

# «НИУ МЭИ»

## Доклад по теме научно-исследовательской работы

Студент: Язловецкий А.С.  
Группа: С-12-07  
Научный руководитель: Маслов А.Н.

Москва 2012

Тема работы:

«Гашение колебаний упругого звена управляющим воздействием.»

План доклада:

I. Описание манипулятора(варианты управления)

II. Обзор проблемы колебаний звеньев

III. Имеющиеся на данный момент вычисления

IV. Библиографический обзор

## **I. Описание манипулятора:**

Манипулятор представляет собой упругий стержень, совершающий движения в горизонтальной плоскости. Жестко заземленный (заделанный) с одной стороны, и имеющий точечную массу с другой. Стержень вместе с заделкой поворачивается или перемещается в плоскости. Соответственно, груз начинает колебаться (т.к. стержень изгибается). Эти колебания увеличивают время процесса и затрудняют позиционирование груза. Поэтому необходимо эти колебания гасить управлением. Мы предлагаем два варианта управления, отказываясь при этом от самого очевидного — управления двигателем в основании стержня, т. к. этот вариант в достаточной мере проработан другими исследователями. Наше предложение состоит в том, чтобы поместить двигатель на конец стержня (там где груз), чтобы в определенные моменты времени создавать изгибающий момент, направленный таким образом, чтобы изгибать стержень в противоположную движению сторону. В результате такого воздействия ожидается, что колебания стержня станут существенно меньше, либо вообще угаснут. И второй вариант заключается в том, чтобы поместить на конце стержня гироскоп, ориентированный горизонтально. Таким образом будет осуществляться пассивное управление, т. к. гироскоп будет противодействовать любому отклонению от своего начального положения.

## II. Обзор проблемы колебаний звеньев:

**Актуальность работы.** Все большее внимание привлекает к себе применение манипуляторов облегченной конструкции с упругими звеньями. Прежде всего, здесь следует упомянуть выполнение манипуляционных технологических операций с объектами в труднодоступных или опасных для здоровья и жизни человека местах, когда требуются манипуляторы с большим вылетом руки, но с ограниченной массой. Также, манипуляторы с уменьшенным временем и большей точностью позиционирования найдут свое применение в таких сферах, как химическая промышленность, биологические исследования, ядерная отрасль, космические исследования. И вообще, в любой отрасли, где время совершения действия ограничено, а масса манипулятора критична.

Однако уменьшение массы конструкции манипулятора за счет использования облегченных упругих звеньев является источником ряда негативных факторов. Упругие прогибы от действия внешних нагрузок, а также колебания звеньев, возникающие при движении упругого звена, не позволяют точно переместить рабочий орган в заданную точку пространства и увеличивают время переходного процесса при движении рабочего органа из одной точки в другую. В результате управляемость и быстродействие упругого манипулятора значительно снижаются, что ограничивает возможности его использования.

Таким образом, создание систем эффективного управления манипуляторами с упругими звеньями является актуальной научно-технической проблемой. В настоящее время, как правило, в основе принципов построения систем управления манипуляторами с упругими звеньями лежат методы расчета управляющего сигнала – вращающего момента, позволяющего осуществлять перемещение манипулятора с учетом деформаций и колебаний, обусловленных упругостью составляющих его звеньев. Сигналы управления крутящим моментом рассчитываются для перемещения рабочего органа манипулятора по заданной траектории без его существенных колебаний.

Стремительный рост ресурсов и быстродействия средств вычислительной техники позволяет осуществлять управление перемещением манипулятора с заданной точностью и допустимой амплитудой колебаний в режиме реального времени. Достигается это с помощью искусственных нейронных сетей, способных к самообучению, адаптации к постоянно изменяющимся условиям, и позволяющих формировать необходимые сигналы для создания исполнительных крутящих моментов. Сложные алгоритмы управления являются в данном случае непригодными к применению, так как это ведет к снижению точности.

### III. Имеющиеся на данный момент вычисления (кратко. Только результат):

#### Стержень с одним жестко защемленным концом

Если принять, что левый конец (при  $x = 0$ ) жестко защемлен, то конечные условия будут иметь вид

$$\begin{aligned} (X)_{x=0} &= 0; & \left(\frac{dX}{dx}\right)_{x=0} &= 0, \\ \left(\frac{d^2 X}{dx^2}\right)_{x=l} &= 0; & \left(\frac{d^3 X}{dx^3}\right)_{x=l} &= 0. \end{aligned}$$

