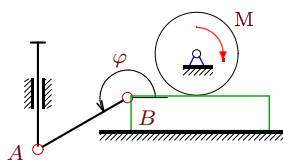


# Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

## Задача D-13.1.

Стержень  $AB$  длиной 3 м соединяет поршень массой 1 кг и движущийся брусок массой 1 кг. Брусок вращает цилиндр радиуса 1 м. К цилиндру приложен момент 30 Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = -0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

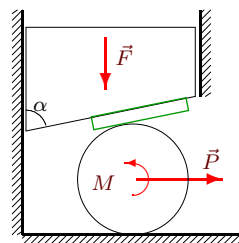
Абзалетдинов Вялит



## Задача D-13.2.

Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра 9 кг, пластины — 10 кг. К прессу приложена сила  $F = 176$  Н, к цилиндру — момент  $M = 5$  Нм и сила  $P = 5$  Н. Найти ускорение прессы.

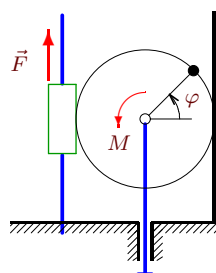
Аванесян Роман



## Задача D-13.3.

Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободу диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 34$  Нм, к муфте — сила  $F = 1$  Н. Масса муфты 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

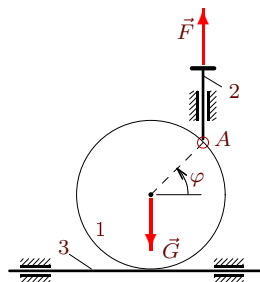
Агибалов Владимир



## Задача D-13.4.

Однородный диск 1 массой 1 кг радиуса  $R = 0.4$  м шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 1 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 3$  Н, к штоку 2 — сила  $F = 12$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ .

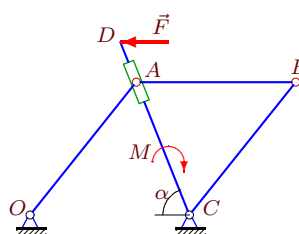
Бельшева Екатерина



## Задача D-13.5.

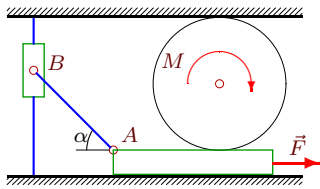
Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 3 м;  $OA = 2$  м. На кулису действует момент  $M = 70$  Нм, к точке  $D$  параллельно  $OC$  приложена сила  $F = 15$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $BC$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение кулисы при  $\sin \alpha = 0.8$ .

Богданова Марианна



**Задача D-13.6.**

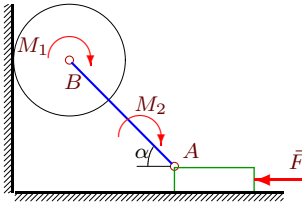
*Борзых Анастасия*



Стержень  $AB = 1$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 2 м катится по плоскости и по бруску. Масса стержня равна 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 4$  Нм,  $F = 11$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача D-13.7.**

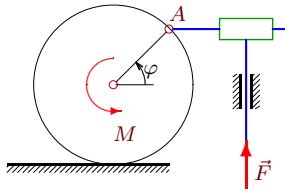
*Буланова Алина*



Брусок массой 3 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 2 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 5$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 32$  Нм, к бруску сила  $F = 10$  Н. Масса диска равна 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

**Задача D-13.8.**

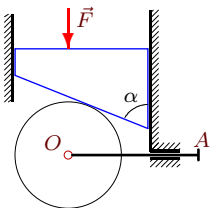
*Гуреева Анастасия*



Цилиндр радиусом 2 м и массой 2 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 5 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 228$  Нм, к штоку — сила  $F = 10$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = -1$  с<sup>-1</sup>.

**Задача D-13.9.**

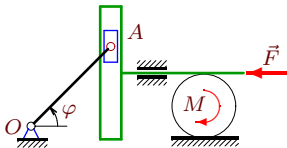
*Данилов Василий*



Цилиндр массой 1 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 2 кг действует сила  $F = 30$  Н; масса штока 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/6$ .

