

МЭИ

Кафедра РМДиПМ

Задание №9. «Уравнение Лагранжа. Вычисление ускорения.»

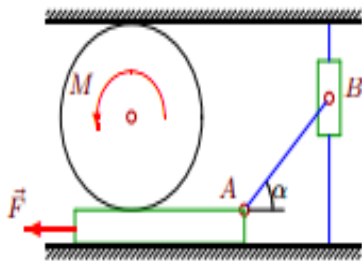
Студент:Бабкина М.С

Преподаватель:Кирсанов М.Н

Москва ,2016

Задача D-13.6.

Бабкина Мария



Стержень $AB = 2$ м соединяет муфту, скользящую по вертикальному стержню, и горизонтально движущийся брусок. Цилиндр радиуса 1 м катится по плоскости и по бруску. Масса стержня равна 6 кг. Механизм расположен в горизонтальной плоскости; $M = 4$ Нм, $F = 2$ Н. Найти угловое ускорение стержня при $\sin \alpha = 0.6$.

Решение:

Для решения задачи составим уравнение Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\omega}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \omega} = Q$$

За обобщенную координату примем угол поворота диска:

$$q = \alpha$$

$$\dot{q} = \dot{\alpha} = w$$

Кинетическая энергия поступательного движения стержня АВ равна:

$$T = T_{AB} = \frac{Y_{AB} w_{AB}^2}{2} = \frac{\dot{\alpha}^2}{2} \left(\frac{M_{AB} (AB)^2}{3} \right) = \frac{\alpha^2}{2} 8$$

$$A=8$$

Рассмотрим граф $A \xrightarrow{R, \alpha} B$:

$$x: v_{Bx} = v_{Ax} - AB w_{AB} \sin \alpha$$

$$y: v_{By} = v_{By} + AB w_{AB} \cos \alpha$$

$$v_{Ax} = AB w_{AB} \sin \alpha$$

$$v_{By} = AB w_{AB} \cos \alpha$$

Построим граф $K \xrightarrow{R, \frac{\pi}{2}} D$

$$x: v_{Px} = v_{Kx} - 2R_y w_y \sin \frac{\pi}{2}$$

$$w_y = \frac{v_{Ax}}{2R_y} = \frac{ABw_{AB} \sin \alpha}{2R_y}$$

Рассмотрим граф $C \xrightarrow{R, \frac{\pi}{2}} D$:

$$X: v_{Px} = v_{Cx} - R_y w_y \sin \frac{\pi}{2}$$

$$v_{Cx} = \frac{R_y v_{Ax}}{2R_y} = \frac{v_{Ax}}{2} = \frac{ABw_{AB} \sin \alpha}{2}$$

Определим обобщенную силу системы:

$$Q = \frac{1}{\alpha} (-F(+v_{Ax}) + M w_y) = -F(AB \sin \alpha) + M \frac{AB \sin \alpha}{2R_y} = -2 \cdot 2 \cdot 0.6 + 4 \cdot \frac{2 \cdot 0.6}{2} = 0$$

$$Q = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = A \dot{\alpha} = \frac{d}{dx} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = A \ddot{\alpha} = \frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0$$

$$A \ddot{\alpha} = Q$$

$$\ddot{\alpha} = \frac{Q}{A} = 0$$

$$\ddot{\alpha} = 0$$

Ответ: $A=8; Q=0; \ddot{\alpha} = 0$