Из первых двух условий получаем, что в решении (1)  $C_1=C_2=0$ , поэтому общим решением, относящимся к форме колебаний, снова будет выражение (10). Из остальных двух условий вытекает следующее частотное уравнение:

$$\cos kl \operatorname{ch} kl + 1 = 0.$$

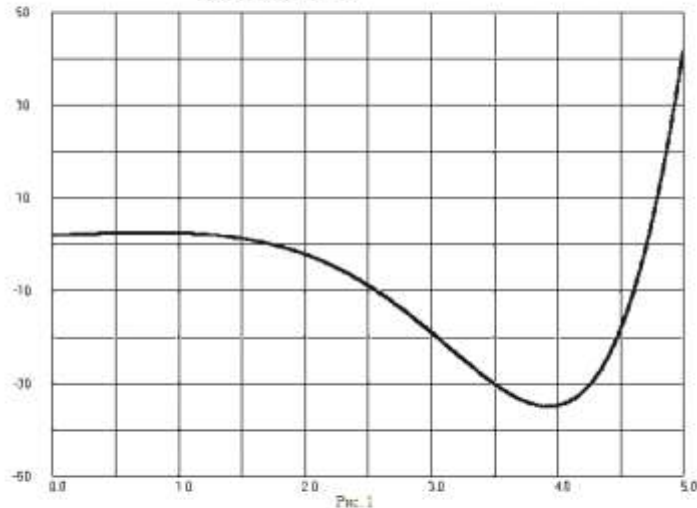


График функции (14) от  $kl$  показан на рис. 1. Последовательный ряд корней этого уравнения приведен ниже:

$$k_1 l = 1,875; \quad k_2 l = 4,694; \quad k_3 l = 7,855; \quad k_4 l = 10,996; \quad k_5 l = 14,137.$$

Приближенные значения этих корней можно определить по формуле

$$k_i l \approx \left(i - \frac{1}{2}\right)\pi.$$

С увеличением частоты корни уравнения (14) становятся близкими к корням уравнения (6), полученного выше для стержня с незакрепленным концом.

Частота колебаний по произвольной форме

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} = \frac{k_i^2 a}{2\pi}$$

Взяв, например, основную форму колебаний, получим

$$f_1 = \frac{a}{2\pi} \left(\frac{1,875}{l}\right)^2.$$

Соответствующий период колебаний

$$\tau_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{a} \frac{l^2}{(1,875)^2} = \frac{2\pi}{3,515} \sqrt{\frac{\pi E I^4}{EI}}$$

Первые три формы колебаний, относящиеся к данному случаю, изображены на рис. 2.

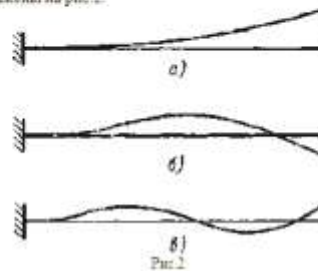


Рис. 2

Способы гашения упругих колебаний манипуляторов на данный момент:

- ✦ **Увеличение жесткости звена.**
  - за счет использования более дорогих и жестких материалов
  - за счет увеличения массы звена
  - за счет использования ферм
  - за счет использования демпферов различных конструкций
  
- ✦ **Увеличение времени процесса**
  
- ✦ **Использование нейронных сетей** для выбора оптимальных параметров движения звеньев, позволяющих максимально быстро перемещать манипуляторы, не достигая критической скорости, при которой поперечные колебания превышают допустимые пределы.

#### IV. Библиографический обзор.

Похожие задачи рассматриваются в следующих работах:

1. «ГАШЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КОНСТРУКЦИИ МОСТОВОГО КРАНА» за авторством О. И. Толочко, Д. В. Бажутина. Государственное высшее учебное заведение «Донецкий национальный технический университет». И Ф. Палис - Магдебургский университет им. Отто фон Герике. (иностранный источник).  
С самой работой вы можете ознакомиться перейдя по ссылке:  
[http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/Ees/2012\\_3/336.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/Ees/2012_3/336.pdf)

Здесь же кратко приводятся постановка задачи и результаты:

**АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ.** При исследовании крановых механизмов обычно уделяют внимание колебаниям груза и их гашению. Однако в процессе перемещения моста и тележки упругим деформациям подвергается мост, что приводит к сокращению срока его службы. Целью данной работы является исследование и разработка методов гашения горизонтальных колебаний моста при его перемещении.

Применение сечений специальной формы позволяет создавать механические конструкции мостовых кранов, которые при относительно небольшой массе обладают достаточно высокой жесткостью. Однако с увеличением пролета податливость конструкции к воздействию упругих колебаний увеличивается. Особенностью таких объектов является то, что их масса и упругость равномерно распределены по длине конструкции.

