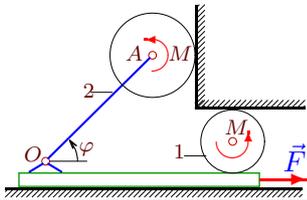


# Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

Кирсанов М.Н. **Решебник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.– 384 с. (с.300.)

## Задача 30.1.

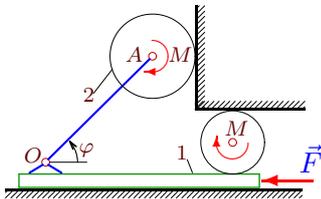
Алиев Самир



На шарнире  $A$  кривошипа  $OA$  длиной  $a$ , закрепленного на горизонтально скользящем бруске, касаясь вертикальной поверхности, вращается цилиндр радиусом  $R$ . Между бруском и горизонтальной поверхностью катается цилиндр радиусом  $r$  массой  $m_1$ . К цилиндрам приложены равные моменты  $M$ , к бруску — горизонтальная сила  $F$ . Масса кривошипа  $OA$  равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

## Задача 30.2.

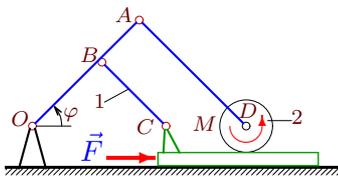
Артёмчик Светлана



На шарнире  $A$  кривошипа  $OA$  длиной  $a$ , закрепленного на горизонтально скользящем бруске, касаясь вертикальной поверхности, вращается цилиндр радиусом  $R$ . Между бруском массой  $m_1$  и горизонтальной поверхностью катается цилиндр радиусом  $r$ . К цилиндрам приложены равные моменты  $M$ , к бруску — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $A$  равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

## Задача 30.3.

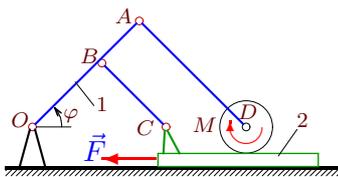
Камов Марат



Цилиндр радиусом  $R$  катается по горизонтальной поверхности платформы, скользящей по гладкой плоскости. Стержень  $BC = a$  шарнирно соединяет кривошип  $OA$  и платформу. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ ;  $OB = a$ ,  $OA = AD = b$ . Масса стержня  $BC$  равна  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

## Задача 30.4.

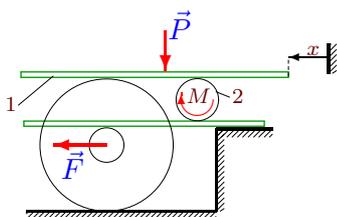
Макаров Александр



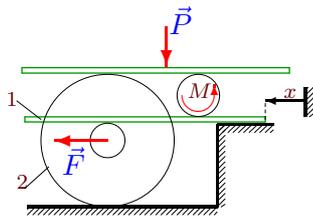
Цилиндр радиусом  $R$  катается по горизонтальной поверхности платформы, скользящей по гладкой плоскости. Стержень  $BC = a$  шарнирно соединяет кривошип  $OA$  и платформу. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ ;  $OB = a$ ,  $OA = AD = b$ . Масса кривошипа  $OA$  равна  $m_1$ , платформы —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

## Задача 30.5.

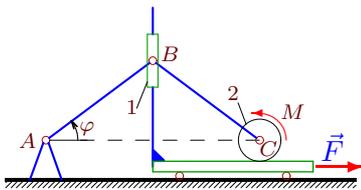
Морозова Мария



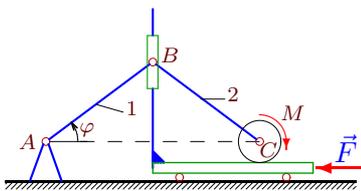
Блок из двух цилиндров (радиусы ободов  $r_0$  и  $R_0$ ) катается по горизонтальной поверхности. На обод меньшего радиуса опирается без проскальзывания горизонтальная пластина, скользящая правым концом по неподвижной опоре. Другая горизонтальная пластина опирается без проскальзывания на обод большего радиуса и на вал радиусом  $r_1$ , катающийся по нижней пластине. К оси блока приложена горизонтальная сила  $F$ , к верхней пластине — вертикальная сила  $P$ , к валу — момент  $M$ . Масса верхней пластины равна  $m_1$ , вала —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение верхней пластины  $x$ .

