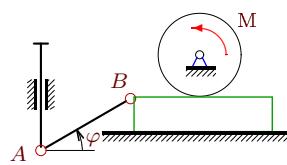


# Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

## Задача D-13.1.

Стержень  $AB$  длиной 3 м соединяет поршень массой 6 кг и движущийся бруском массой 6 кг. Брусков вращает цилиндр радиуса 2 м. К цилиндру приложен момент  $M = 30 \text{ Нм}$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

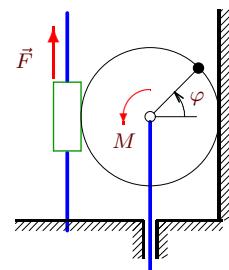
Афанасьева А.



## Задача D-13.2.

Диск радиусом  $R = 1 \text{ м}$ , шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 10 кг. К диску приложен момент  $M = 56 \text{ Нм}$ , к муфте — сила  $F = 2 \text{ Н}$ . Масса штока 3 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

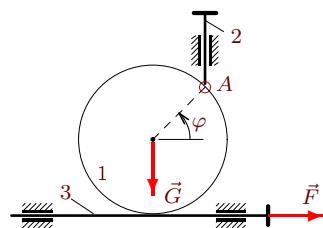
Гузенко П.



## Задача D-13.3.

Однородный диск 1 массой 3 кг радиуса  $R = 0.9 \text{ м}$  шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 3 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 4 \text{ Н}$ , к штоку 3 — сила  $F = 162 \text{ Н}$ . Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.8$ .

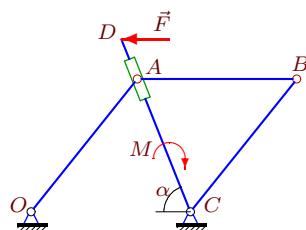
Гусева Настасья



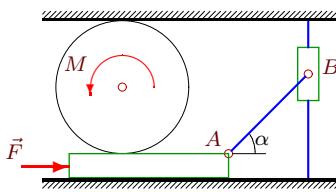
## Задача D-13.4.

Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1 \text{ м}$ . На кулису действует момент  $M = 104 \text{ Нм}$ , к точке  $D$  параллельно  $OC$  приложена сила  $F = 15 \text{ Н}$ . Масса кулисы равна 4 кг, стержня  $AB$  — 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .

Жгун Юлия

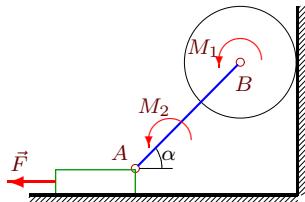


## Задача D-13.5.



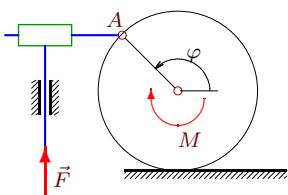
Захаров А.

Стержень  $AB = 1 \text{ м}$  соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и движущийся бруском. Цилиндр радиуса 1 м катится по плоскости и по брускам. Масса стержня равна 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 4 \text{ Нм}$ ,  $F = 8 \text{ Н}$ . Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача D-13.6.**

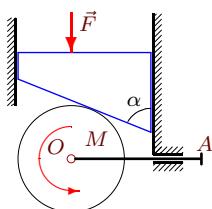
Землянухина Анна

Брускок массой 6 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 3 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 2 м приложен момент  $M_1 = 20$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 66$  Нм, к брускому силы  $F = 20$  Н. Масса диска равна 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.8$ .

**Задача D-13.7.**

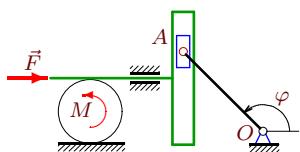
Качалкин Артем

Цилиндр радиусом 2 м и массой 2 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 162$  Нм, к штоку — сила  $F = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача D-13.8.**

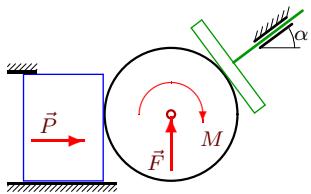
Козлова Маргарита

Цилиндр радиусом 0,5 м массой 3 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по склонной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 4 кг действует сила  $F = 375$  Н; масса штока 6 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 29$  Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/3$ .

**Задача D-13.9.**

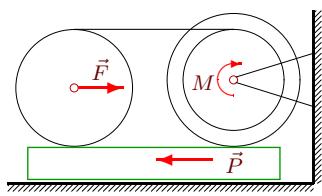
Колесников Глеб

Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  массой 4 кг скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 3$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 12$  Н, к цилиндру — момент  $M = 24$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 17 кг. Радиус цилиндра 1 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 5 \text{ с}^{-1}$ .

**Задача D-13.10.**

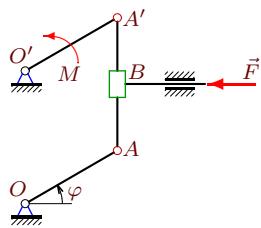
Короткин Р.

Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилиндру приложены сила  $F = 10$  Н и момент  $M = 10$  Нм, к грузу — сила  $P = 72$  Н. Масса поршня равна 2 кг, однородного цилиндра — 16 кг;  $\sin \alpha = 4/5$ . Найти ускорение груза.

**Задача D-13.11.**

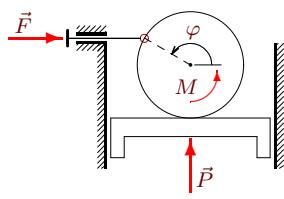
Кошелева А.

Цилиндр катится без проскальзывания по брускам, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Цилиндр и блок с неподвижной осью с внешним радиусом 6 см и внутренним 4 см связаны нитью. Радиус инерции блока 5 см. Масса блока равна 3 кг, бруска — 1 кг. К цилиндру приложен момент  $M = 0.99$  Нм, к оси блока — сила  $F = 99$  Н, к бруски — сила  $P = 74$  Н. Найти ускорение бруска.

**Задача D-13.12.**

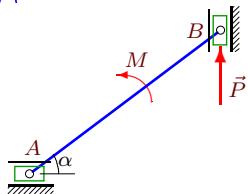
Крылов Алексей

Шарнирный параллелограмм состоит из стержней  $OA$ ,  $A'O'$  длиной 1 м и стержня  $AA'$ . Муфта  $B$  соединена со штоком и скользит по стержню  $AA'$ . К штоку приложена сила  $F = 24$  Н, к стержню  $O'A'$  — момент  $M = 88$  Нм. Масса штока с муфтой равна 12 кг, стержня  $OA$  — 3 кг, стержня  $AA'$  — 12 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\varphi = \pi/3$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ c}^{-1}$ .

**Задача D-13.13.**

Леоненкова Х.

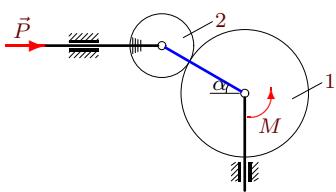
Цилиндр радиусом 1 м катится по поверхности поршня. Шток, движущийся в неподвижных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент  $M = 78$  Нм приложен к цилиндру, сила  $P = 24$  Н — к поршню,  $F = 3$  Н — к штоку. Масса штока равна 7 кг, поршня — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\varphi = \pi/2$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ c}^{-1}$ .

**Задача D-13.14.**

Мамедов Фамин

Ползуны  $A$  и  $B$  массой 1 кг каждый соединены стержнем длиной 1 м массой 5 кг. К стержню приложен момент  $M = 36$  Нм, к ползуну  $B$  — сила  $P = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 3/5$ .

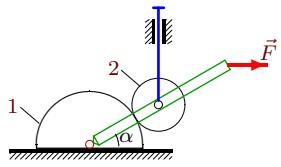
### Задача D-13.15.



*Никулина А.*

Диски 1 и 2 имеют одинаковую массу 3 кг, находятся в зацеплении друг с другом и закреплены на стержнях, которые скользят во взаимно перпендикулярных направляющих. Диск 1 закреплен на стержне шарнирно, диск 2 — жестко. Оси дисков соединяют стержень массой 4.5 кг. К диску 1 приложен момент  $M = 192$  Нм, к стержню, на котором закреплен диск 2, приложена сила  $P = 48$  Н. Даны радиусы:  $r_1 = 2$  м,  $r_2 = 1$  м. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\alpha = \pi/6$ .

### Задача D-13.16.

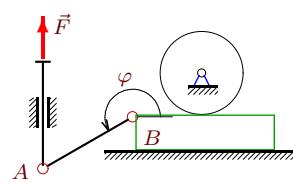


*Павлов А.*

Полуцилиндр массой 10 кг радиусом 1 м скользит по гладкой плоскости. По его поверхности катится диск массой 10 кг радиусом 50 см, шарнирно закрепленный на штоке. На оси диска и полуцилиндра надета планка длиной 3 м, к концу которой приложена сила  $F = 45$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение планки при  $\alpha = \pi/6$ .