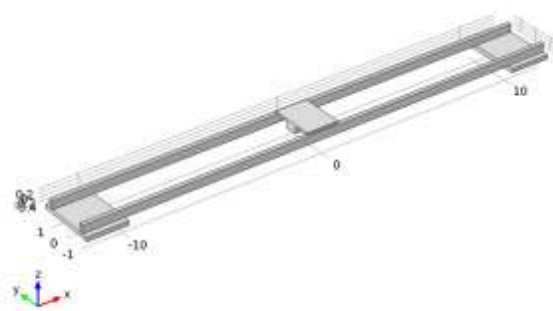


Рисунок 1 – Модель конструкции мостового крана

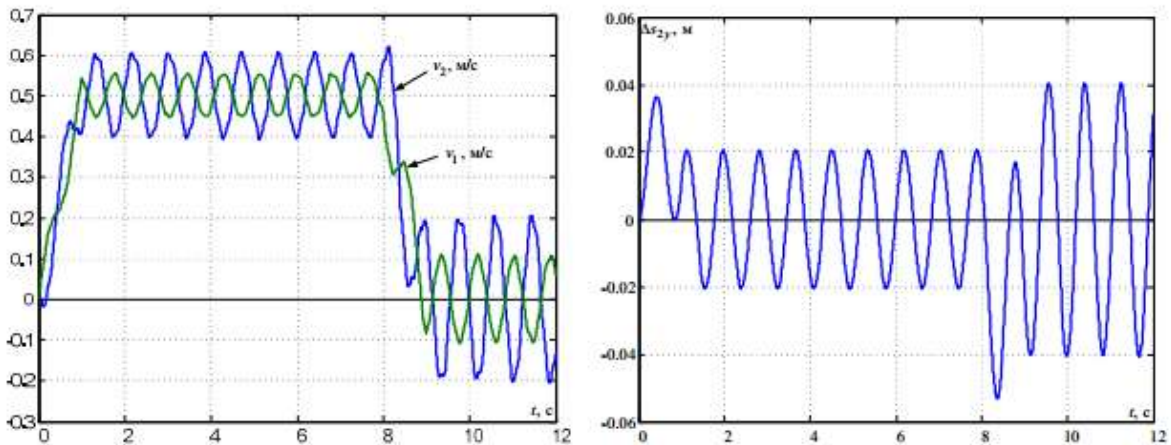


Рисунок 2 – Переходные процессы движения упругой конструкции мостового крана

Одним из способов гашения упругих колебаний является применение регулятора с линейной обратной связью по полному вектору состояний системы. Контур тока представляем в виде апериодического звена с постоянной времени  $T_T = 0,01$  с. Влиянием перекрестных связей для приводов переменного тока и внутренней обратной связи по ЭДС вращения двигателя пренебрегаем.

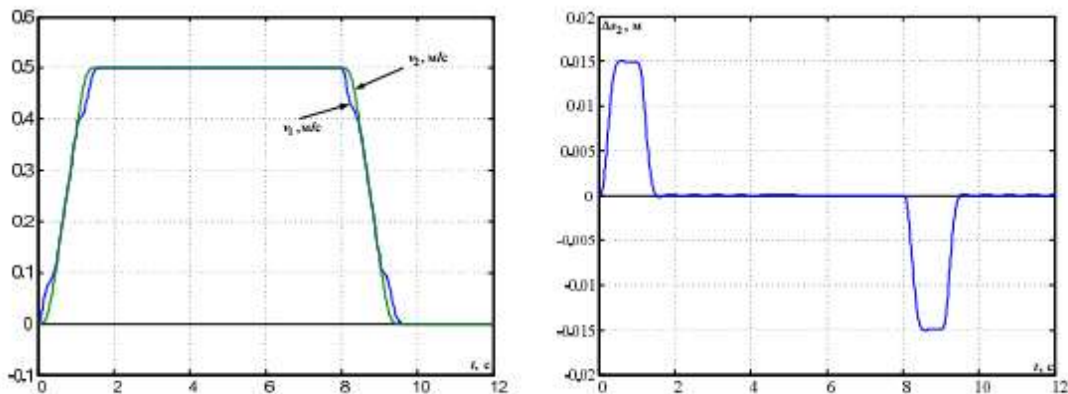


Рисунок 5 – Переходные процессы в линейной модели с регулятором состояния

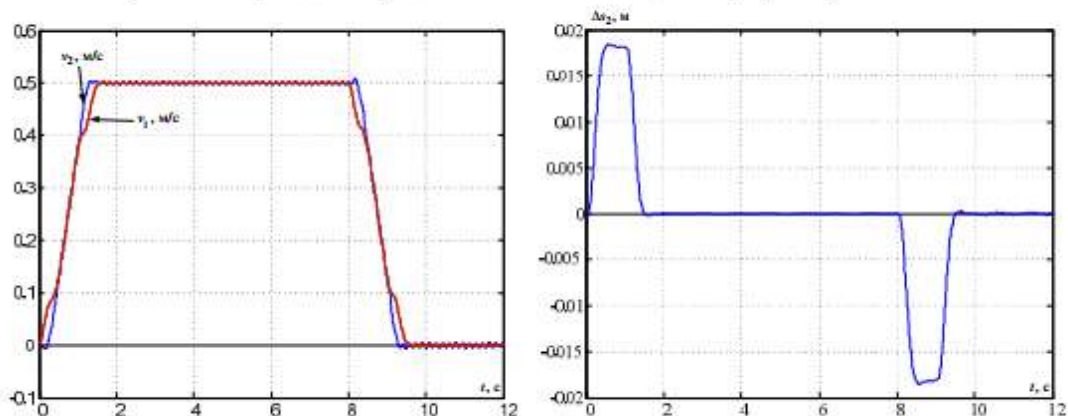


Рисунок 6 – Переходные процессы в модели с распределенными параметрами при подаче на нее выходного сигнала контура тока в системе с регулятором состояния



