СОЗДАНИЕ ПОЛЬЗОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЦЕДУР ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФИГУР В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MAPLE

Агеева Н.Р., Игнатьев Ю.Г.

E-mail: ageeva-nat@mail.ru, ignatev_@rambler.ru

Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет, Казань

Аннотация. *В статье описывается процесс создания процедуры преобразования фигур в трехмерном пространстве средствами пакета Maple.*

Creation of user procedures of figures transformations in a three-dimensional Euclid space by package Maple

Ageeva N.R., Ignatyev Yu.G

Abstract. *In this article the procedures creation of transformation figures in the three-dimensional space by the tools of Maple system are described.*

Согласно современной концепции высшего образования вузовские курсы должны содержать обязательную, базовую, часть и необязательную, которая определяется научно-методическим потенциалом вуза и реализуется в виде факультативов и курсов по выбору. При этом наблюдается тенденция сокращения базовой части и сведения ее к некоторому общеобразовательному минимуму (при сохранении требований к итоговой аттестации), содержащему лишь основные определения и понятия дисциплины. Но вместе с тем расширяется необязательная, вариативно-факультативная часть, которая теперь не ограничена жесткими рамками и определяется профессионализмом и компетентностью преподавателей. Такая ситуация, с одной стороны, увеличивает нагрузку на студентов, которые в сжатые сроки должны овладеть материалом базового курса, с другой стороны, на преподавателей, вынуждая их к постоянной переработке и обновлению курсов, а также поиску эффективных учебно-методических средств обучения. Положительным же моментом здесь может явиться более глубокое и профессиональное овладение дисциплиной. В связи с этим актуальной становится задача нахождения эффективных форм изучения дисциплины и демонстрационно-методического ее сопровождения. Решение подобных сложных многоцелевых задач возможно, на наш взгляд, только методами современных информационных технологий, в которых для каждой группы дисциплин необходимо выделить базовый компонент.

В сфере естественно-научных дисциплин таким интегрирующим компонентом могут явиться пакеты компьютерной математики. Последние позволяют производить символьные вычисления, демонстрируя при этом законы математической логики и возможности графического представления математических моделей. По нашему представлению, для реализации этих целей наиболее оптимален пакет Maple, который обладает простым интерфейсом и замечательными графическими возможностями.

В сложившихся условиях рядовому преподавателю, профессионально не владеющему методами информационных технологий и компьютерной математики, решение даже стандартных демонстрационно-методических задач сопряжено с непреодолимыми трудностями. И это обстоятельство может оказаться роковым для идеи внедрения информационных технологий в образовательную среду. Выход из создавшегося положения может быть найден на пути создания библиотек пользовательских процедур, профессионально ориентированных на задачи конкретной дисциплины.

Пакет символьной математики Maple позволяет создавать подобные собственные библиотеки, включающие процедуры построения математических моделей, обращение к которым позволило бы быстро, не вникая в детали программирования, создать демонстрационно-методическую базу для конкретного курса. В процессе разработки такой базы преподаватель может использовать многопараметрические процедуры библиотеки, конкретизируя собственные параметры и, тем самым, создавая качественный авторский инструментарий для решения соответствующих учебно-методических задач. Такой подход к построению курсов дисциплин позволит раскрыть творческий потенциал преподавателей и даже углубить его собственные знания предмета.

Опишем процесс создания процедур преобразования фигур в трехмерном пространстве. Имеющиеся в Maple процедуры преобразования (например, rotate) при решении некоторых задач оказываются неудобными в связи с недостаточным количеством свободных параметров, с одной стороны, а с другой — излишне формализованным заданием преобразований (с помощью углов Эйлера). Поэтому возникает необходимость в создании собственной процедуры, которая оказалась бы пригодной для решения большего числа задач и удобной для пользователя. Геометрически наглядным является задание параметров поворота с помощью отклонения единичного вектора относительно оси OZ, определяемого двумя углами θ и ψ сферической системы координат. Связь этих углов с углами Эйлера показана на рис.1.