### Задача D-13.17.

Стержень  $AB = 4$  м соединяет поршень массой 2 кг и движущийся брускок. Брускок вращает цилиндр радиуса 2 м массой 4 кг. К поршню приложена сила  $F = 40$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin(\varphi) = -0.8$ ,  $\dot{\varphi} = 2 \text{ с}^{-1}$ .

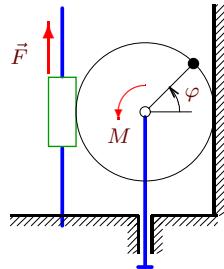


*Пагин Д.*

### Задача D-13.18.

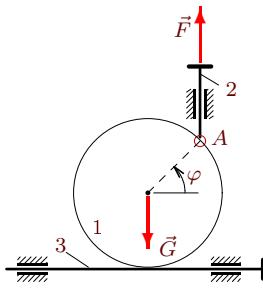
Диск радиусом  $R = 1$  м, шарнирно закрепленный на конце штока, катится по неподвижной поверхности и касается муфты, скользящей по направляющей, параллельной поверхности и штоку. На ободе диска находится точка массой 5 кг. К диску приложен момент  $M = 29$  Нм, к муфте — сила  $F = 5$  Н. Масса штока 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = 1 \text{ с}^{-1}$ .

*Перевозчикова Н.*

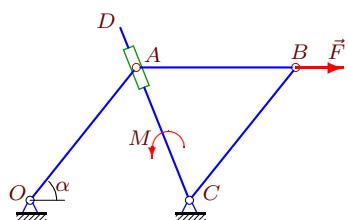
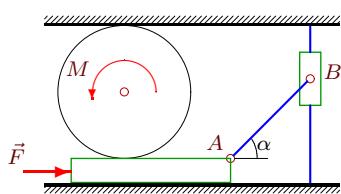


**Задача D-13.19.**

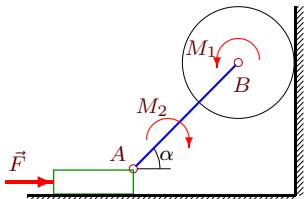
Однородный диск 1 массой 1 кг радиуса  $R = 0.4$  м шарнирно соединен в точке  $A$  с движущимся штоком 2 массой 1 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила  $G = 5$  Н, к штоку 2 — сила  $F = 12$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при  $\sin \varphi = 0.6$ .

*Подолячева А.***Задача D-13.20.**

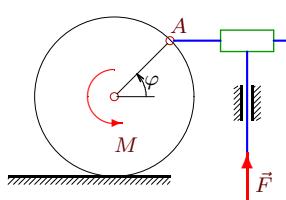
Муфта, шарнирно закрепленная в узле  $A$  четырехзвенника  $OABC$ , имеющего форму ромба, надета на кулису  $DC$  длиной 2 м;  $OA = 1$  м. На кулису действует момент  $M = 4$  Нм, к точке  $B$  параллельно  $OC$  приложена сила  $F = 10$  Н. Масса кулисы равна 2 кг, стержня  $BC$  — 1 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня  $OA$  при  $\sin \alpha = 0.8$ .

*Свиргун А.***Задача D-13.21.**

Стержень  $AB = 1$  м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брускок. Цилиндр радиуса 1 м катится по плоскости и по бруски. Масса цилиндра равна 24 кг, муфты — 9 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости;  $M = 2$  Нм,  $F = 44$  Н. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

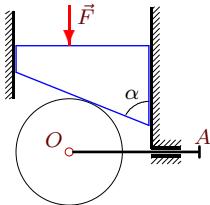
*Судаков Федор***Задача D-13.22.**

Брускок массой 3 кг, соединенный стержнем  $AB$  длиной 3 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 2 м приложен момент  $M_1 = 20$  Нм, к стержню — момент  $M_2 = 57$  Нм, к бруски силы  $F = 30$  Н. Масса диска равна 2 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при  $\sin \alpha = 0.6$ .

*Судариков Святослав***Задача D-13.23.**

Цилиндр радиусом 1 м и массой 6 кг имеет на ободе шарнир, к которому присоединен стержень массой 10 кг, скользящий в муфте, жестко скрепленной с штоком. Шток движется в направляющих, перпендикулярных поверхности, по которой катится цилиндр. К диску приложен момент  $M = 201$  Нм, к штоку — сила  $F = 15$  Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение цилиндра при  $\sin \varphi = 0.6$ ,  $\dot{\varphi} = -1 \text{ c}^{-1}$ .