Видим, что низкочастотные упругие колебания полностью гасятся. При этом остаются незначительные колебания более высокой частоты, не учтенные в линейной модели. Тем не менее, результаты моделирования исследуемого объекта, с учетом распределенности массы и упругости моста по его длине, с высокой степенью точности совпадают с результатами, полученными на линейной модели, что подтверждает адекватность последней. Дальнейшие исследования, выполненные в Comsol, показали, что при фиксации тележки в других точках моста характер упругих колебаний моста существенно изменяется: появляются дополнительные частоты, изменяющиеся в широком диапазоне. *Это делает невозможным применение синтезированного модального регулятора при большом диапазоне перемещений тележки.* Для синтеза адаптивной системы управления можно использовать линейную модель моста на основании трехмассовой кинематической схемы (рис. 3,а), в которой изменение положения тележки учитывается изменением коэффициентов упругости и распределения масс. В этом случае перспективным представляется расчет нескольких модальных регуляторов, соответствующих различным положениям тележки, и плавный переход от одной настройки к другой при помощи нечеткого регулятора типа Сугено.

## 2. ДИНАМИЧЕСКИЙ ГАСИТЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ ШИРОКОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ (патент № 2461751)

<http://www.freepatent.ru/patents/2461751>

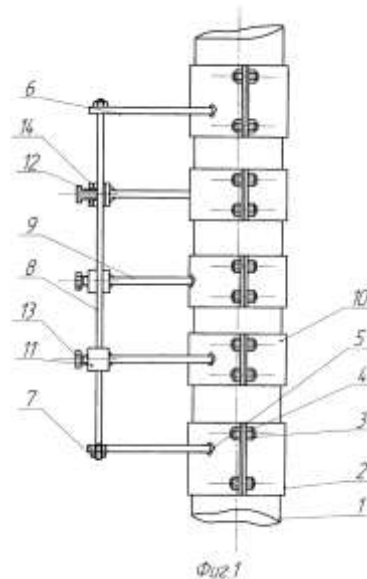
Ишемгужин Игорь Евгеньевич (RU),  
Кочекhov Михаил Артемьевич (RU),  
Ситдиков Марат Ринатович (RU),

**Автор(ы):** Ишемгужин Евгений Измайлович  
(RU),

Шаммазов Ильдар Айратович (RU),  
Габбасов Тимур Ильдарович (RU)

Изобретение относится к машиностроению. Гаситель включает жестко соединенные с защищаемым объектом стержни, ориентированные вдоль направления колебаний, и прикрепленные перпендикулярно к ним упругие элементы. На защищаемый объект установлены хомуты. На крайних опорных хомутах установлены жесткие пластины, соединенные с упругими элементами гайками натяжения. На внутренних хомутах закреплены стержни, на свободных концах которых смонтированы прижимные устройства, обеспечивающие связь с упругими элементами.

Прижимное устройство содержит корпус зажима с резьбовым соединением, прижимным болтом и гайкой. Достигается упрощение конструкции, гашение широкого диапазона частот возмущающих колебаний.



Известен динамический гаситель колебаний объекта, содержащий массу и упругую дугу окружности, спираль и т.п. для крепления массы к упругому элементу / см. а.с. СССР № 1778389, кл. F16F 15/06, 1978/. Недостатком данного устройства является сравнительная сложность конструкции, кроме того, настройка обеспечивает гашение одной определенной частоты возмущающих колебаний.

Наиболее близким устройством того же назначения к заявленному изобретению по совокупности признаков является динамический гаситель колебаний, содержащий жестко соединенный с защищаемым объектом стержень, ориентированный вдоль направления колебаний, и прикрепленную перпендикулярно к стержню массу, установленную с возможностью осевого перемещения и фиксации / RU 2230242 C1, 10.06.2004/.

Недостатком прототипа является сложность конструкции и настройки на резонансную частоту, причем возможно воздействие также только на одну частоту спектра.

Задачей изобретения является упрощение конструкции динамического гасителя колебаний, гашение либо уменьшение амплитуды широкого диапазона частот возмущающих колебаний и расширение его функциональных возможностей.

Указанная задача решается тем, что в предложенном динамическом гасителе колебаний, включающем жестко соединенные с защищаемым объектом стержни, ориентированные вдоль направления колебаний, и прикрепленные перпендикулярно к ним упругие элементы, согласно изобретению на защищаемом объекте установлены хомуты, причем на крайних опорных хомутах широкого исполнения установлены жесткие пластины, соединенные с упругими элементами гайками натяжения, а на внутренних хомутах закреплены стержни, на свободных концах которых смонтированы прижимные устройства, имеющие корпус зажима с резьбовым соединением, прижимным болтом и гайкой, обеспечивающие связь с упругими элементами. Особенность заключается в том, что с помощью прижимных устройств обеспечивается изменение длины воспринимающих частей упругих элементов гашения, тем самым возможна настройка на наиболее резонансные частоты вибрационного воздействия в широком спектре.

3. Курс лекций по предмету Теория колебаний. Специальность 0105  
 Механика Электромеханического факультета ИГЭУ. Составитель Муницын  
 Александр Иванович. Лекция 48, 49, 51.

Вывод уравнений поперечных колебаний тонкого стержня и вывод уравнений поперечных колебаний тонкого стержня для различных концевых условий.

