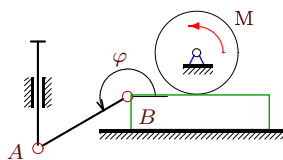


# Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

## Задача D-13.1.

Стержень  $AB$  длиной 5 м массой 2 кг соединяет поршень и движущийся брусок. Брусок вращает цилиндр радиуса 2 м. К цилиндру приложен момент 50 Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = -0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ c}^{-1}$ .

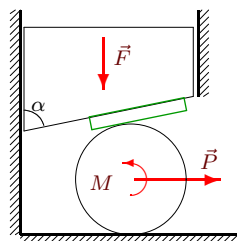
Голубовская Диана



## Задача D-13.2.

Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0,8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 27 кг, прессы — 8 кг. К прессу приложена сила  $F = 320$  Н, к цилиндру — момент  $M = 22$  Нм и сила  $P = 22$  Н. Найти ускорение прессы.

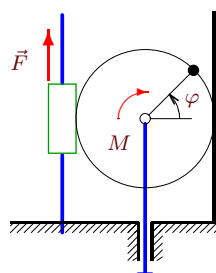
Догих Дарья



## Задача D-13.3.

Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 12$  Нм, к муфте — сила  $F = 2$  Н. Масса диска 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ c}^{-1}$ .

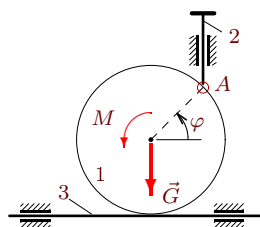
Звягинцева Алёна



## Задача D-13.4.

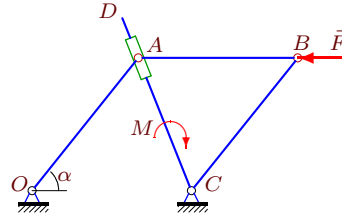
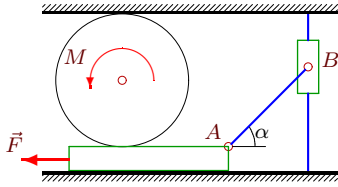
Однородный диск 1 массой 3 кг радиуса  $R = 0.7$  м шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 3 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 3$  Н и момент  $M = 44.1$  Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ .

Кирьянов Иван

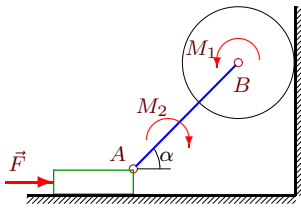


**Задача D-13.5.***Кобалля Давид*

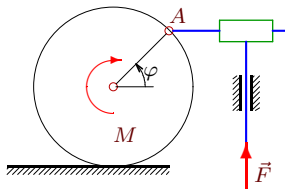
Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 64$  Нм, к точке  $B$  параллельно  $OC$  приложена сила  $F = 15$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $AB$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача D-13.6.***Колобанова Виктория*

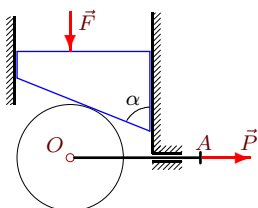
Стержень  $AB = 2$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 1 м катится по плоскости и по бруску. Масса цилиндра равна 24 кг, муфты — 9 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 2$  Нм,  $F = 1$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача D-13.7.***Косарева Елена*

Брусок массой 3 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 3 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 2 м приложен момент  $M_1 = 20$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 84$  Нм, к бруску сила  $F = 30$  Н. Масса диска равна 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача D-13.8.***Ландыж Владислав*

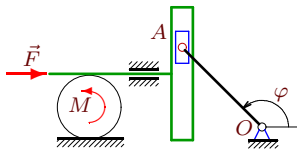
Цилиндр радиусом 1 м и массой 6 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 127$  Нм, к штоку — сила  $F = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = -1$  с<sup>-1</sup>.

**Задача D-13.9.***Мамонова Дарья*

Цилиндр массой 2 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клино движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На шток действует сила  $P = 16$  Н, на клин массой 1 кг — сила  $F = 170$  Н; масса штока 9 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/4$ .

**Задача D-13.10.**

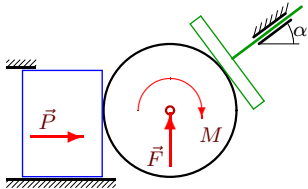
*Матвеев Александр*



Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  массой  $3$  кг скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 4$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 7$  Н, к цилиндру — момент  $M = 28$  Нм. Масса кулисы со штоком равна  $10$  кг. Радиус цилиндра  $2$  м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 4$  с $^{-1}$ .

**Задача D-13.11.**

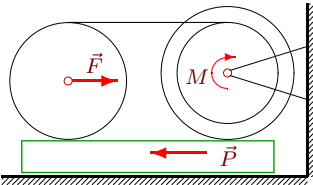
*Молчанов Леонид*



Цилиндр радиусом  $1$  м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 6$  Н и момент  $M = 6$  Нм, к грузу — сила  $P = 30$  Н. Масса груза равна  $2$  кг, поршня —  $4$  кг;  $\sin \alpha = 3/5$ . Найти ускорение груза.

**Задача D-13.12.**

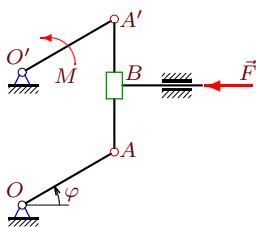
*Мясников Максим*



Цилиндр катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Цилиндр и блок с неподвижной осью с внешним радиусом  $4$  см и внутренним  $2$  см связаны нитью. Радиус инерции блока  $3$  см. Масса цилиндра равна  $2$  кг, блока —  $1$  кг. К цилиндру приложен момент  $M = 0.81$  Нм, к оси блока — сила  $F = 81$  Н, к бруску — сила  $P = 30$  Н. Найти ускорение бруска.

**Задача D-13.13.**

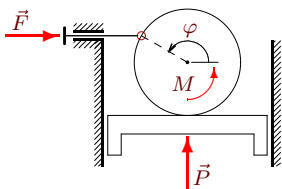
*Опашко Александр*



Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной  $1$  м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 36$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 52$  Нм. Масса штока с муфтой равна  $8$  кг, стержня  $OA$  —  $9$  кг, стержня  $AA'$  —  $4$  кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 3$  с $^{-1}$ .

**Задача D-13.14.**

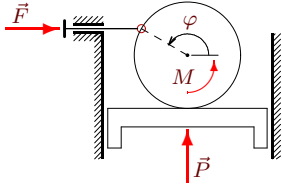
*Павлов Алексей*



Цилиндр радиусом  $1$  м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 209$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 6$  Н — к поршню,  $F = 3$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна  $10$  кг, поршня —  $11$  кг, штока —  $7$  кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с $^{-1}$ .

**Задача D-13.15.**

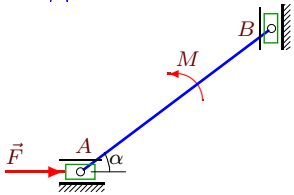
*Подлесных Всеволод*



Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 167$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 9$  Н — к поршню,  $F = 4$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 10 кг, штока — 5 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 3 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача D-13.16.**

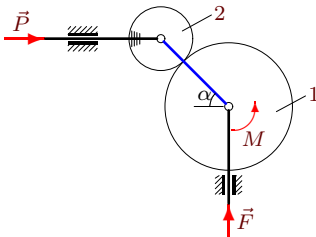
*Попов Максим*



Ползуны  $A$  и  $B$  массой 3 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 5 кг. К стержню приложен момент  $M = 64$  Нм, к ползуну  $A$  — сила  $F = 10$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

**Задача D-13.17.**

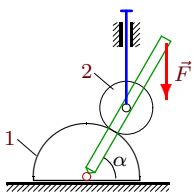
*Рудь Анатолий*



Диски 1 и 2 имеют одинаковую массу 0.2 кг, находятся в зацеплении друг с другом и закреплены на стержнях, которые скользят во взаимно перпендикулярных направляющих. Диск 1 закреплен на стержне шарнирно, диск 2 — жестко. Оси дисков соединяет стержень массой 2.1 кг. К диску 1 приложен момент  $M = 30$  Нм, к стержням, на которых закреплены диски, приложены силы  $P = F = 3$  Н. Даны радиусы:  $r_1 = 2$  м,  $r_2 = 1$  м. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\alpha = \pi/4$ .

**Задача D-13.18.**

*Рябов Максим*

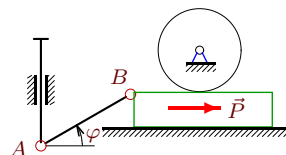


Полуцилиндр массой 10 кг радиусом 1 м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой 10 кг радиусом 50 см, шарнирно закрепленный на штоке. На оси диска и полуцилиндра надета планка длиной 3 м, к концу которой приложена сила  $F = 45$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/3$ .

**Задача D-13.19.**

*Сорокин Никита*

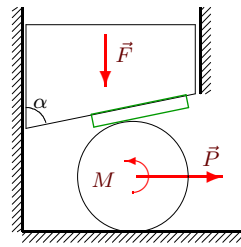
Стержень  $AB = 3$  м соединяет поршень массой 4 кг и движущийся брусок. Брусок вращает цилиндр радиуса 2 м массой 8 кг. К бруску приложена сила  $P = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .



**Задача D-13.20.**

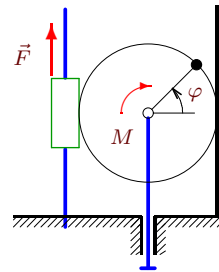
Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0,8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса пластины 10 кг, прессы — 3 кг. К прессу приложена сила  $F = 67$  Н, к цилиндру — момент  $M = 26$  Нм и сила  $P = 26$  Н. Найти ускорение прессы.