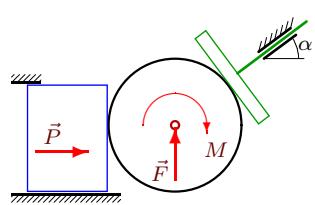
*Тябут Елизавета*

**Задача D-13.24.***Фоменков Илья*

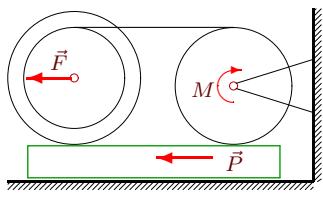
Цилиндр массой 3 кг шарнирно закреплен на штоке  $OA$ . Цилиндр катится по скошенной поверхности клина. Клин движется в направляющих, перпендикулярных штоку. На клин массой 2 кг действует сила  $F = 84$  Н; масса штока 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти ускорение клина при  $\alpha = \pi/6$ .

**Задача D-13.25.***Харламов А.*

Кулисный механизм расположен в горизонтальной плоскости. Камень  $A$  массой 4 кг скользит в прорези кулисы. Длина кривошипа кулисного механизма  $OA = 2$  м. К штоку кулисы приложена сила  $F = 4$  Н, к цилиндру — момент  $M = 8$  Нм. Масса кулисы со штоком равна 17 кг. Радиус цилиндра 1 м. Найти угловое ускорение кривошипа при  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $\dot{\varphi} = 5$  с<sup>-1</sup>.

**Задача D-13.26.***Чехранова О.*

Цилиндр радиусом 1 м зажат между грузом, скользящим по гладкой поверхности, и поршнем. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. К цилинду приложены сила  $F = 2$  Н и момент  $M = 2$  Нм, к грузу — сила  $P = 120$  Н. Масса поршня равна 4 кг, однородного цилиндра — 12 кг, груза — 2 кг;  $\sin \alpha = 3/5$ . Найти ускорение груза.

**Задача D-13.27.***Широкова Мария*

Блок с внешним радиусом 5 см и внутренним 3 см катится без проскальзывания по брускам, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. Радиус инерции блока 4 см. Масса цилиндра равна 2 кг, блока — 3 кг. К цилинду приложен момент  $M = 0.67$  Нм, к оси блока — сила  $F = 120$  Н, к бруски — сила  $P = 30$  Н. Найти ускорение бруска.

## Ответы.

### Уравнение Лагранжа (вычисление ускорения)

16-Nov-15

$$T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \sin^2 q)$$

$$*) T = \frac{\dot{q}^2}{2}(A + B \cos^2 q + C \sin q).$$

$\mathcal{N}$	уск.	уск.(числ)	$Q$	$Q_{\text{числ}}$	$A$	$A_{\text{числ}}$	$B$	$C$	
1	-2/3	-0.67	-36	-36	54	—	—	—	Афанасьева А.
2	4	4	52	—	23	-20	—	—	Гузенко П.
3	72	—	6561/25	262.44	729/200	3.65	—	—	Гусева Настасья
4	-12	-12	-40	-40	10/3	3.33	—	—	Жгун Юлия
5	4	—	8	—	2	—	—	—	Захаров А.
6	0	—	0	—	54	—	0	—	Землянухина Анна
7	-1	—	-180	—	92	—	80	—	Качалкин Артем
8	-7	—	-259	—	37	—	0	—	Козлова Маргарита
9	-17	—	0	—	36	—	153	—	Колесников Глеб
10	3	—	72	—	24	—	—	—	Короткин Р.
11	-24	—	—	-74	37/12	3.08	—	—	Кошелева А.
12	4	—	—	108.78	13	—	12	—	Крылов Алексей
13	3	—	—	84	14	—	-6	14*	Леоненкова Х.
14	18	-	—	48	—	2.67	-	-	Мамедов Фамин
15	4	-	—	216	—	54	-	-	Никулина А.
16	1	-	—	-33.75	—	33.75	-	-	Павлов А.
17	-3	-3	-96	-96	32	—	—	—	Пагин Д.
18	4	4	19	—	—	12	-10	—	Перевозчикова Н.
19	16	—	96/25	3.84	6/25	0.24	—	—	Подъячева А.
20	-6	-6	-6	-6	1	1	—	—	Свиргин А.
21	3	—	27	—	9	—	—	—	Судаков Федор
22	-1	—	-27	—	27	—	0	—	Судариков Святослав
23	5	—	213	—	29	—	20	—	Тябут Елизавета
24	-12	—	-84	—	7	—	0	—	Фоменков Илья
25	-17	—	0	—	16	—	68	—	Харламов А.
26	6	—	120	—	20	—	—	—	Чехранова О.
27	-4	—	-67/4	-16.75	67/16	4.19	—	—	Широкова Мария