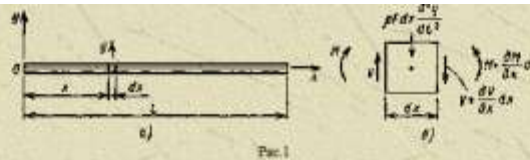


Рис. 1

На этом рисунке знаки поперечной силы  $V$  и изгибающего момента  $M$  взяты в соответствии с принятым в теории изгиба стержней правилом. При поперечных колебаниях стержней условие динамического равновесия сил, действующих в направлении оси  $y$ , может быть

$$V - V - \frac{\partial V}{\partial x} dx - \rho F dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

а условие равенства моментов дает

$$-V dx + \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0. \quad (2)$$

Выражая  $V$  из уравнения (2) и подставляя результат в уравнение (1), получим

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} dx = -\rho F dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3)$$

Из элементарной теории изгиба стержней имеем соотношение

$$M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (4)$$

Подставляя это выражение в уравнение (3), получим

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx = -\rho F dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (5)$$

что является общим уравнением поперечных свободных колебаний стержней. В частном случае пружинящего стержня с жесткостью  $EI$  при изгибе, не зависящей от  $x$ , имеем

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx = -\rho F dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (6)$$

Это уравнение может быть представлено и в такой форме:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (7)$$

где

$$a = \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (8)$$

4. Гашение вынужденных колебаний манипулятора с упругими звеньями.  
И.А. Болграбская. 2004 г.

Работа полностью посвящена теме настоящего доклада. Ознакомиться с ней более подробно вы можете перейдя по ссылке

<http://www.iamm.ac.donetsk.ua/upload/iblock/bad/bolgrabska.pdf>

**1. Постановка задачи. Кинематические соотношения.** Пусть манипулятор состоит из двух звеньев. Первое его звено – однородный упругий стержень, а второе – твердое тело (схват). Первое звено прикреплено к неподвижному основанию с помощью цилиндрического шарнира, а второе соединено с первым с помощью телескопического шарнира.

Свяжем с неподвижным основанием систему координат  $OXYZ$ , (орты  $e_x, e_y, e_z$ ), полагая, что ось  $OZ$  направлена противоположно вектору силы тяжести  $g$  (см. рис. 1).

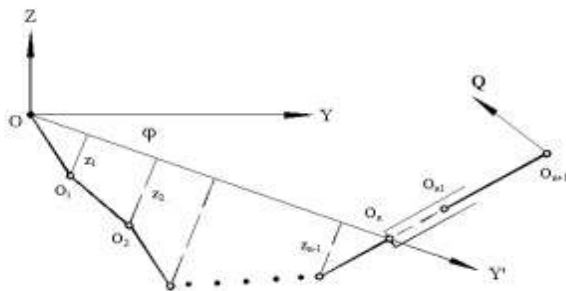


Рис. 1. Схема двумерного манипулятора.

Считаем, что ось цилиндрического шарнира направлена вдоль оси  $OX$  и движение манипулятора происходит в плоскости  $YOZ$ .

В качестве модели упругого стержня будем рассматривать систему  $n$  одинаковых твердых тел  $S_k$ , которые связаны цилиндрическими упругими шарнирами (их оси коллинеарны оси  $OX$ ) с жесткостью равной  $\kappa^2 = EJ/h$  [7], где  $E$  – модуль Юнга материала,  $J$  – момент инерции поперечного сечения стержня,  $h = O_k O_{k+1}$  – длина оси симметрии тела  $S_k$ . С каждым телом свяжем систему координат  $Y_k O_{k-1} Z_k$  (орты  $e_y^k, e_z^k$ ), ось  $O_{k-1} Y_k$  которой направлена вдоль его оси симметрии.

Кроме того, введем осевую систему координат  $Y' O Z'$  (орты  $e_y', e_z'$ ), ось  $OY'$  коллинеарна  $O O_n$ , совпадающей с осью симметрии недеформированного стержня.

Центр масс  $C_k$  тела  $S_k$  полагаем расположенным на оси  $O_{k-1} O_k$  и считаем  $O_k C_k = h/2$ .

Пусть  $\varphi$  – угол между осями  $OY$  и  $OY'$ , а  $\varphi_k$  – угол между осями  $OY'$  и  $O_{k-1} Y_k$ . Вектор  $O O_k$  представим в виде

$$O O_k = y_k e_y' + z_k e_z'. \quad (1)$$

Тогда в системе  $Y' O Z'$  координаты  $k$ -го шарнира  $O_k$  ( $k = \overline{0, n}$ ) равны

$$y_0 = z_0 = z_n = 0. \quad (2)$$

$$y_k = y_{k-1} + h \cos \varphi_k; \quad z_k = z_{k-1} + h \sin \varphi_k. \quad (3)$$

## 5. Диссертация «Управляемое движение упругого манипулятора.»

Год: 2001

Автор научной работы: Дитковский, Андрей Евгеньевич

Ученая степень: кандидат физико-математических наук.

Работа так же полностью посвящена теме настоящего доклада. Ссылка для ознакомления:

<http://www.dissercat.com/content/upravlyaemoe-dvizhenie-uprugogo-manipulyatora>

### «Заключение

В диссертации развит метод исследования управляемого движения упругого манипулятора для случая одного и двух звеньев с учетом продольной и изгибной деформаций. Он основан на применении полуобратного метода решения задач динамики, позволяет получить закон изменения мгновенной формы упругих звеньев и построить управляющий момент с наперед заданной точностью разложения решений по степеням малого параметра. В работе представлены следующие основные результаты:

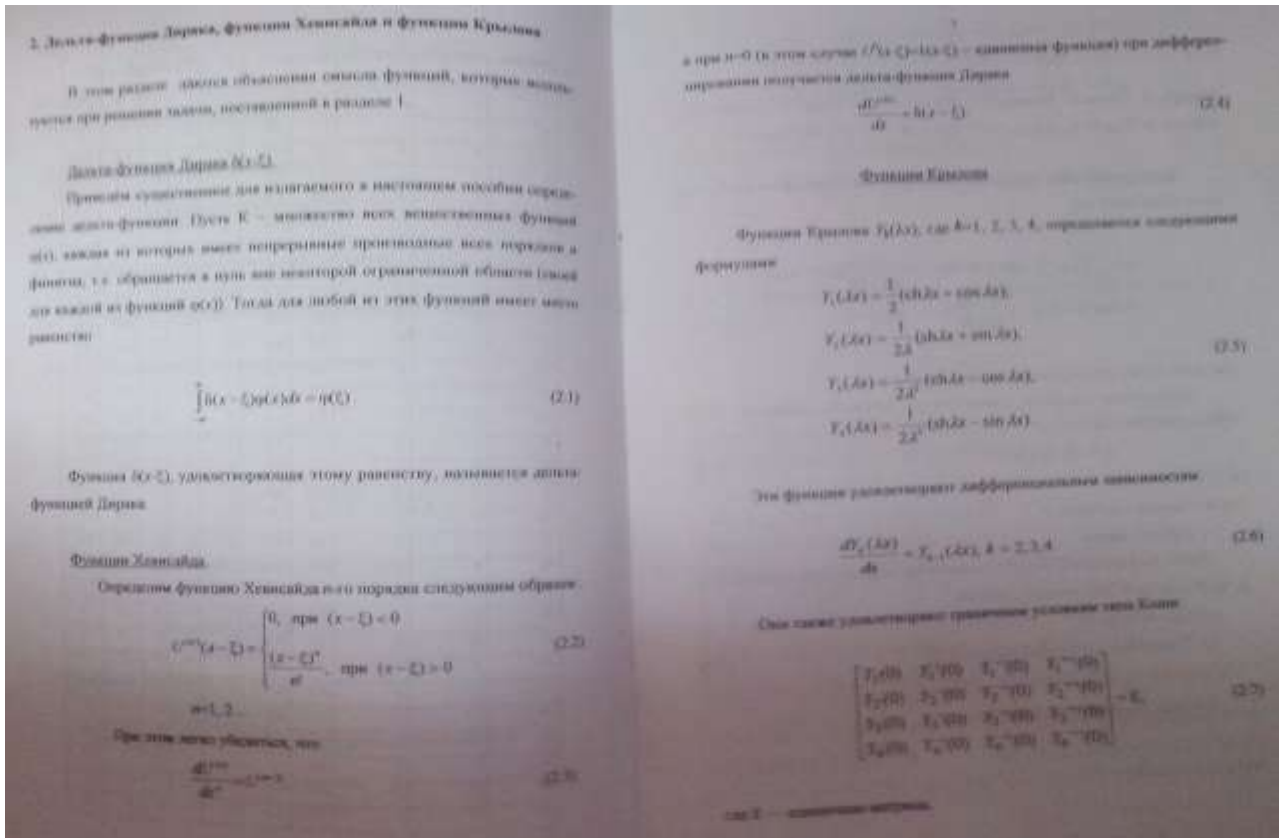
1) рассмотрены три основных модели управления движением упругого манипулятора: а) модель вращения упругого стержня; б) модель движения нагруженной балки с полезной нагрузкой в виде твердого тела; в) модель движения двухзвенного манипулятора с упругими звеньями. Выведены общие уравнения движения в рамках линейной теории упругости с учетом изгибной и продольной деформаций. Для 73 случая движения нагруженной балки также учитываются деформация кручения и инерционность вращения сечений балки;

2) в каждой модели поставлена и решена задача перевода системы из заданного начального в заданное конечное состояние без возбуждения колебаний при условии равенства нулю угловой скорости, ускорения, деформаций и скоростей деформаций в начале и в конце маневра; для каждой из задач найдены формулы для определения мгновенной формы звена и управляющих вращательных моментов в виде рядов по степеням малого параметра; получены рекуррентные формулы для вычисления любых членов разложения упомянутых рядов; для модели движения упругой нагруженной балки предложен алгоритм решения задачи переноса твердого тела из одного углового положения в другое, состоящий из трех последовательных этапов;

3) представлены результаты численного решения задач управления; найдены законы вращения манипулятора и твердого тела, которые позволяют оценить полученные решения с точки зрения целесообразной структуры законов управления, не возбуждающих упругие колебания при работе манипулятора.»

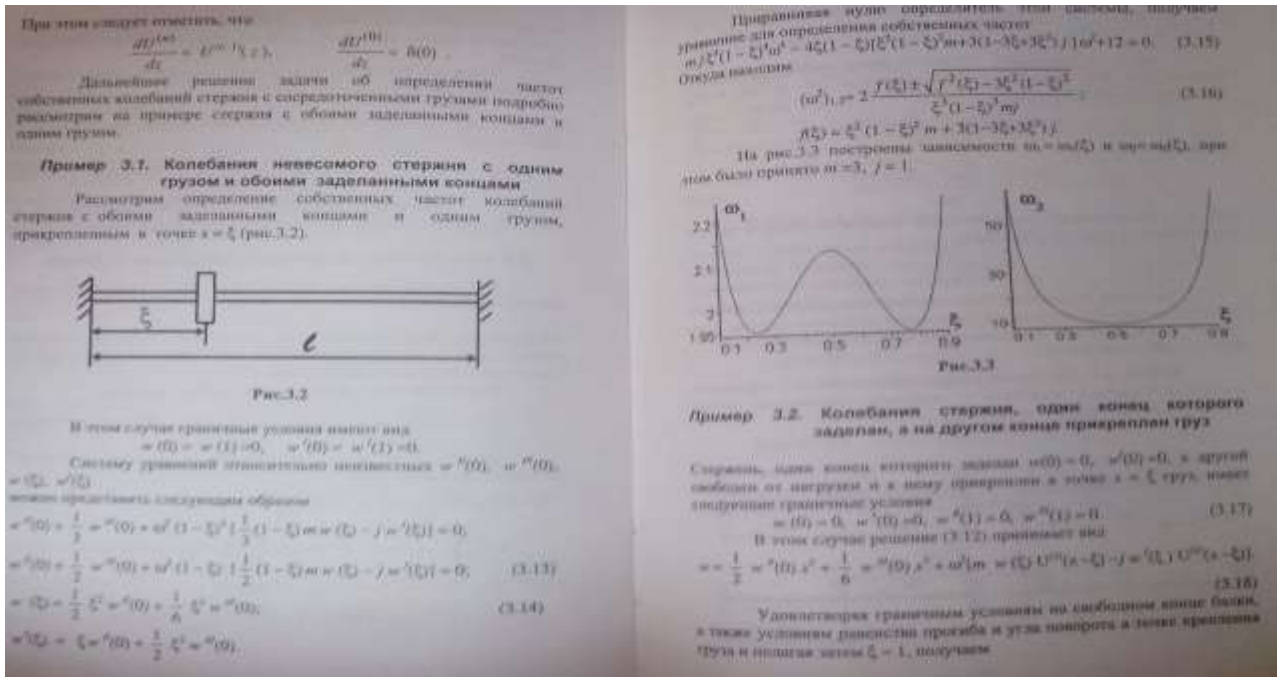
6. Коловский М.З. О точности механизмов промышленных роботов // Технология легкой промышленности. 1986 - №1. стр.: 109-114.

7. Собственные колебания стержней с упругими опорами, несущих сосредоточенные грузы. В.В. Подалков, А.М.Александров, В.А.Хромов. 2001 г. Стр.: 3-11.



8. Елфимов В.С., Ковалев А.М. Исследование колебаний манипулятора произвольной структуры при работе с виброинструментом на основе его динамической модели. Механика твердого тела, 1989 г., стр.: 47-56

9. Собственные колебания механических систем с упругими элементами.  
 В.В. Подалков, В.В. Филиппов. 2003 г. Стр.: 31-38.



10. Управление движением манипулятора с учетом упругих колебаний стрелы / Болотник Н.И., Гукасян А.А // Изв. АН СССР. Механика машин. 1976. 51, стр.: 66-99.

11. Динамика управляемых движений упругого манипулятора / Черноусько Ф.Л. // Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика. №5. - 1981. стр.: 142-152.

12. Моделирование динамики манипулятора с упругими звеньями / Акуленко Л.Д., Михайлов С.А., Черноусько Ф.А. И Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1981. - №3. стр.: 118-124.

13. М.А. Юрлов. Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия. «ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОВЯЗКОУПРУГИХ СИСТЕМ С ВНЕШНИМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ.»

«Прикрепленные к поверхности конструкции пьезоэлементы с шунтирующими цепями образуют рассеивающее энергию устройство для повышения диссипативных свойств механической системы. Благодаря пьезоэлектрическому эффекту часть механической энергии колебаний преобразуется в электрическую энергию, которая может быть рассеяна. Данная работа посвящена экспериментальному исследованию эффективности гашения колебаний конструкций с пьезоэлементами, зашунтированными внешними пассивными электрическими цепями. Исследованы резистивные и резистивноиндукционные

цепи. Рассматривается консольная стальная балка с прикрепленными к ее поверхности пьезоэлементами, подверженная внешнему гармоническому воздействию. Сопротивление и индуктивность шунтирующей электрической цепи варьируются до достижения максимального гашения колебаний первой и/или второй моды колебаний. Доказано, что представленная методика позволяет значительно снизить вибрации при наличии в цепи индуктивности по сравнению с чисто резистивной цепью. Желание избежать требуемых при этом больших катушек индуктивности привело к использованию синтетических индуктивностей – гираторов (собранных из операционных усилителей).

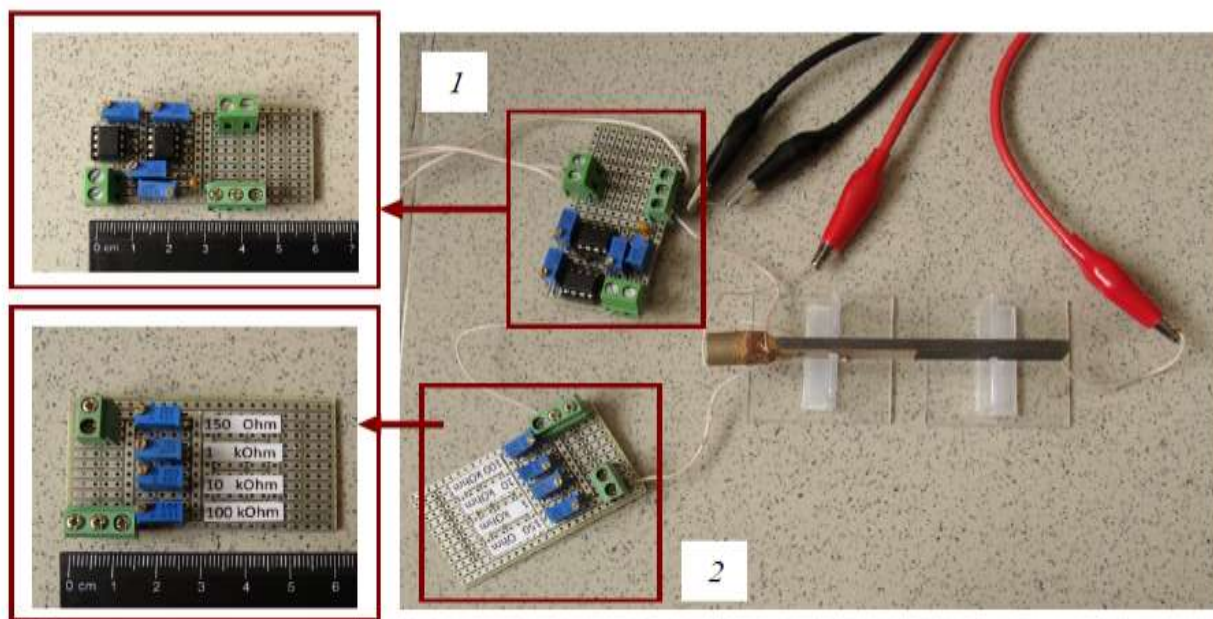


Рис. 2. Экспериментальный образец с последовательно соединенными переменными резисторами (1) и гиратором (2)

### Заключение

Несколько серий экспериментов с пьезокерамическими стержнями и стальной балкой с присоединенными к ее поверхности пьезоэлементами и внешними электрическими цепями показали, что оптимальное демпфирование колебаний достигается при наличии внешней индуктивно-резистивной цепи гашения. При этом стоит учитывать, что чрезмерное увеличение сопротивления или индуктивности может ухудшать способность внешней электрической цепи демпфировать колебания конструкции.

Сравнение экспериментальных и численных результатов [13] исследования показывает их полную качественную идентичность, что свидетельствует о достоверности разработанной математической модели.»

[Подробнее:](#)

[http://vestnik.pstu.ru/engine/get\\_file.php?f=924](http://vestnik.pstu.ru/engine/get_file.php?f=924)



14. Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Об управляемом вращении упругого стержня. Известия РАН, Прикладная математика и механика, т.46, : вып.4, 1982 г.
15. Голубев Ю.Ф., Дитковский А.Е. Управляемое вращение упругого стержня на плоскости. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ; 1999, №46.
16. Девянин Е.А., Ленский А.В., ГУрфинкель В.С., Формальский А.М. Управление упругими манипуляционными системами с распределенными параметрами. Отчет №3743 Института механики МГУ им. | М.В.Ломоносова. 1989 г.
17. Мяло Е. В. Гашение параметрических колебаний вертикального стержня подвижной массой. МАШИНОСТРОЕНИЕ И ИНЖЕНЕРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ № 2. 2008 г. Стр.: 43-52 .

Рассматривается упругий стержень, установленный вертикально на вибрирующем основании, совершающем вертикальные гармонические колебания. На стержень нанизана шайба, способная свободно скользить вдоль него. Приводятся результаты экспериментального исследования такой системы. Показано, что в условиях параметрического резонанса шайба поднимается по стержню и стабилизируется в зоне пучности его поперечных колебаний. При этом наблюдается снижение амплитуд поперечных колебаний стержня, что свидетельствует о роли шайбы как динамического гасителя колебаний. Предложена расчетная модель и составлены дифференциальные уравнения движения шайбы и колебаний стержня. Результаты решения полученной системы представлены в виде графиков зависимости от времени амплитудной функции для стержня, положения шайбы на стержне и нормальной силы взаимодействия шайбы со стержнем. Результаты численного решения сравниваются с данными эксперимента.