Таким образом, имеем $\psi = \frac{\pi}{2} + \alpha$, где $\alpha = \phi$ — обычный полярный угол сферической системы координат. Если единичный вектор имеет координаты (l,m,n), то его можно получить из единичного вектора (0,0,1), полагая:

$$1 = [\sin(\theta)\cos(\alpha), \sin(\theta)\sin(\alpha), \cos(\theta)] \quad .$$

Рис.1

Пусть исходный отрезок задан началом [x0,y0,z0] и концом [x,y,z]. Его длина равна:

$$L = \sqrt{(x - x0)^2 + (y - y0)^2 + (z - z0)^2},$$

а единичный вектор будет иметь координаты: l = (x-x0)/L, m = (y-y0)/L, n = (z-z0)/L. Таким образом,

$$\cos(\theta) = \frac{z - z0}{L}, \quad \sin(\theta) = \sqrt{1 - \frac{(z - z0)^2}{L^2}}$$

— заметим, что

всегда неотрицателен по смыслу этого угла. Далее, решая, найдем:

$$\sin(\alpha) = \frac{y - y0}{\sqrt{L^2 - (z - z0)^2}}, \quad \cos(\alpha) = \frac{x - x0}{\sqrt{L^2 - (z - z0)^2}}.$$

Таким образом, всю информацию об Эйлеровых углах мы точно восстановим. Это позволяет нам создать процедуру графического отображения фигуры. Параметры движения определим из общих формул движения:

$$x = (\cos(\alpha)\cos(\gamma) - \sin(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma))x' - (\cos(\alpha)\sin(\gamma) + \sin(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma))y' +$$
$$+ \sin(\alpha)\sin(\beta)z',$$

$$y = (\sin(\alpha)\cos(\gamma) + \cos(\alpha)\cos(\beta)\sin(\gamma))x' - (\sin(\alpha)\sin(\gamma) - \cos(\alpha)\cos(\beta)\cos(\gamma))y' -$$
$$- \cos(\alpha)\sin(\beta)z',$$

$$z = \sin(\beta)\sin(\gamma)x' - \sin(\beta)\cos(\gamma)y' + \cos(\beta)z'.$$

В соответствии с приведенными формулами создаем процедуру преобразования. Причем, подобные процедуры строятся для поверхности (линии), заданной как общим, так и параметрическими уравнениями. Далее строится процедура, с помощью которой устанавливаем связь углов Эйлера с углами θ и ψ, т. е. находим $\sin(\theta)$, $\cos(\theta)$, $\sin(\psi)$, $\cos(\psi)$. Таким образом, чтобы преобразовать геометрическую фигуру достаточно задать лишь два угла θ и ψ. Последние, в свою очередь, могут служить параметрами анимации для получения анимационных моделей движения геометрических фигур в трехмерном пространстве.

Таким образом, основными этапами преобразования фигуры являются:

1. построение математической модели геометрической фигуры с помощью системы уравнений и неравенств;
2. действие на входные параметры модели фигуры процедурами преобразования, связанными с двумя углами θ и ψ сферической системы координат;
3. для построения анимационной модели движения — использование указанных углов в качестве параметров анимации.

На рисунках показаны поворот винтовой линии и поворот сферы.

Литература

1. Игнатьев Ю. Г. Аналитическая геометрия. Часть I. Электронное учебное пособие. ТГГПУ, 2005
2. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: Учебное пособие под ред. проф. Игнатьева Ю. Г. — Казань: ТГГПУ, 2005
3. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. — СПб.: БХВ-Петербург, 2001
4. Дьяконов В. Maple 7: Учебный курс. — СПб.: Питер, 2002
5. Ильин В. А., Позднняк Э. Г. Аналитическая геометрия. — М.: Наука, 1971