,X)^\rho)+$$
$$+2\xi\ \ -R_{\mu\,\nu}+\frac{1}{2}Rg_{\mu\,\nu}+\nabla_\mu\nabla_\nu-g_{\mu\,\nu}\ \ (X,X)\}=0 \qquad (3)$$

Если в действие добавлены функции Лагранжа других полей материи,

то уравнение (3) заменится на уравнение

$$T_{\mu\,\nu}+T^m_{\mu\,\nu}=0, \qquad (4)$$

где $T^m_{\mu\,\nu}$- тензор энергии-импульса других полей материи.

Рассматриваются космологические решения уравнений (2)-(4), при дополнительном калибровочном условии:

$$g_{\mu\,\nu}=(\nabla_\mu X,\nabla_\nu X), \qquad (2)$$

которое определяет вложение многообразия П в плоское пространство М.

Необходимым условием выполнения (2) является выполнение соотношения :

$\xi R + \rho\Lambda(X,X)^{\rho-1}\ \ \partial_\mu(X,X) = 0$. Откуда получаем два вида дополнительных калибровочных условий согласованных с условием вложения (1):$Y\ \equiv$ (X,X)=C=const; (2) : $\xi R + \rho\Lambda(X,X)^{\rho-1}$=0. В первом случае уравнения (4) аналогичны уравнениям Эйнштейна, с гравитационной постоянной $G_{e\ f} = -\frac{w}{16\pi\xi}Y$ и с космологической константой $\Lambda_{ef} = -\frac{1}{2\xi Y}(-1+\Lambda Y^2)$. (6)

Рассмотрим метрическую форму многообразия П, соответствующей однородной, изотропной закрытой космологической модели $ds^2 = -(dt)^2 + a^2(t)[(d\chi)^2 + \sin^2\chi((d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\varphi)^2)]$.

Тогда для случая $Y\equiv$ (X,X)=C=constможно аналитический решить уравнения (2), (3), (2) и для масштабного фактора получаем решение описывающее пространство де Ситтера $a(t) = \sqrt{C}ch(t/\sqrt{C})$, $\quad\Lambda = \frac{3}{2C^2}$, $\quad\Lambda_{e\ f} = \frac{3}{C}$. Представляет интерес получение решений уравнений (2), (4), (2) для второго калибровочного случая, в присуствии материи в виде идеальной жидкости, с уравнением состояния $\varepsilon - 3p \equiv \mu = -4\frac{\delta}{w}$, $\quad\varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{a^4}$, $\quad$ где $\varepsilon_0 = const$, $\quad\delta = const$, $\quad\xi = -\frac{1}{12}(1+\delta)$и при $\delta = 0$ реализуется конформная инвариантность.

Тогда уравнений (2), (4) можно свести к следующим уравнениям:

$$\dot{Z} = -\frac{b}{\dot{b}}(2 + \frac{1}{6\xi}\tilde{\Lambda}Z^\rho) - \frac{w_\varepsilon}{6\xi b^3\dot{b}} - Z(\frac{\dot{b}}{b} + \frac{1}{b\dot{b}}), \tag{3}$$

$$\ddot{b} + \frac{\dot{b}^2}{b} = -\frac{\rho}{6\xi}\tilde{\Lambda}Z^{\rho-1}b - \frac{1}{b}, \tag{4}$$

