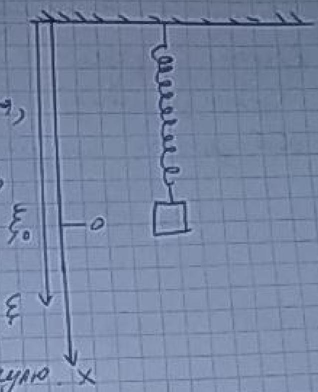
$p F_0 = M_0 - \omega \cdot F_0$

Пусть $F_x, F_y, F_z, M_{ox}, M_{oy}, M_{oz}$ - проекции главного вектора и главного момента на оси x, y, z:

$$\frac{M_{ox} - (yF_z - zF_y)}{F_x} = \frac{M_{oy} - (zF_x - xF_z)}{F_y} = \frac{M_{oz} - (xF_y - yF_x)}{F_z} = p$$

- уравнение центральной оси.

Вопрос 1:



$$m\ddot{\xi} = f_{упр} + mg,$$

m - масса груза, ξ - его координата,

$f_{упр} = -k\xi$ - возвращающая сила, возникающая при растяжении или сжатии пружины.

при $(\xi = \xi_0)$ сумма всех сил, действующих на тело равна нулю. То есть $k\xi_0 = mg$. Переходя к новой переменной $x = \xi - \xi_0$

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$x(0) = x_0 = A_0 \cos\varphi \qquad A_0 = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = 1$$

$$x'(0) = v_0 = -A_0 \omega \sin\varphi$$

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{v_0}{x_0 \omega}$$

$$v(t) = -A_0 \omega \sin(\omega t + \varphi) = A_0 \omega \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} + \varphi)$$

$$a(t) = -A_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = A_0 \cos(\omega_0 t + \pi + \varphi)$$

Кин. энергия:

$$E_{кин.} = \frac{m v^2}{2} = \frac{m \omega^2 A_0^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi)$$

Теорема Лагранжа - Дирихле

Равновесие консервативной системы неустойчиво, если потенциальная энергия системы в положении равновесия не имеет минимума и отсутствие минимума определяется слагаемыми второго порядка малости в разложении потенциальной энергии в ряд по степеням обобщенных координат.

Билет № 17 Титумов ДС

Вопрос 2

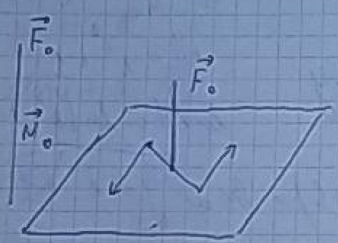
Динама

Второй статический инвариант:

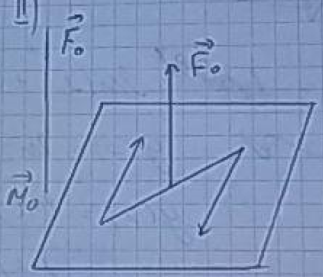
$$I_2 = \vec{F}_0 \cdot \vec{M}_0 = F_x M_x + F_y M_y + F_z M_z$$

Опр. Совокупность силы и пары сил с моментом, коллинеарным силе, называется динамическим винтом или динамой. Динамический винт представляет собой совокупность силы и пары сил, действующей в плоскости, перпендикулярной силе.

I)



II)



Если второй статический инвариант не равен нулю то систему можно привести к динаме.

Условие коллинеарности главного вектора и главного момента записывается след. образом.

$pF_0 = M^*$, где p - параметр (шаг) винта, имеющий размерность длины

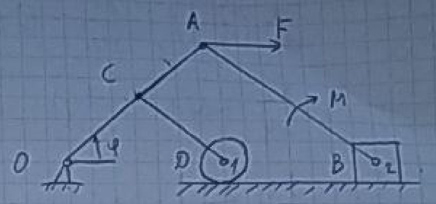
Таким образом,

$$p\vec{F}_o = \vec{M}_o - \vec{OO^*} \cdot \vec{F}_o$$

Пусть $F_x, F_y, F_z, M_{ox}, M_{oy}, M_{oz}$ - проекции главного вектора и главного момента на оси x, y, z:

$$\frac{M_{oz} - (yF_z - zF_y)}{F_x} = \frac{M_{oy} - (zF_x - xF_z)}{F_y} = \frac{M_{oz} - (xF_y - yF_x)}{F_z} = p$$

- уравнение центральной оси.



$\triangle ABO$ и $\triangle OCD$ – равнобедр., $\Rightarrow \angle COD = \angle CDO = \angle ABO$

Сост. граф: $O \xrightarrow[a]{\varphi} C \xrightarrow[a]{-\varphi} D$

y: $0 = \dot\varphi \cos(\varphi)\, a - \Omega_{CD} \cos(\varphi)\, a$

$\Omega_{CD} = -\dot\varphi$

x: $V_{Dx} = -\sin(\varphi)\dot\varphi a - \sin(\varphi)\dot\varphi a = -2a\sin(\varphi)\dot\varphi$

Сост. граф: $O \xrightarrow[2a]{\varphi} A \xrightarrow[2a]{-\varphi} B$

y: $0 = \dot\varphi \cos(\varphi)\, 2a + \Omega_{AB} \cos(\varphi)\, 2a$

$\Omega_{AB} = -\dot\varphi$

x: $V_{Bx} = -\sin(\varphi)\dot\varphi\, 2a - \sin(\varphi)\dot\varphi\, 2a = -4a\sin(\varphi)\dot\varphi$

Сост. граф: $O \xrightarrow[2a]{\varphi} A$

$V_{Ax} = -\dot\varphi\, 2a \sin(\varphi)$

Кинетич. энергия:

$T = \frac{3}{4} m_1 V_{Dx}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{Bx}^2$

$T = 3a^2 \sin(\varphi)^2 m_1 + 8a^2 \dot\varphi^2 \cdot m_2 \cdot \sin^2\varphi$

$T = (\dot\varphi^2/2)\, A \sin^2\varphi$

Обобщенная сила:

$Q = (-M\Omega_{AB} + F V_{Ax}) / \dot\varphi \Rightarrow Q = M - F\sin(\varphi)\, 2a$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q \quad (*)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi} = \dot\varphi\,(A\cdot\sin^2\varphi) \;;\; \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{\dot\varphi^2}{2}\left[A\cdot\overbrace{2\cdot\sin\varphi\cdot\cos\varphi}^{\sin 2\varphi}\right]$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi}\right) = \ddot\varphi\,(\ldots) + \dot\varphi^2\cdot[\ldots]$$

Подставляем в $(*)$: $\ddot\varphi(\ldots) + \frac{\dot\varphi^2}{2}[\ldots] = Q$