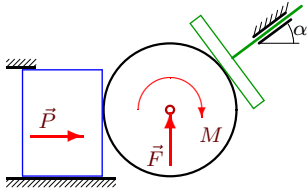
**Задача D-13.10.**

*Ермаков Дмитрий*



Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 2$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 14$  Н, к цилиндру — момент  $M = 28$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 3 кг, масса однородного цилиндра — 16 кг. Радиус цилиндра 1 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = \pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 3$  с<sup>-1</sup>.

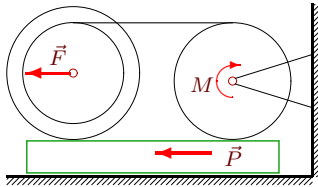
**Задача D-13.11.**



*Иванова Елизавета*

Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 8$  Н и момент  $M = 8$  Нм, к грузу — сила  $P = 16$  Н. Масса груза равна 1 кг, поршня — 3 кг;  $\sin \alpha = 3/5$ . Найти ускорение груза.

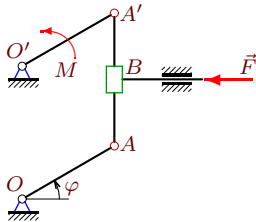
**Задача D-13.12.**



*Игошина Татьяна*

Блок с внешним радиусом 7 см и внутренним 5 см катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Радиус инерции блока 6 см. Масса цилиндра равна 2 кг, бруска — 1 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 0.6$  Нм, к оси блока — сила  $F = 164$  Н, к бруску — сила  $P = 70$  Н. Найти ускорение бруска.

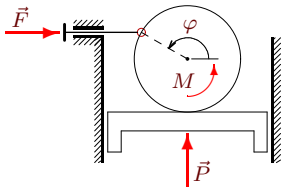
**Задача D-13.13.**



*Козлова Светлана*

Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной 1 м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 32$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 132$  Нм. Масса штока с муфтой равна 16 кг, стержня  $AA'$  — 10 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

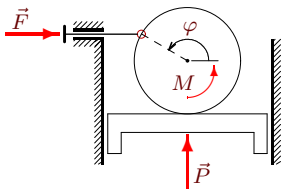
**Задача D-13.14.**



*Коннов Сергей*

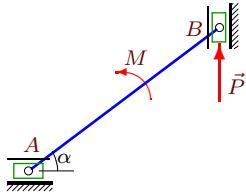
Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 298$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 23$  Н — к поршню,  $F = 5$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 16 кг, штока — 5 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача D-13.15.**

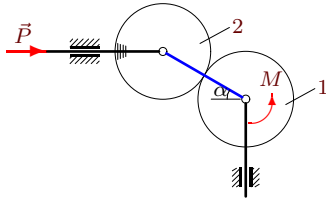


*Коротченков Максим*

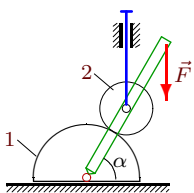
Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 35$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 29$  Н — к поршню,  $F = 3$  Н — к штоку. Масса цилиндра равна 14 кг, штока — 5 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 4 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача D-13.16.***Кочнев Игорь*

Ползуны  $A$  и  $B$  массой  $2$  кг каждый соединены стержнем длиной  $1$  м массой  $5$  кг. К стержню приложен момент  $M = 10$  Нм, к ползуну  $B$  — сила  $P = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

**Задача D-13.17.***Кочнева Елена Павловна*

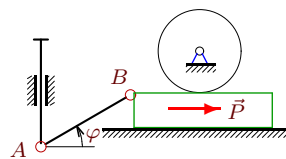
Диски 1 и 2 имеют одинаковую массу  $3$  кг, находятся в зацеплении друг с другом и закреплены на стержнях, которые скользят во взаимно перпендикулярных направляющих. Диск 1 закреплен на стержне шарнирно, диск 2 — жестко. Оси дисков соединяет стержень массой  $4.5$  кг. К диску 1 приложен момент  $M = 320$  Нм, к стержню, на котором закреплен диск 2, приложена сила  $P = 80$  Н. Даны радиусы:  $r_1 = r_2 = 2$  м. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\alpha = \pi/6$ .

**Задача D-13.18.***Крупинин Андрей*

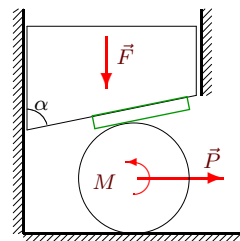
Полуцилиндр массой  $10$  кг радиусом  $1$  м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой  $10$  кг радиусом  $50$  см, шарнирно закрепленный на штоке. На оси диска и полуцилиндра надета планка длиной  $3$  м, к концу которой приложена сила  $F = 45$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/3$ .

**Задача D-13.19.***Львов Дмитрий*

Стержень  $AB = 5$  м соединяет поршень массой  $5$  кг и движущийся брусок. Брусок вращает цилиндр радиуса  $2$  м массой  $10$  кг. К бруску приложена сила  $P = 50$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача D-13.20.***Миронова Дарья*

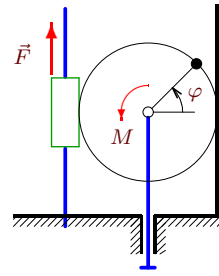
Между цилиндром радиусом  $R = 1$  м и скошенным прессом (призмой) зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности пресса,  $\sin \alpha = 0.8$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Масса цилиндра  $15$  кг, пресса —  $2$  кг. К прессу приложена сила  $F = 252$  Н, к цилиндру — момент  $M = 9$  Нм и сила  $P = 9$  Н. Найти ускорение пресса.



**Задача D-13.21.**

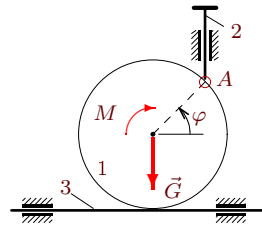
Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 5 кг. К диску приложен момент  $M = 76$  Нм, к муфте — сила  $F = 8$  Н. Масса муфты 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

Мягков Влад

**Задача D-13.22.**

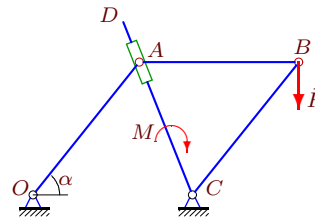
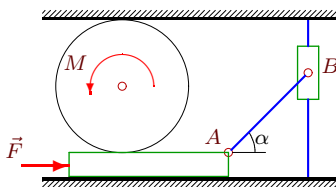
Однородный диск 1 массой 4 кг радиуса  $R = 0.7$  м шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 4 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 6$  Н и момент  $M = 117.6$  Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.8$ .

Плетнев Никита

**Задача D-13.23.**

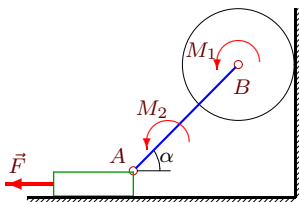
Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 3 м;  $OA = 2$  м. На кулису действует момент  $M = 87$  Нм, к точке  $B$  перпендикулярно  $OC$  приложена сила  $F = 15$  Н. Масса кулисы равна 1 кг, стержня  $OA$  — 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение кулисы при  $\sin \alpha = 0.8$ .

Помогаев Александр

**Задача D-13.24.**

Стержень  $AB = 2$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 2 м катится по плоскости и по бруску. Масса стержня равна 3 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 8$  Нм,  $F = 8$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

Фурсов Виктор

**Задача D-13.25.**

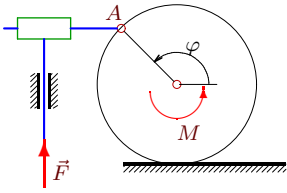
Брусок массой 6 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 2 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 1 м приложен момент  $M_1 = 5$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 46$  Нм, к бруску сила  $F = 25$  Н. Масса диска равна 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

Хрипун Анна

**Задача D-13.26.**

*Черникова И.*

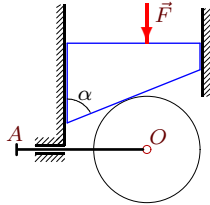
Цилиндр радиусом 1 м и массой 8 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 75$  Нм, к штоку — сила  $F = 5$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2$  с<sup>-1</sup>.



**Задача D-13.27.**

*Чичекин И.*

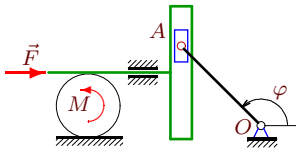
Цилиндр массой 2 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 5 кг действует сила  $F = 24$  Н; масса штока 3 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/6$ .



**Задача D-13.28.**

*Шеповаленко Ангелина*

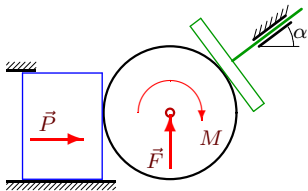
Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  массой 4 кг скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 4$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 4$  Н, к цилиндру — момент  $M = 16$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 17 кг. Радиус цилиндра 2 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 5$  с<sup>-1</sup>.



**Задача D-13.29.**

*Грачев Максим*

Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 9$  Н и момент  $M = 9$  Нм, к грузу — сила  $P = 18$  Н. Масса поршня равна 5 кг, однородного цилиндра — 8 кг, груза — 2 кг;  $\sin \alpha = 4/5$ . Найти ускорение груза.



D-13

**Ответы.**

**Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)**

23-Апр-17

$$T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \sin^2 q)$$

\*)  $T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \cos^2 q + C \sin q)$ .

| №  | уск. | уск.(числ) | $Q$    | $Q_{\text{числ}}$ | $A$    | $A_{\text{числ}}$ | $B$ | $C$ |                        |
|----|------|------------|--------|-------------------|--------|-------------------|-----|-----|------------------------|
| 1  | 8    | 8          | 72     | 72                | 9      |                   | —   |     | Абзалетдинов Вялит     |
| 2  | -2   |            | -176   |                   | 88     | 88                | —   |     | Аванесян Роман         |
| 3  | 2    | 2          | 32     |                   |        | 24                | -20 |     | Агибалов Владимир      |
| 4  | 16   |            | 96/25  | 3.84              | 6/25   | 0.24              | —   |     | Бельшева Екатерина     |
| 5  | -3   | -3         | -17    | -17               | 17/6   | 2.83              | —   |     | Богданова Марианна     |
| 6  | -3   |            | -6     |                   | 2      | —                 | —   |     | Борзых Анастасия       |
| 7  | 3    |            | 36     |                   | 12     |                   | 0   |     | Буланова Алина         |
| 8  | 3    |            | 244    |                   | 52     | —                 | 40  |     | Гуреева Анастасия      |
| 9  | -6   |            | -30    | —                 | 5      | —                 | 0   |     | Данилов Василий        |
| 10 | -9   |            | 0      | —                 | 0      | —                 | 36  |     | Ермаков Дмитрий        |
| 11 | 4    |            | 16     |                   | 4      | —                 |     |     | Иванова Елизавета      |
| 12 | -5   |            | -10    | -10               | 2      | 2                 | —   |     | Игошина Татьяна        |
| 13 | 6    |            |        | 159.71            | 10     | —                 | 16  |     | Козлова Светлана       |
| 14 | 7    |            |        | 52                | 34     |                   | 11  | 10* | Коннов Сергей          |
| 15 | 1    |            |        | 41                | 31     |                   | 9   | 10* | Коротченков Максим     |
| 16 | 6    | -          |        | 22                |        | 3.67              | -   | -   | Кочнев Игорь           |
| 17 | 5    | -          |        | 480               |        | 96                | -   | -   | Кочнева Елена Павловна |
| 18 | 2    | -          |        | -67.5             |        | 33.75             | -   | -   | Крупинин Андрей        |
| 19 | -6/5 | -1.2       | -150   | -150              | 125    |                   | —   |     | Львов Дмитрий          |
| 20 | -6   |            | -252   |                   | 42     | 42                | —   |     | Миронова Дарья         |
| 21 | 8    | 8          | 60     |                   |        | 14                | -10 |     | Мягков Влад            |
| 22 | -40  |            | -588/5 | -117.6            | 147/50 | 2.94              | —   |     | Плетнев Никита         |
| 23 | -9   | -9         | -123/2 | -61.5             | 41/12  | 3.42              | —   |     | Помогаев Александр     |
| 24 | 4    |            | 16     |                   | 4      | —                 | —   |     | Фурсов Виктор          |
| 25 | 0    |            | 0      |                   | 24     |                   | 0   |     | Хрипун Анна            |
| 26 | 2    |            | 72     |                   | 32     | —                 | 20  |     | Черникова И.           |
| 27 | -3   |            | -24    | —                 | 8      | —                 | 0   |     | Чичекин И.             |
| 28 | -17  |            | 0      | —                 | 64     | —                 | 272 |     | Шеповаленко Ангелина   |
| 29 | 1    |            | 18     |                   | 18     | —                 |     |     | Грачев Максим          |

D-13 файл 13dDt-AnsA