Сучков Павел

**Задача D-13.21.**

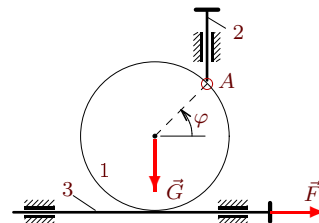
Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 10$  Нм, к муфте — сила  $F = 2$  Н. Масса диска 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0,6$ ,  $\dot{\varphi} = 1$  с<sup>-1</sup>.

Трушкина Elizaveta

**Задача D-13.22.**

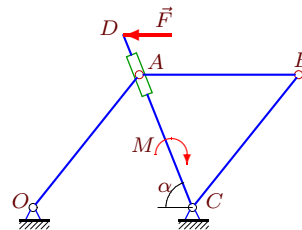
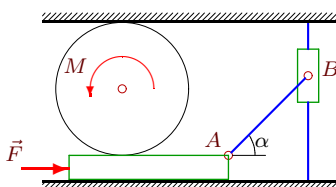
Однородный диск 1 массой 3 кг радиуса  $R = 0,9$  м шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 3 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 4$  Н, к штоку 3 — сила  $F = 162$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0,8$ .

Федорова Кристина

**Задача D-13.23.**

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 52$  Нм, к точке  $D$  параллельно  $OC$  приложена сила  $F = 10$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $AB$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0,6$ .

Филлимонов В.А.

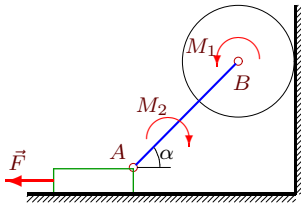
**Задача D-13.24.**

Харизин Павел

Стержень  $AB = 1$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 1 м катится по плоскости и по бруску. Масса бруска равна 2 кг, муфты — 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 4$  Нм,  $F = 18$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0,8$ .

**Задача D-13.25.**

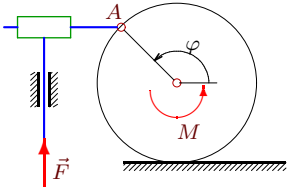
*Цой Алексей*



Брусок массой 9 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 3 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 10$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 192$  Нм, к бруску сила  $F = 15$  Н. Масса диска равна 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача D-13.26.**

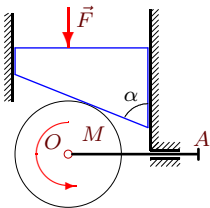
*Чичкань Иван*



Цилиндр радиусом 1 м и массой 2 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 89$  Нм, к штоку — сила  $F = 20$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.

**Задача D-13.27.**

*Шакиров Владислав*



Цилиндр радиусом 0,5 м массой 3 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 2 кг действует сила  $F = 508$  Н; масса штока 9 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 28$  Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/3$ .

**Ответы.**  
**Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)**

20.04.2015

$$T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \sin^2 q)$$

\*)  $T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \cos^2 q + C \sin q)$ .

№	уск.	уск.(числ)	Q	Q <sub>числ</sub>	A	A <sub>числ</sub>	B	C		
1	-9/2	-4.5	-75	-75	50/3	16.67	—	—		Голубо
2	-4		-320		80	80	—		Догих Дарья	
3	-4	-4	-16			26	-20		Звягинцева Алёна	
4	20		441/10	44.1	441/200	2.2	—		Кириянов Иван	
5	-12	-12	-20	-20	5/3	1.67	—		Кобалия Давид	
6	0		0		36	—	—		Колобанова Виктория	
7	-2		-54		27		0		Косарева Елена	
8	-3		-115		29	—	20		Ландык Владислав	
9	-11		-154	—	14	—	0		Мамонова Дарья	
10	-10		0	—	48	—	160		Матвеев Александр	
11	5		30		6	—			Молчанов Леонид	
12	-24			-30	5/4	1.25	—		Мясников Максим	
13	4			83.18	7	—	8		Опашко Александр	
14	5			215	29		14	14*	Павлов Алексей	
15	5			175	25		5	10*	Подлесных Всеволод	
16	15	-		70		4.67	-	-	Попов Максим	
17	5	-		45		9	-	-	Рудь Анатолий	
18	2	-		-67.5		33.75	-	-	Рябов Максим	
19	-1	-1	-36	-36	36		—		Сорокин Никита	
20	-1		-67		67	67	—		Сучков Павел	
21	-2	-2	-14			26	-20		Трушкина Елизавета	
22	72		6561/25	262.44	729/200	3.65	—		Федорова Кристина	
23	-12	-12	-20	-20	5/3	1.67	—		Филимонов В.А.	
24	8		16		2	—	—		Харизин Павел	
25	-3		-243		81		0		Цой Алексей	
26	3		73		23	—	20		Чичкань Иван	
27	-9		-396	—	44	—	0		Шакиров Владислав	

D-13 файл o13ddsA