Где введены безразмерные переменные: $\tilde{Z} = Y/t_0^2$, $\quad b = a/t_0$, $\quad\tilde{\Lambda} = \Lambda t_0^4$, $\quad w_\varepsilon = w\varepsilon_0/t_0^4$. Точка означает производную по переменной $x = t/t_0$. t_0 -характерный масштаб порядка возраста Вселенной. Рассмотрим решение системы дифференциальных уравнений (3), (4) с использованием пакета "maple".

```
I) > restart;
> kk:=1; dk:=0.01; xi:=-1/12-dk/12; ro:=2; B:=1; lam:=(3/2)*0.001; t_0:=0.1;
> a_0:=.4358898943540673552236982;a1_0:=2.0647416048350558931648 86;
> t_1:=1; we0:=2.5; y_0:=-14.52547465279252319046762;
> c1:=diff(a(t),t)=a1(t);c2:= diff(a1(t),t) = -((a1(t))^2)/a(t) - (ro*lam/(6*xi))*a(t)*((y(t))^(ro-1))-kk/a(t):
> c3:=diff(y(t),t)= -(a(t)/a1(t))*(2*B+(lam/(6*xi))*(y(t))^ro)-
-we0/(6*xi*a1(t)*(a(t))^3)-(y(t)/a(t))*(a1(t)+kk/a1(t)):
> with(DEtools):
> nsob:=dsolve({c1,c2,c3,a(t_0)=a_0,a1(t_0)=a1_0 ,y(t_0)=y_0}, {a(t),a1(t),y(t)},type=numeric,
method=rkf45, relerr=0.0000000001, abserr=0.00000000001, output=listprocedure);
> nsob(1.652148);
> a:= subs(nsob,a(t));y:=subs(nsob,y(t));a1:=subs(nsob,a1(t));
> evalf(a(0.5));c:=1.652148;
> f1:=evalf(abs(-a(c)*(2*B+1/6*lam*y(c)^ro/xi)/a1(c)-
-1/6*we0/(xi*a1(c)*a(c)^3)-y(c)*(a1(c)+kk/a1(c))/a(c))):
> for x from 1.6 to 1.7 by 0.000001 do if abs(-a(x)*(2*B+1/6* lam*y(x)^ro/xi)/a1(x)-
-1/6*we0/(xi*a1(x)*a(x)^3)-y(x)* (a1(x)+kk/a1(x))/a(x))< 0.00001 then print(x00=x);end if;end
do:
> C1:=y(c);
> plot([t,sqrt(C1)*cosh(t/sqrt(C1)),t=c..6],color=black):
> with(plots,odeplot):
> p1:=plot([t,sqrt(C1)*cosh(t/sqrt(C1)),t=c..6],color=black):
> p2:=odeplot(nsob,[t,a(t)],t=0.01..5.8,numpoints=2000,color=green,
> style=line,title="a(x)"):
> plots[display]({p1,p2});
odeplot(nsob,[t,y(t)],t=0.1..5.8,numpoints=2000,color=green,axes=FRAME,
labels=[t,y],style=line,title="y(x)");
> odeplot(nsob,[t,-a(t)*(2*B+1/6*lam*y(t)^ro/xi)/a1(t)-1/6*we0/(xi*a1(t)*a(t)^3)-
-y(t)*(a1(t)+kk/a1(t))/a(t)], 0.1..5.8,numpoints=2000,color=green,axes=FRAME, labels=[t,dy],
style=line, title="y(x)");
```

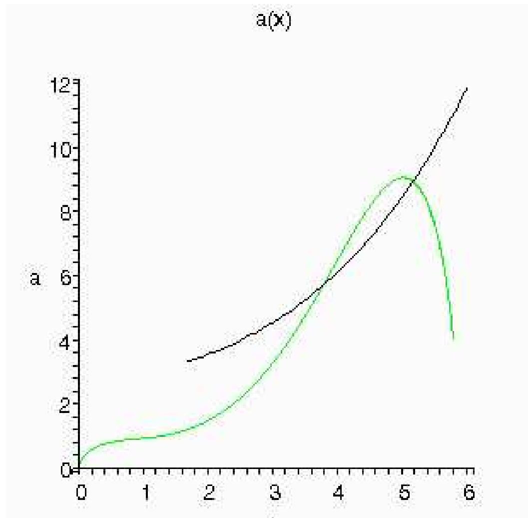


Рис.1.

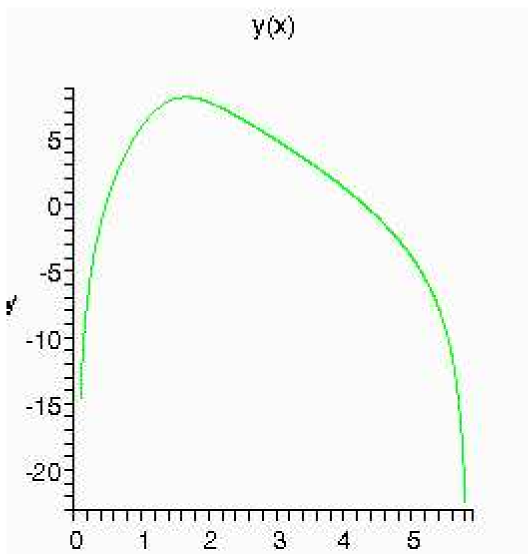


Рис.2.

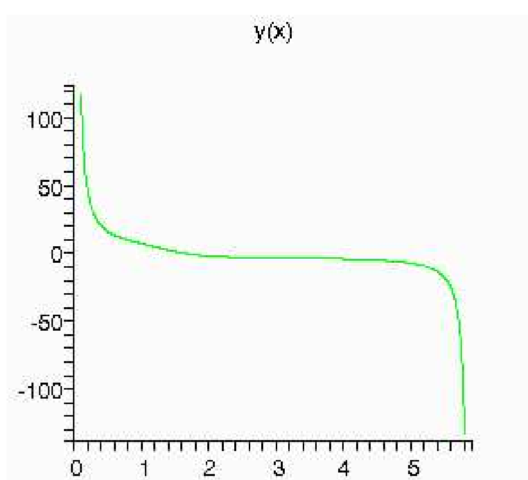


Рис.3.

II)> restart; > with(plots):

```
> w:=5*10^(1); dk:=0.01; t_0:=0.7*10^28; e0:=10^(112); B:=+1; AA0:=3*B*Pi; A0:=AA0;
we0:=2.5;
> a:=x->sqrt(x*(2-x));
> plot([x,a(x),x=0..2],axes=boxed);
> y:=x->B*3*(1-x)/sqrt(x*(2-x))*(arcsin(sqrt(x*(2-x))))+
+x*(2-x)-(A0)*(1-x)/sqrt(x*(2-x))+2*we0/(1+dk)-3*B;
> Fn:=plot([x,y(x),x=0.1..1],axes=boxed,color=black):
> Gk:=plot([x,yy1(x),x=1..2],axes=boxed,color=red):
display({Fn,Gk},axes=boxed,scaling=unconstrained,labels=[t,y],title=`Y-analitic`);
>a_0:=evalf(a(0.1),25);y_0:=evalf(y(0.1),25); a1_0:=evalf(a1(0.1),25);
```

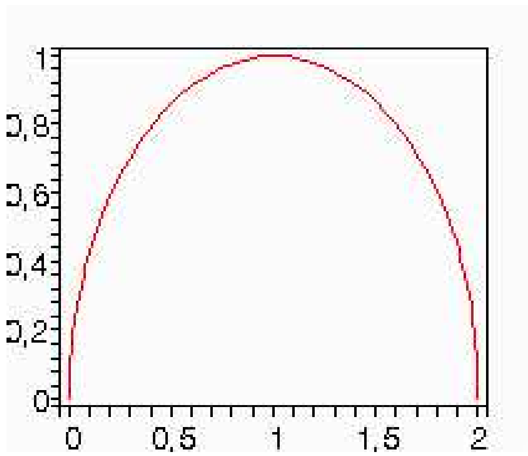
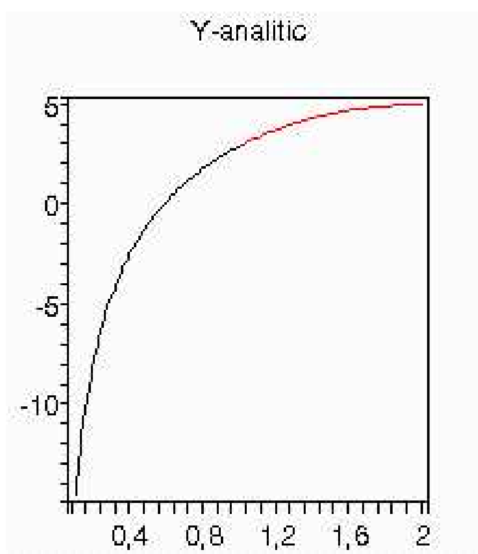


Рис.4.

для $x \leq 1$,

для$1 \leq x \leq 2$.



Здесь на рисунках 1 и 2 приведены графики численного решения рассматриваемых уравнений для переменных a(t) и y(t), а на рис 3 –график производной функции y(t).

Отметим, что при $\Lambda = 0$, система уравнений решается аналитический. Эти решения имеют вид (9) и их графики приведены на рис. 4, 5 . Заметим что программой “maple” получить эти правильные решения не удается. Это связана по-видимому с тем, что программа рассчитывая интегралы по комплексной области, неправильно выбирает точки ветвления в вещественной области. Точные решения (10) взяты в качестве начальных значений для численного решения системы. Существует точное решение рассматриваемых уравнений в случае $Y \equiv$ (X,X)=C=$\sqrt{\frac{3}{2\Lambda}}$, $\varepsilon = 0$, где $a(t) = \sqrt{C}ch(\frac{t}{\sqrt{C}})$. Для сравнения с приближенным решением на рис.2 приведен график этой функции.

Если считать (в планковских единицах), что "постоянная"Хаббла $H = (3 \cdot 10^{17})^{-1} c^{-1}$ и что

нашей эпохе соответствует время $t_0 \sim \sqrt{C}$, отсюда получаем значение $\sqrt{C} \sim 7.2 \cdot 10^{27} cm$. Подставляя в (6) полученное значения находим $\Lambda_{ef} \sim 10^{-56} cm^{-2}$, к чему в энергетических единицах соответствует значение $\Lambda_{ef} = 10^{-464}$. Этот результат

близок к оценкам (соответствующих наблюдательным данным) , сделанным

в работе [2], где авторы приводят доводы в пользу существования в природе ненулевой космологической постоянной. Приравнивая $G_{ef} = 10^{-66} cm^2$, получаем $w = 10^{-10} cm^4$.

Литература

1. Randall L, Sundrum R Phys. Rev. Lett. 83 4690 (1999).
2. Sahni V, Starobinsky A Int. J. Mod. Phys. D 9 373 (2000);astro-ph/ 9904398.