

Брускок массой 6 кг, соединенный стержнем АВ длиной 3 м с центром диска, скользит по поверхности. К диску радиуса 2 м приложен момент $M_1 = 10 \text{ Нм}$, к стержню — момент $M_2 = 15 \text{ Нм}$, к брускоку сила $\vec{F} = 15 \text{ Н}$. Масса диска равна 4 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение стержня при $\sin \alpha = 0.6$

Решение:

Кинетическая энергия:

$$T = \frac{m_3 V_{Ax}^2}{2} + \frac{I_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_1 V_{By}^2}{2}. \quad (1)$$

Обобщённая сила:

$$Q = \frac{-F V_{Ax} + M_1 \omega_1 - M_2 \omega_2}{\omega_2}. \quad (2)$$

Составим граф:

$$A \frac{\alpha}{l} B \quad (3)$$

$$x : \quad 0 = V_{Ax} - \omega_2 l \sin \alpha, \quad (3)$$

$$y : \quad V_{By} = 0 + \omega_2 l \cos \alpha. \quad (4)$$

Составим график:

$$B \frac{0}{R} K \quad (5)$$

$$y : \quad 0 = V_{By} + \omega_1 R \cos 0, \quad (5)$$

из (5) получим :

$$\omega_1 = \frac{-V_{By}}{R} = \frac{-\omega_2 l \cos \alpha}{R}, \quad (6)$$

Подставим соотношения скоростей (3), (4) и (6) в (1) и (2), получим:

$$T = \frac{m_3 (\omega_2 l \sin \alpha)^2}{2} + \frac{I_1 (\omega_2 l \cos \alpha / R)^2}{2} + \frac{m_1 (\omega_2 l \cos \alpha)^2}{2}, \quad (7)$$

где $I_1 = \frac{m_1 R^2}{2}$

$$Q = \frac{-F(\omega_2 l \sin \alpha) + M_1(-\omega_2 l \cos \alpha / R) - M_2 \omega_2}{\omega_2}, \quad (8)$$

Запишем уравнение Лагранжа второго рода :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = Q, \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = \varepsilon_2 \left(m_3 l^2 \sin^2 \alpha + \frac{I_1 l^2 \cos^2 \alpha}{R^2} + m_1 l^2 \cos^2 \alpha \right) = Q. \quad (10)$$

Подставим численные значения в (10), получим:

$$54 \varepsilon_2 = -54 \Rightarrow \varepsilon_2 = -1, \quad (11)$$

Ответ: $\varepsilon_2 = -1$