**Задача 30.6.***Рожкова Александра*

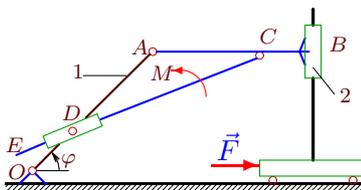
Блок из двух цилиндров (радиусы ободов  $r_0$  и  $R_0$ ) катается по горизонтальной поверхности. На обод меньшего радиуса опирается без проскальзывания горизонтальная пластина, скользящая правым концом по неподвижной опоре. Другая горизонтальная пластина опирается без проскальзывания на обод большего радиуса и на вал радиусом  $r_1$ , катающийся по нижней пластине. К оси блока приложена горизонтальная сила  $F$ , к верхней пластине — вертикальная сила  $P$ , к валу — момент  $M$ . Масса нижней пластины равна  $m_1$ , блока —  $m_2$ . Момент инерции блока  $J_0$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение нижней пластины  $x$ .

**Задача 30.7.***Семерикова Елизавета*

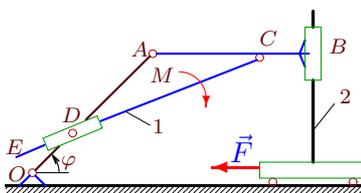
Шарнир  $B$  двухзвенника  $ABC$ ,  $AB = BC = a$ , закреплен на ползуне, скользящем по вертикальной стойке подвижной тележки. Цилиндр радиусом  $R$  катится по тележке. Масса ползуна  $B$  равна  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к тележке — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AB$   $\varphi$ .

**Задача 30.8.***Синадская Ксения*

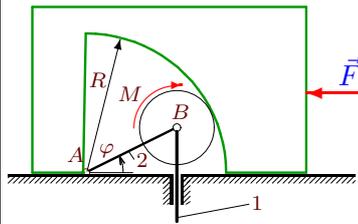
Шарнир  $B$  двухзвенника  $ABC$ ,  $AB = BC = a$ , закреплен на ползуне, скользящем по вертикальной стойке подвижной тележки. Цилиндр радиусом  $R$  катится по тележке. Масса стержня  $AB$  равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к тележке — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AB$   $\varphi$ .

**Задача 30.9.***Филареев Степан*

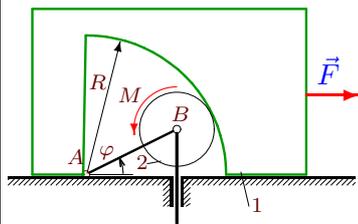
Горизонтальный стержень  $AB$  жестко соединен с муфтой  $B$ . Муфта скользит по вертикальному стержню, установленному на подвижной тележке. На кривошипе  $OA$  длиной  $a$  закреплена качающаяся муфта  $D$ , в которой скользит стержень  $CE$ , шарнирно прикрепленный к стержню  $AB$ . Масса кривошипа равна  $m_1$ , стержня  $AB$  вместе с муфтой —  $m_2$ ;  $AC = AD = b$ ,  $CE = L$ . К стержню  $CE$  приложен момент  $M$ , к тележке — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.10.***Шейнов Александр*

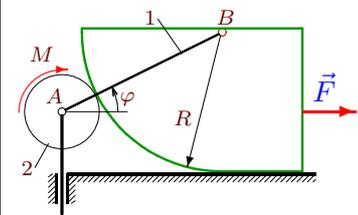
Горизонтальный стержень  $AB$  жестко соединен с муфтой  $B$ . Муфта скользит по вертикальному стержню, установленному на подвижной тележке. На кривошипе  $OA$  длиной  $a$  закреплена качающаяся муфта  $D$ , в которой скользит стержень  $CE$ , шарнирно прикрепленный к стержню  $AB$ . Масса стержня  $CE$  равна  $m_1$ , тележки вместе с вертикальным стержнем —  $m_2$ ;  $AC = AD = b$ ,  $CE = L$ . К стержню  $CE$  приложен момент  $M$ , к тележке — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.11.***Белявцев Сергей*

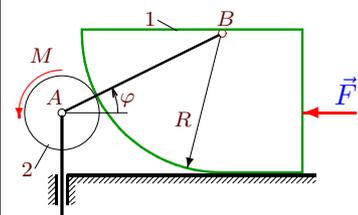
Груз, имеющий вырез цилиндрической формы радиусом  $R$ , скользит по горизонтальной поверхности. Диск радиусом  $r$ , закрепленный на вертикальном штоке массой  $m_1$ , катится без проскальзывания по поверхности выреза. Центр диска шарнирно закреплен на стержне  $AB$  длиной  $R - r$ . К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса стержня —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.12.***Акимущкин Валентин*

