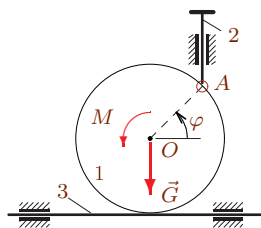


Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

Задача D-13.6.

11

Однородный диск 1 массой 4 кг радиуса $R = 0.6$ м шарнирно соединен в точке A с движущимся штоком 2 массой 4 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила $G = 4$ Н и момент $M = 172.8$ Нм. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при $\sin \varphi = 0.8$.



Решение

m_1 - масса диска, m_2 - масса штока 2.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \frac{J_1 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 v_A^2}{2} + \frac{m_1 v_O^2}{2}, \quad (1)$$

где $J_1 = \frac{m_1 R^2}{2}$, $v_A = v_{Ay}$, $v_O = v_{Ox}$.

Составляем граф $O \frac{R}{\varphi} A$:

$$\begin{aligned} 0 &= v_{Ox} - \dot{\varphi} R \sin \varphi, \\ v_{Ay} &= \dot{\varphi} R \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2)$$

Обобщенная сила:

$$Q = M \quad (3)$$

Подставим уравнения (2) в уравнение (1):

$$T = \frac{1}{2} \frac{m_1 R^2}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_2 R^2 \dot{\varphi}^2 \cos^2 \varphi + \frac{1}{2} m_1 R^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \varphi, \quad (4)$$

Обозначим $m = m_1 = m_2 = 4$ (кг). Имеем:

$$T = \frac{3}{4} m R^2 \dot{\varphi}^2, \quad (5)$$

Уравнение Лагранжа имеет вид:

$$\ddot{\varphi} \left(\frac{3mR^2}{2} \right) = M \quad (6)$$

После подстановки численных данных в (6) получаем ответ $\ddot{\varphi} = 80 \text{ с}^{-2}$.