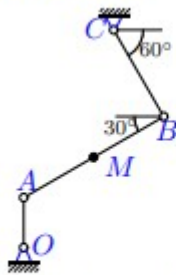
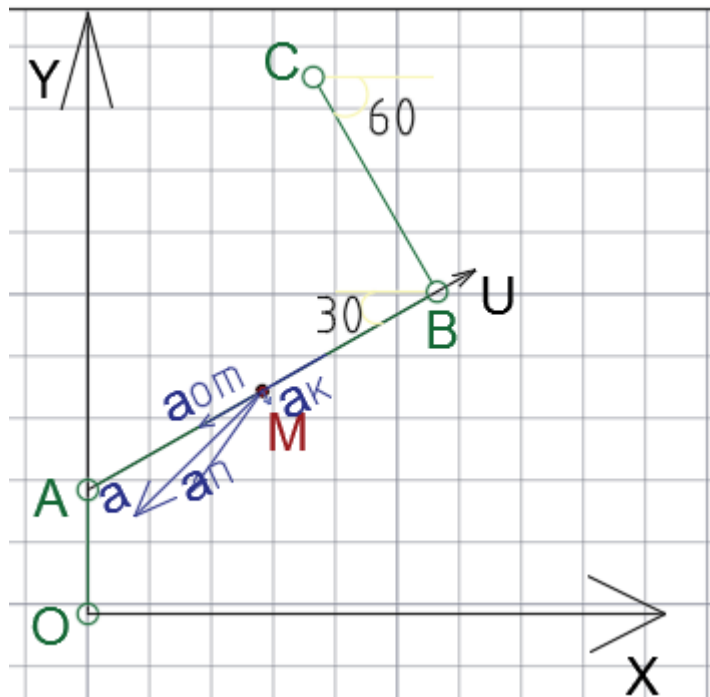
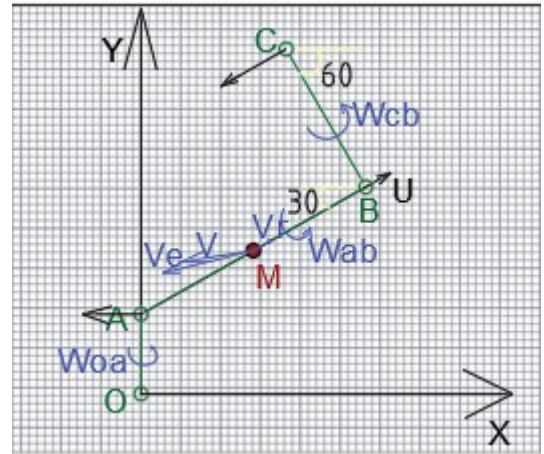
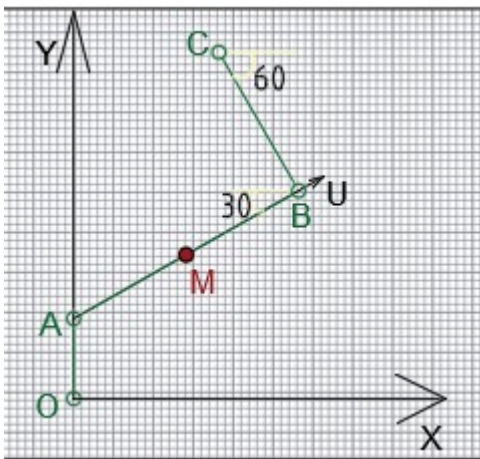


Задача К-12.12. Овсянникова Варвара



$AM = 9t(2 + \cos(\pi t/3)); t = 6 \text{ с,}$
 $\omega_{OA} = 1.3 \frac{1}{\text{с}},$
 $OA = 100, AB = 324, BC = 200$



Вводим неподвижную систему координат XY, совмещая её начало с положением шарнира O механизма в заданный момент времени. Вдоль стержня AB направляем в сторону движения точки M подвижную ось U.

Зная закон относительного движения $\sigma(t) = 9t(2 + \cos(\pi t/3))$

определяем положение точки при $t = 6$ с: $AM = \sigma(6) = 162 \text{ см} = AB\sqrt{2}$

Определяем координаты шарниров в неподвижных осях координат:

$$XO = 0,$$

$$YO = 0,$$

$$XA = 0,$$

$$YA = OA = 100,$$

$$XB = AB \cos(30^\circ) = 162\sqrt{3},$$

$$YB = AB \sin(30^\circ) + AO = 262,$$

$$XC = AB \cos(30^\circ) - BC \cos(60^\circ) = 162\sqrt{3} - 100,$$

$$YC = OA + AB \sin(30^\circ) + BC \sin(60^\circ) = 100\sqrt{3} + 262,$$

$$XM = 81\sqrt{3},$$

$$YM = 181.$$

Дифференцируя $\sigma(t)$ по времени, находим проекции относительной скорости и относительного ускорения на ось U

$$V_{\text{т от } \sigma} = \sigma' = 18 + 2\cos(\pi t/3) - 3t\sin(\pi t/3) = 27 \text{ см/с}$$

$$a_{\text{т от } \sigma} = \sigma'' = -\pi^2 \approx -59,15 \text{ см/с}^2$$

Угол между осями U и X равен 30° . Находим проекции на ось

$$X: V_{\text{от } X} = V_{\text{от } \sigma} \cos(30^\circ) = 23,38 \text{ см/с},$$

$$V_{\text{от } Y} = V_{\text{от } \sigma} \sin(30^\circ) = 13,5$$

$$a_{\text{от } X} = a_{\text{от } \sigma} \cos(30^\circ) = -6\sqrt{3}\pi^2 \approx -51,23 \text{ см/с}^2,$$

$$a_{\text{от } Y} = a_{\text{от } \sigma} \sin(30^\circ) = -29,5823 \text{ см/с}^2$$

Решаем задачу о скоростях точек многозвенного механизма, используя уравнения 3 угловых скоростей:

$$\omega_{OAz}(X_O - X_A) + \omega_{ABz}(X_A - X_B) + \omega_{BCz}(X_B - X_C) = 0$$

$$\omega_{OAz}(Y_O - Y_A) + \omega_{ABz}(Y_A - Y_B) + \omega_{BCz}(Y_B - Y_C) = 0,$$

где по условию $\omega_{OAz} = 1.3$. Подставляя численные значения, получаем:

$$\omega_{ABz} = -0.2 \text{ рад/с}$$

$$\omega_{BCz} = -0.56 \text{ рад/с}$$

$$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{AM} = \vec{\omega}_{OA} \times \vec{OA} + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{AM}$$

Переписываем это равенство в виде:

$$\vec{v}_M = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_{OAz} \\ X_A - X_O & Y_A - Y_O & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_{ABz} \\ X_M - X_A & Y_M - Y_A & 0 \end{pmatrix}$$

Получаем

$$V_{Mx} = -113.8 \text{ см/с}$$

$$V_{My} = -28.059 \text{ см/с}$$

$$V_{п.х} = V_{Mx}, V_{п.у} = V_{My}$$

$$\text{Модуль скорости } V_{п} = \sqrt{(12950.44 + 787.307)} \approx 117.208 \text{ м/с}$$

Определяем проекции:

$$V_x = V_{от x} + V_{п.х} = -90.42 \text{ м/с}$$

$$V_y = V_{от y} + V_{п.у} = -14.559 \text{ см/с}$$

$$\text{и модуль абсолютной скорости: } V = \sqrt{(8175.78 + 211.96)} = 91.58 \text{ см/с}$$

Решаем задачу об ускорениях точек многосвязного механизма, используя уравнения трех

угловых ускорений, считая $\epsilon_{OA} = 0$:

$$\epsilon_{ABz}(XA - XB) + \epsilon_{BCz}(XB - XC) - \omega^2_{OAz}(YO - YA) - \omega^2_{ABz}(YA - YB) - \omega^2_{BCz}(YB - YC) = 0$$

$$\epsilon_{ABz}(YA - YB) + \epsilon_{BCz}(YB - YC) + \omega^2_{OAz}(XO - XA) + \omega^2_{ABz}(XA - XB) + \omega^2_{BCz}(XB - XC) = 0$$

Находим $\epsilon_{ABz} = 0.645 \text{ рад/с}^2$. Вычисляем вектор ускорения той точки механизма, в которой в данный момент находится подвижная точка М. Это ускорение является

переносным для точки М. Учитывая, что $\epsilon_{OAz} = 0$, записываем векторное равенство:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{\epsilon}_{AB} \times \vec{AM} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{AM}) = \vec{\omega}_{OA} \times (\vec{\omega}_{OA} \times \vec{OA}) + \vec{\epsilon}_{AB} \times \vec{AM} + \vec{\omega}_{AB} \times (\vec{\omega}_{AB} \times \vec{AM})$$

Раскрывая векторное произведение по аналогии с (1), вычисляем

$a_{Mx} \approx -57.845 \text{ см/с}^2$, $a_{My} \approx -81.75 \text{ см/с}^2$. Это переносное ускорение для точки М:

$a_{п.х} = a_{Mx}$, $a_{п.у} = a_{My}$. Модуль переносного ускорения: $a_{п} = 100.145 \text{ см/с}^2$.

Находим ускорение Кориолиса:

$$a_K = 2\omega_n \times v_{от}$$

где ω_n - вектор угловой скорости звена АВ, по которому движется точка:

$$a_K = 2 \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_{ABz} \\ v_{от.x} & v_{от.y} & 0 \end{pmatrix}$$

Вычисляем

$$a_{Kx} = -2\omega_{ABz}v_{от y} = 5.4,$$

$$a_{Ky} = 2\omega_{ABz}v_{от x} = -9.352.$$

Модуль ускорения Кориолиса:

$$|a_K| = \sqrt{29.16 + 87.46} \approx 10.799 \text{ см/с}^2.$$

Вычисляем абсолютное ускорение

$$a = a_{от} + a_{п} + a_K:$$

$$a_x = a_{от x} + a_{п.х} + a_{Kx} = -51.23 - 57.845 + 5.4 = -103.67 \text{ см/с}^2$$

$$a_y = -29.5823 - 81.75 - 9.352 = -120.68 \text{ см/с}^2$$

И его модуль:

$$a = 159.095 \text{ см/с}^2$$

Ответы:

$$\omega_e = -0,2 \text{ рад/с}$$

$$\epsilon_e = 0,645 \text{ рад/с}^2$$

$$V_{Tr} = 27 \text{ см/с}$$

$$V_{xe} = -113.8 \text{ см/с}$$

$$V_{ye} = -28.059 \text{ см/с}$$

$$V_e = 117.208 \text{ см/с}$$

$$V = 91.58 \text{ см/с}$$

$$a_{Tr} = -59.15 \text{ см/с}^2$$

$$a_e = 100.145 \text{ см/с}^2$$

$$a_C = 10.8 \text{ см/с}^2$$

$$a = 159.095 \text{ см/с}^2$$

$$a_{xr} = -51.23 \text{ см/с}^2$$

$$a_{yr} = -29.58 \text{ см/с}^2$$

$$a_{xe} = -57.845 \text{ см/с}^2$$

$$a_{ye} = -81.75 \text{ см/с}^2$$

$$a_x = -103.67 \text{ см/с}^2$$

$$a_y = -120.68 \text{ см/с}^2$$