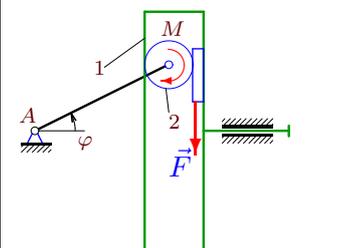
Груз массой  $m_1$ , имеющий вырез цилиндрической формы радиусом  $R$ , скользит по горизонтальной поверхности. Диск радиусом  $r$ , закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по поверхности выреза. Центр диска шарнирно закреплен на стержне  $AB$  длиной  $R - r$ . К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.13.***Александров Александр*

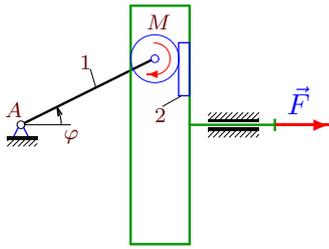
Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по цилиндрической радиусом  $R$  боковой поверхности груза, скользящего по горизонтальной плоскости. Стержень  $AB$  длиной  $R + r$  соединяет центр диска с осью цилиндрической поверхности. К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса стержня —  $m_1$ , диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.14.***Белов Алексей*

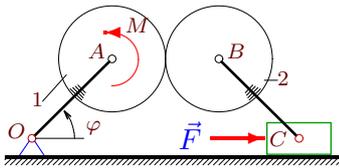
Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по цилиндрической радиусом  $R$  боковой поверхности груза, скользящего по горизонтальной плоскости. Стержень  $AB$  длиной  $R + r$  соединяет центр диска с осью цилиндрической поверхности. К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса груза —  $m_1$ , диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.15.***Кудряшова Карина*

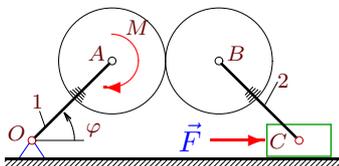
Цилиндр, шарнирно закрепленный на кривошипе длиной  $L$ , катится без проскальзывания по внутренней поверхности корпуса кулисы, увлекая в движение пластину, с которой он находится в зацеплении. Пластина скользит по корпусу без сопротивления. К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — вертикальная сила  $F$ . Масса кулисы —  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.16.***Мешалкин Дмитрий*

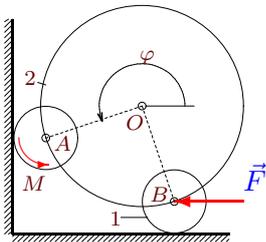
Цилиндр, шарнирно закрепленный на кривошипе длиной  $L$ , катится без проскальзывания по внутренней поверхности корпуса кулисы, увлекая в движение пластину, с которой он находится в зацеплении. Пластина скользит по корпусу без сопротивления. К цилиндру приложен момент  $M$ , к штоку кулисы — сила  $F$ . Масса кривошипа —  $m_1$ , пластины —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.17.***Редькин Дмитрий*

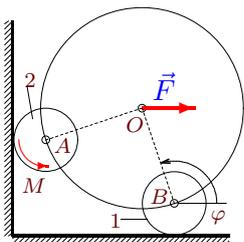
Два диска одинакового радиуса  $R$  жестко закреплены на стержня  $x$  длиной  $L$ . В точке контакта дисков проскальзывания нет,  $AB \parallel OC$ . К ползуну приложена горизонтальная сила  $F$ , к диску  $A$  — момент  $M$ . Масса диска  $A$  равна  $m_1$ , диска  $B$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

**Задача 30.18.***Ефимов Роман*

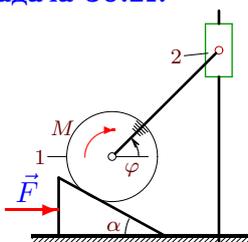
Два диска одинакового радиуса  $R$  жестко закреплены на стержня  $x$  длиной  $L$ . В точке контакта дисков проскальзывания нет,  $AB \parallel OC$ . К ползуну приложена горизонтальная сила  $F$ , к диску  $A$  — момент  $M$ . Масса стержня  $OA$  равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

**Задача 30.19.***Ковалев Максим*

Оси цилиндров одинакового радиуса  $r$  расположены на ободе диск радиусом  $R = 4r$ ,  $AO \perp BO$ . Цилиндр 1 массой  $m_1$  катится по горизонтальной плоскости, другой цилиндр — по вертикальной. Масса диска  $m_2$ . К оси цилиндра 1 приложена горизонтальная сила  $F$ . Момент  $M$  приложен к цилиндру. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

**Задача 30.20.***Самаренко Александра*

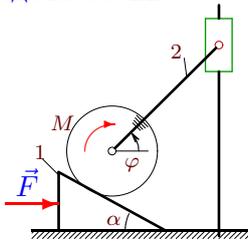
Оси цилиндров одинакового радиуса  $r$  расположены на ободе диск радиусом  $R = 4r$ ,  $AO \perp BO$ . Цилиндр 1 массой  $m_1$  катится по горизонтальной плоскости, другой цилиндр массой  $m_2$  — по вертикальной. К оси диска приложена горизонтальная сила  $F$ . Момент  $M$  приложен к цилиндру. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

**Задача 30.21.***Раченок Андрей*

Цилиндр радиусом  $R$  опирается без проскальзывания на подвижную призму. Цилиндр жестко соединен со стержнем длиной  $L$ , шарнирно связанным с ползуном. Ползун движется по вертикальной направляющей. Масса цилиндра равна  $m_1$ , масса ползуна —  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.22.**

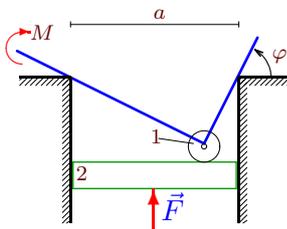
*Чакина Татьяна*



Цилиндр радиусом  $R$  опирается без проскальзывания на подвижную призму. Цилиндр жестко соединен со стержнем длиной  $L$ , шарнирно связанным с ползуном. Ползун движется по вертикальной направляющей. Масса призмы равна  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.23.**

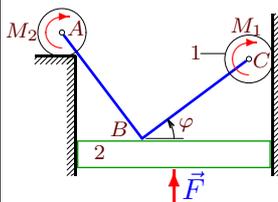
*Егоров Павел*



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкие опоры. Диск радиусом  $r$ , закрепленный на шарнире в угловой точке, катится по поверхности поршня, скользящего в вертикальных направляющих. Масса диска равна  $m_1$ , поршня —  $m_2$ . К уголку приложен момент  $M$ , к поршню — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка  $\varphi$ .

**Задача 30.24.**

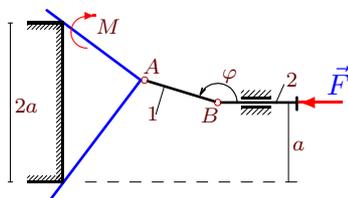
*Бутаков Дмитрий*



Невесомый угольник  $ABC$ , касается в точке  $B$  гладкой поверхности поршня скользящего в вертикальных направляющих.  $AB \perp BC$ ,  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Диски радиусами  $r$  шарнирно закреплены в точках  $A$  и  $C$ . Один диск катится по горизонтальной поверхности, другой — по вертикальной. К дискам приложены моменты  $M_1$  и  $M_2$ , к поршню — вертикальная сила  $F$ . Масса одного диска  $m_1$ , масса поршня —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота угольника  $\varphi$ .

**Задача 30.25.**

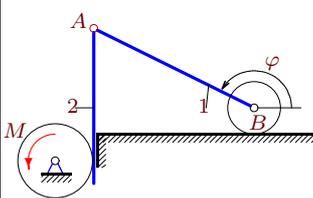
*Нахлов Станислав*



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, скользит по гладкой опоре. Масса стержня  $AB$ , соединяющего уголок с горизонтальным штоком, равна  $m_1$ , масса штока —  $m_2$ .  $AB = a$ . К уголку приложен момент  $M$ , к поршню — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка  $\varphi$ .

**Задача 30.26.**

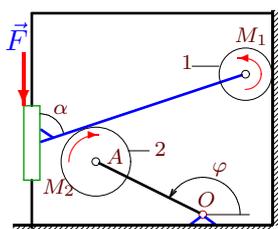
*Овчинникова Юлия*



Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на конце стержня  $AB = a$ , катится по горизонтальной поверхности. Вертикальный шток касается цилиндра радиусом  $R$  с неподвижной осью и скользит по вертикальной плоскости. Масса стержня равна  $m_1$ , штока —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.27.**

*Ризаев Владимир*



К вертикально движущейся муфте жестко прикреплен наклонный стержень, на конце которого расположен диск радиусом  $r$ , катящийся по вертикальной плоскости. Цилиндр радиусом  $R$ , на кривошипе  $OA = a$ , катится по стержню без проскальзывания. Масса диска равна  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M_1$ , к цилиндру момент  $M_2$ , к муфте — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .