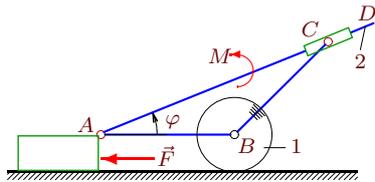


Вопрос 1. Формула поворота Родрига.

Вопрос 2. Уравнение Мещерского. Формула Циолковского

Задача D-30.1.

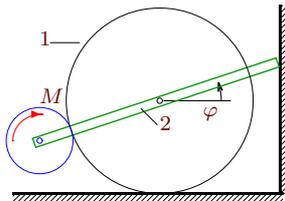


Стержень  $AD$  длины  $2a$  скользит в муфте  $C$ , шарнирно закрепленной на конце стержня  $BC = a$ , жестко скрепленного с диском массой  $m_1$  радиусом  $R$ . Ось диска соединена невесомым стержнем с призмой, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса стержня  $AD$  равна  $m_2$ . К стержню  $AD$  приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ ,  $AB = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AD$   $\varphi$ .

Вопрос 1. Минимальный момент приведения. Центральная винтовая ось.

Вопрос 2. Уравнение Мещерского. Формула Циолковского

Задача D-30.2.

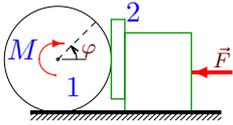


113  
 На оси цилиндра радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , шарнирно закреплен стержень длиной  $L$ , скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплен диск радиусом  $r$ , катящийся по внешней поверхности цилиндра. К диску приложен момент  $M$ . Качение цилиндра по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Мгновенный центр скоростей. Существование и единственность. Частные случаи положения МЦС.

**Вопрос 2.** Несвободное движение точки. Уравнение Лагранжа 1-го рода.

**Задача D-30.3.**

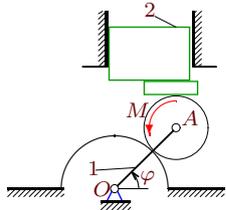


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной массы  $m_2$ . Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

Вопрос 1. Статические инварианты. Динама.

Вопрос 2. Уравнение Мещерского. Формула Циолковского

Задача D-30.4.



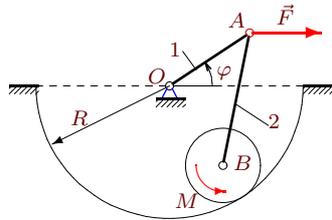
113

Диск радиусом  $r$  катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом  $R$  и находится в зацеплении с бруском, скользящим по нижней грани пресса массой  $m_2$ , движущегося вертикально. Оси цилиндров соединены стержнем массой  $m_1$ . К диску радиусом  $r$  приложен момент  $M$ , к прессу — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

Вопрос 1. Уравнение трех угловых скоростей. Теорема трапеции.

Вопрос 2. Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

Задача D-30.5.



113

Диск радиусом  $r$  катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 4r$ . Шарнирный двухзвенник  $OAB$  соединяет ось диска и неподвижную опору в центре цилиндрической поверхности;  $OA = 3r$ ,  $AB = 3\sqrt{2}r$ . К шарниру  $A$  приложена горизонтальная сила  $F$ , к диску — момент  $M$ . Масса кривошипа равна  $m_1$ , стержня  $AB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

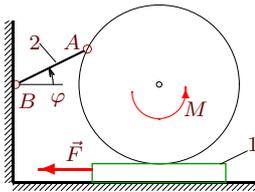
**Вопрос 1.** Формула поворота Родрига.

**Вопрос 2.** Уравнение Бине. Законы Кеплера.

**Задача D-30.6.**

113

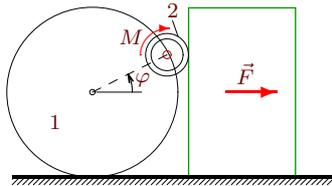
Точка  $A$  обода диска радиусом  $R$  соединена стержнем длиной  $R$  с неподвижным шарниром  $B$ , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса пластины  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к диску, горизонтальная сила  $F$  — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .



**Вопрос 1.** Мгновенный центр скоростей. Существование и единственность. Частные случаи положения МЦС.

**Вопрос 2.** Теория удара. Теорема Карно.

**Задача D-30.7.**

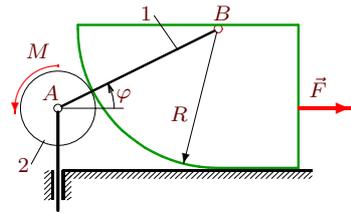


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. На ободе цилиндра закреплена ось колеса радиусом  $r$ , катящегося по боковой поверхности груза. Масса колеса  $m_2$ , радиус инерции  $i$ . К грузу, скользящему по гладкой поверхности, приложена горизонтальная сила  $F$ , к колесу — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.8.**

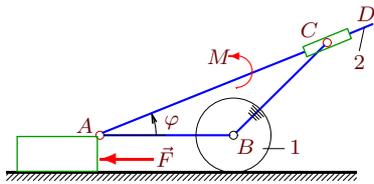


113  
 Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по цилиндрической радиусом  $R$  боковой поверхности груза, скользящего по горизонтальной плоскости. Стержень  $AB$  длиной  $R+r$  соединяет центр диска с осью цилиндрической поверхности. К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса стержня —  $m_1$ , диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Мгновенный центр скоростей. Существование и единственность. Частные случаи положения МЦС.

**Вопрос 2.** Теория удара. Коэффициент восстановления. Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удар. Косой удар.

**Задача D-30.9.**

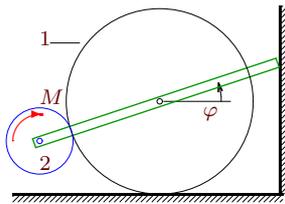


113  
Стержень  $AD$  длины  $2a$  скользит в муфте  $C$ , шарнирно закрепленной на конце стержня  $BC = a$ , жестко скрепленного с диском массой  $m_1$  радиусом  $R$ . Ось диска соединена невесомым стержнем с призмой, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса стержня  $AD$  равна  $m_2$ . К стержню  $AD$  приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ ,  $AB = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AD$   $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Теория удара. Центр удара.

**Задача D-30.10.**

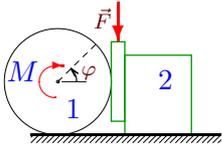


На оси цилиндра радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , шарнирно закреплен стержень длиной  $L$ , скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплен диск радиусом  $r$ , катящийся по внешней поверхности цилиндра. К диску приложен момент  $M$ . Качение цилиндра по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Решение задач с двумя степенями свободы с помощью уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.11.**

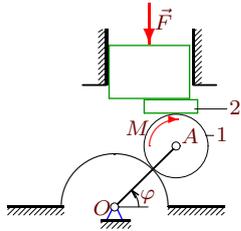


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$  катится по горизон- <sup>113</sup>  
 тальной поверхности и находится в зацеплении с тон-  
 кой пластиной. Другой гранью пластина скользит без  
 сопротивления по вертикальной грани бруска массы  
 $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обоб-  
 щенную координату принять  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Центростремительное и вращательное ускорение. Формула Ривальса. Распределение ускорений в теле.

**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.12.**

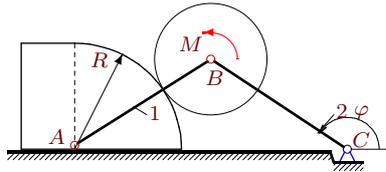


113  
 Диск радиусом  $r$ , массой  $m_1$ , катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом  $R$  и находится в зацеплении с бруском массой  $m_2$ , скользящим по нижней грани прессы, движущегося вертикально. К диску радиусом  $r$  приложен момент  $M$ , к прессу — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Скорость и ускорение точки в естественных осях. Угол смежности. Кривизна кривой. Радиус кривизны.

**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.13.**

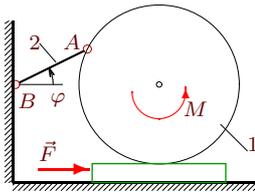


По боковой цилиндрической поверхности груза, скользящего горизонтально, катится диск радиусом  $r$ . Ось диска соединена с центром цилиндрической поверхности стержнем  $AB$  и стержнем  $BC$  с неподвижным шарниром. Длины стержней равны  $R + r$ . Масса стержня  $AB$  равна  $m_1$ , масса стержня  $BC$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BC$   $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движение.

**Вопрос 2.** Несвободное движение точки. Уравнение Лагранжа 1-го рода.

**Задача D-30.14.**

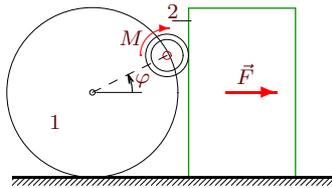


Точка  $A$  обода диска радиусом  $R$  соединена стержнем длиной  $R$  с неподвижным шарниром  $B$ , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса диска  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к диску, горизонтальная сила  $F$  — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Принцип Даламбера. Силы инерции. Классификация связей. Возможные перемещения, число степеней свободы, обобщенные координаты.

**Задача D-30.15.**

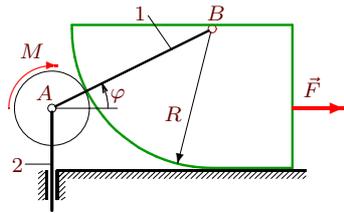


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. На ободе цилиндра закреплена ось колеса радиусом  $r$ , катящегося по боковой поверхности груза. Масса бруска  $m_2$ . К грузу, скользящему по гладкой поверхности, приложена горизонтальная сила  $F$ , к колесу — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сложение скоростей. Сложение ускорений. Ускорение Кориолиса. Правило Жуковского.

**Вопрос 2.** Уравнение Мещерского. Формула Циолковского

**Задача D-30.16.**

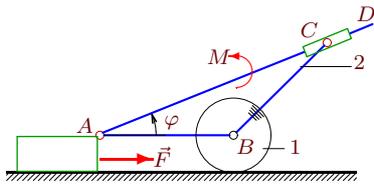


113  
 Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по цилиндрической радиусом  $R$  боковой поверхности груза, скользящего по горизонтальной плоскости. Стержень  $AB$  длиной  $R+r$  соединяет центр диска с осью цилиндрической поверхности. К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса стержня —  $m_1$ , штока —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Вращение тела вокруг неподвижной оси. Динамические реакции. Задача балансировки с помощью двух масс.

**Задача D-30.17.**

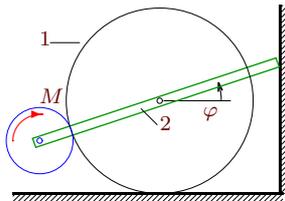


Стержень  $AD$  длины  $2a$  скользит в муфте  $C$ , шарнирно закрепленной на конце стержня  $BC = a$ , жестко скрепленного с диском массой  $m_1$  радиусом  $R$ . Ось диска соединена невесомым стержнем с призмой, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса стержня  $BC$  равна  $m_2$ . К стержню  $AD$  приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ ,  $AB = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AD$   $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Формула поворота Родрига.

**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.18.**

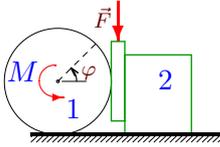


113  
 На оси цилиндра радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , шарнирно закреплен стержень длиной  $L$ , скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплен диск радиусом  $r$ , катящийся по внешней поверхности цилиндра. К диску приложен момент  $M$ . Качение цилиндра по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Теория удара. Теорема Карно.

**Задача D-30.19.**

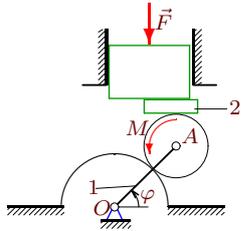


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Расчет фермы. Метод вырезания узлов. Сопоставление методов.

**Вопрос 2.** Теория удара. Центр удара.

**Задача D-30.20.**



113

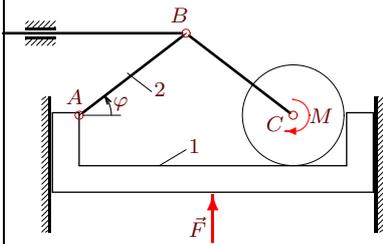
Диск радиусом  $r$  катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом  $R$  и находится в зацеплении с брусом массой  $m_2$ , скользящим по нижней грани прессы, движущегося вертикально. Оси цилиндров соединены стержнем массой  $m_1$ . К диску радиусом  $r$  применен момент  $M$ , к прессу — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Расчет фермы. Метод Риттера. Сопоставление методов. Леммы о нулевых стержнях.

**Вопрос 2.** Вращение тела вокруг неподвижной оси. Динамические реакции. Задача балансировки с помощью двух масс.

**Задача D-30.21.**

113



Стержни  $AB$  и  $BC$  одинаковой длины  $a$  шарнирно соединены в точке  $B$  с горизонтальным штоком. Цилиндр радиусом  $R$  катается по верхней поверхности поршня, скользящего в вертикально. К нижней поверхности поршня приложена сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Масса поршня равна  $m_1$ , стержня  $AB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

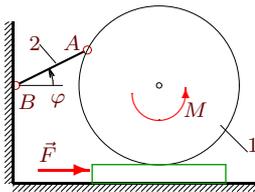
**Вопрос 1.** Скорость и ускорение точки в естественных осях. Угол смежности. Кривизна кривой. Радиус кривизны.

**Вопрос 2.** Принцип возможных перемещений. Определение реакций опор с помощью принципа возможных перемещений.

**Задача D-30.22.**

113

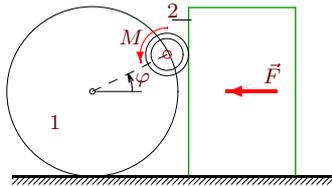
Точка  $A$  обода диска радиусом  $R$  соединена стержнем длиной  $R$  с неподвижным шарниром  $B$ , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса диска  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к диску, горизонтальная сила  $F$  — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .



Вопрос 1. Уравнение трех угловых скоростей. Теорема трапеции.

Вопрос 2. Уравнение Мещерского. Формула Циолковского

Задача D-30.23.

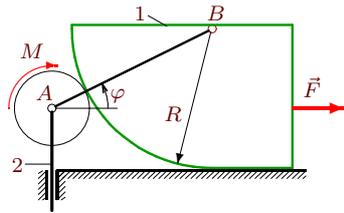


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. На ободке цилиндра закреплена ось колеса радиусом  $r$ , катящегося по боковой поверхности груза. Масса бруска  $m_2$ . К грузу, скользящему по гладкой поверхности, приложена горизонтальная сила  $F$ , к колесу — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Уравнение Мещерского. Формула Циолковского

**Задача D-30.24.**

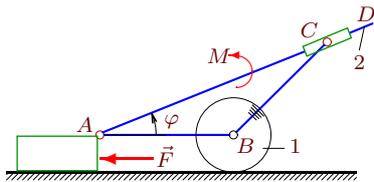


113  
 Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по цилиндрической радиусом  $R$  боковой поверхности груза, скользящего по горизонтальной плоскости. Стержень  $AB$  длиной  $R+r$  соединяет центр диска с осью цилиндрической поверхности. К диску приложен момент  $M$ , к грузу — сила  $F$ . Масса груза —  $m_1$ , штока —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Минимальный момент приведения. Центральная винтовая ось.

**Вопрос 2.** Поле сил. Потенциальные силы. Условие потенциальности поля. Потенциальная энергия.

**Задача D-30.25.**

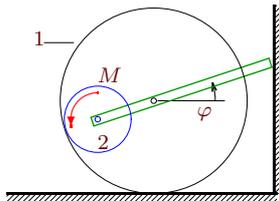


Стержень  $AD$  длины  $2a$  скользит в муфте  $C$ , шарнирно закрепленной на конце стержня  $BC = a$ , жестко скрепленного с диском массой  $m_1$  радиусом  $R$ . Ось диска соединена невесомым стержнем с прямой, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса стержня  $AD$  равна  $m_2$ . К стержню  $AD$  приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ ,  $AB = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AD$   $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Расчет фермы. Метод вырезания узлов. Сопоставление методов.

**Вопрос 2.** Несвободное движение точки. Уравнение Лагранжа 1-го рода.

**Задача D-30.26.**

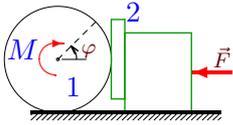


113  
 На оси обода радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , шарнирно закреплён стержень длиной  $L$ , скользящий одним концом по вертикальной плоскости. На другом конце стержня шарнирно закреплён диск радиусом  $r$ , катящийся по внутренней поверхности обода. К диску приложен момент  $M$ . Качение обода по горизонтальной плоскости происходит без проскальзывания. Масса диска  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщённую координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Расчет фермы. Метод Риттера. Сопоставление методов. Леммы о нулевых стержнях.

**Вопрос 2.** Несвободное движение точки. Уравнение Лагранжа 1-го рода.

**Задача D-30.27.**

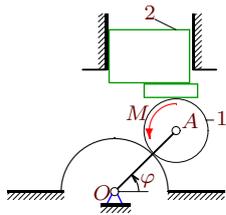


Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной массы  $m_2$ . Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Сферическое движение. Кинематические уравнения Эйлера в проекции на подвижные оси.

**Вопрос 2.** Поле сил. Потенциальные силы. Условие потенциальности поля. Потенциальная энергия.

**Задача D-30.28.**

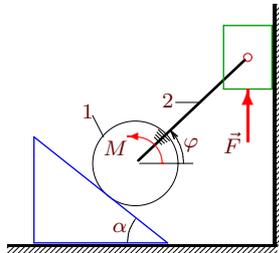


113  
 Диск радиусом  $r$ , массой  $m_1$ , катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом  $R$  и находится в зацеплении с бруском, скользящим по нижней грани прессы массой  $m_2$ , движущегося вертикально. К диску радиусом  $r$  приложен момент  $M$ , к прессу — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Расчет фермы. Метод вырезания узлов. Сопоставление методов.

**Вопрос 2.** Теория удара. Центр удара.

**Задача D-30.29.**



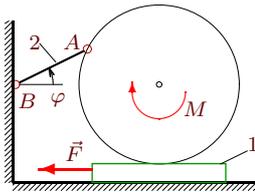
113

Цилиндр радиусом  $R$  с жестко закрепленным на нем стержнем длиной  $a$  может кататься по наклонной поверхности призмы, скользящей по гладкой плоскости. Верхний конец стержня шарнирно соединен с вертикально движущимся грузом. К грузу приложена вертикальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Масса цилиндра равна  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

Вопрос 1. Формула поворота Родрига.

Вопрос 2. Несвободное движение точки. Уравнение Лагранжа 1-го рода.

Задача D-30.30.



113

Точка  $A$  обода диска радиусом  $R$  соединена стержнем длиной  $R$  с неподвижным шарниром  $B$ , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса пластины  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к диску, горизонтальная сила  $F$  — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .