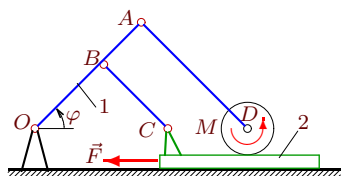


# Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.300.)

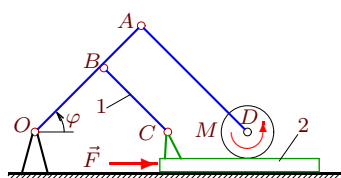
## Задача D30.1.



*Анисимова Полина*

Цилиндр радиусом  $R$  катится по горизонтальной поверхности платформы, скользящей по гладкой плоскости. Стержень  $BC = a$  шарнирно соединяет кривошип  $OA$  и платформу. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ ;  $OB = a$ ,  $OA = AD = b$ . Масса кривошипа  $OA$  равна  $m_1$ , платформы —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

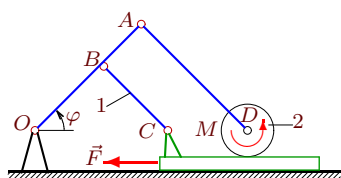
## Задача D30.2.



*Анохин Дмитрий*

Цилиндр радиусом  $R$  катится по горизонтальной поверхности платформы, скользящей по гладкой плоскости. Стержень  $BC = a$  шарнирно соединяет кривошип  $OA$  и платформу. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ ;  $OB = a$ ,  $OA = AD = b$ . Масса стержня  $BC$  равна  $m_1$ , платформы —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

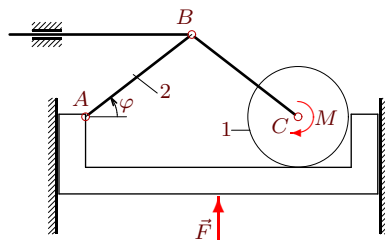
## Задача D30.3.



*Арефьева Катя*

Цилиндр радиусом  $R$  катится по горизонтальной поверхности платформы, скользящей по гладкой плоскости. Стержень  $BC = a$  шарнирно соединяет кривошип  $OA$  и платформу. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ ;  $OB = a$ ,  $OA = AD = b$ . Масса стержня  $BC$  равна  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

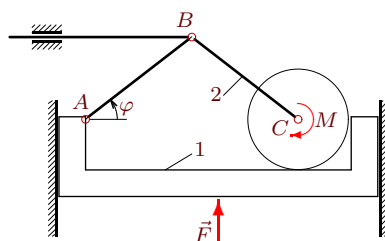
## Задача D30.4.



*Васильев Владислав*

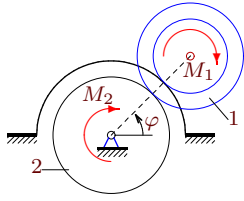
Стержни  $AB$  и  $BC$  одинаковой длины  $a$  шарнирно соединены в точке  $B$  с горизонтальным штоком. Цилиндр радиусом  $R$  катится по верхней поверхности поршня, скользящего в вертикально. К нижней поверхности поршня приложена сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Масса цилиндра равна  $m_1$ , стержня  $AB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

## Задача D30.5.

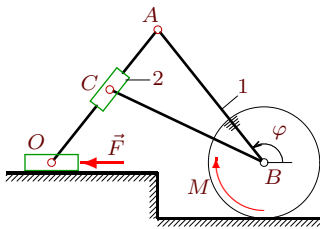


*Гарифов Руслан*

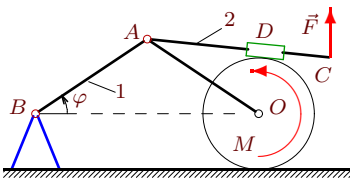
Стержни  $AB$  и  $BC$  одинаковой длины  $a$  шарнирно соединены в точке  $B$  с горизонтальным штоком. Цилиндр радиусом  $R$  катится по верхней поверхности поршня, скользящего в вертикально. К нижней поверхности поршня приложена сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Масса поршня равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

**Задача D30.6.***Глаголева Алена*

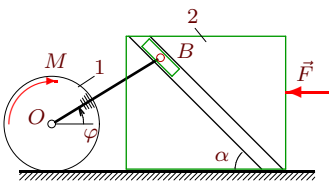
По цилиндрической поверхности радиусом  $R$  катится внутренним ободом радиуса  $r_1$  блок массой  $m_1$ . Своим внешним ободом блок касается цилиндра массой  $m_2$ , приводя его во вращение. К цилиндру приложен момент  $M_2$ , к блоку —  $M_1$ . Момент инерции блока  $J$ , радиус цилиндра  $r_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол  $\varphi$ .

**Задача D30.7.***Ефимов Костя*

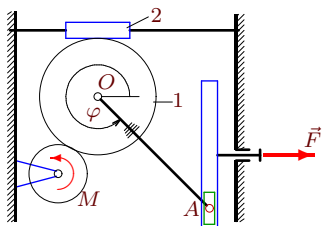
Стержень  $AB$  жестко скреплен с цилиндром радиуса  $R$ , катящимся без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Муфта  $C$  скользит по стержню  $AO$ . Стержни  $AO$  и  $AB$  шарнирно соединены, ползун  $O$  движется горизонтально. К цилиндру приложен момент  $M$ , к ползуну — сила  $F$ ;  $OA = AB = BC = a$ . Масса стержня  $AB$  равна  $m_1$ , масса муфты —  $m_2$ , момент инерции муфты  $J$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AB$   $\varphi$ .

**Задача D30.8.***Завидный Антон*

Цилиндр радиусом  $R$  катится по горизонтальной поверхности. Стержень  $AO$  соединяет кривошип  $AB$  массой  $m_1$  с осью цилиндра. Муфта  $D$  находится в зацеплении с цилиндром и может скользить по стержню  $AC$ , к концу которого приложена вертикальная сила  $F$ . К цилиндру приложен момент  $M$ ;  $OA = AB = a$ ,  $AC = b$ , толщиной муфты пренебречь. Масса стержня  $AC$  равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.9.***Колякина Лида*

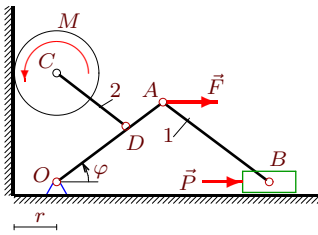
Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Стержень  $OB$  жестко соединен с цилиндром. Ползун  $B$ , шарнирно закрепленный на кривошипе, скользит в наклонной прорези призмы, движущейся по гладкой плоскости;  $OB = a$ . Масса призмы равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.10.***Масленков Антон*

Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ , находится в зацеплении с вращающимся диском радиусом  $r$  и горизонтально движущейся муфтой. Кривошип  $OA$  жестко соединен с цилиндром. Ползун  $A$ , шарнирно закрепленный на кривошипе, скользит в прорези кулисы;  $OA = a$ . К штоку кулисы приложена горизонтальная сила  $\vec{F}$ , к диску — момент  $M$ . Масса муфты равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.11.**

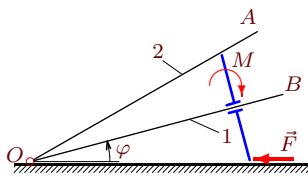
*Павлов Роман*



Механизм состоит из трех шарнирно соединенных стержней, ползуна и цилиндра радиусом  $r$ . Цилиндр катится по вертикальной плоскости, ползун скользит горизонтально;  $OA = AB = a$ ,  $CD = OD = b$ . К шарниру  $A$  и к ползуну приложены горизонтальные силы  $\vec{F}$  и  $P$ , к цилиндру — момент  $M$ . Масса стержня  $AB$  равна  $m_1$ , стержня  $DC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.12.**

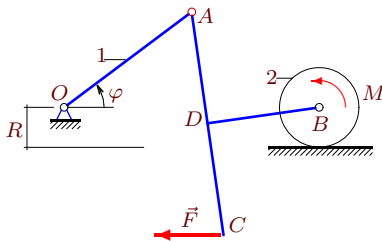
*Пай Артем*



Пластинка радиусом  $2R$  с отверстием в центре надета под прямым углом на стержень  $OB$ , закрепленный на цилиндрическом шарнире  $O$ . Верхним краем пластинка скользит по стержню  $OA$ , нижним — по горизонтальному основанию. Длины стержней равны  $a$ , массы —  $m_1$  и  $m_2$ . Стержни движутся в вертикальной плоскости. К пластинке приложен момент  $M$  и горизонтальная сила  $\vec{F}$  к ее нижнему краю. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $OB$   $\varphi$ .

**Задача D30.13.**

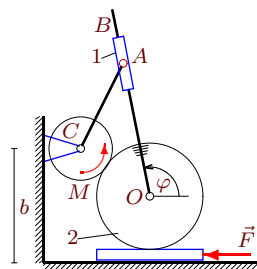
*Попов Иван*



Стержни  $DB$  и  $AC$ , жестко скрепленные под прямым углом, шарнирно соединены с кривошипом  $OA$  и цилиндром радиусом  $R$ . Масса кривошипа  $m_1$ , масса цилиндра —  $m_2$ . К точке  $C$  приложена горизонтальная сила  $\vec{F}$ , к цилиндру — момент  $M$ . Дано:  $OA = a\sqrt{2}$ ,  $AD = DC = DB = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.14.**

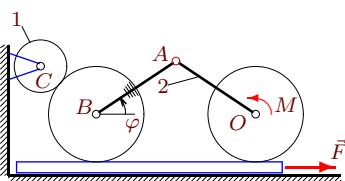
*Размазин Александр*



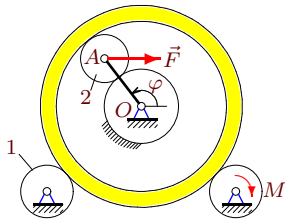
Цилиндр радиусом  $R$ , жестко скрепленный с кривошипом  $OB$ , находится в зацеплении с горизонтальной пластиной и с диском  $C$  радиусом  $r$ . По кривошипу  $OB$  скользит муфта, соединенная стержнем  $AC$  с неподвижным шарниром  $C$ . Пластина толщиной  $h$  скользит по гладкому основанию. К диску приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $\vec{F}$ ;  $AC = R + r$ . Момент инерции муфты  $J$ . Масса муфты равна  $m_1$ , масса цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.15.**

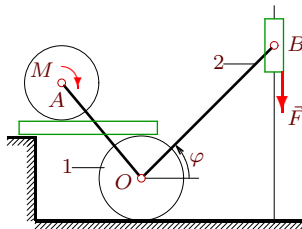
*Руднев Никита*



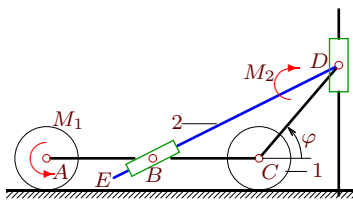
Цилиндр, жестко закрепленный на кривошипе  $AB$ , находится в зацеплении с тонкой горизонтальной пластиной и с диском  $C$  массой  $m_1$ , радиусом  $r$ . Кривошип  $AB$  и стержень  $OA$  шарнирно соединены. Пластина скользит по гладкому основанию, цилиндры  $B$  и  $O$  радиусом  $R$  катятся по пластине. К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $\vec{F}$ ;  $AB = AO = a$ . Масса стержня  $OA$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.16.***Светушков Алексей*

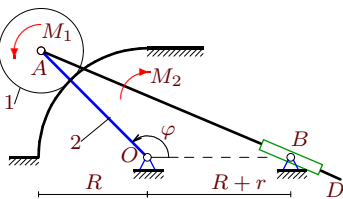
Кольцо с внутренним радиусом  $r$  и внешним  $R$  опирается на два цилиндра одинакового радиуса  $r_0$  так, что его центр совпадает опорой  $O$ . Диск  $A$  на кривошипе  $OA$  касается внутренней поверхности кольца и неподвижного цилиндра радиусом  $R_1$ . К шарниру  $A$  приложена горизонтальная сила  $\vec{F}$ , к правому цилиндру — момент  $M$ . Масса левого цилиндра равна  $m_1$ , масса диска —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.17.***Степанишин Дмитрий*

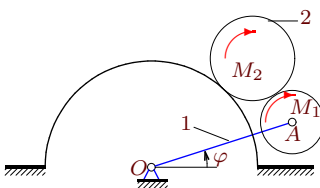
Цилиндр радиусом  $R$  соединен стержнем  $OB$  с вертикально движущейся муфтой. Горизонтальная пластина, находящаяся в зацеплении с цилиндром, левым концом скользит по гладкой опоре. По пластине катится диск радиусом  $r$ . Оси цилиндра и диска соединены стержнем  $OA$ . К муфте приложена вертикальная сила  $\vec{F}$ , к диску — момент  $M$ ;  $OA = a$ ,  $OB = b$ . Масса цилиндра равна  $m_1$ , масса стержня  $OB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $OB$   $\varphi$ .

**Задача D30.18.***Ульянова Катя*

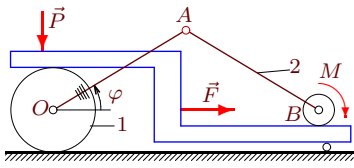
Оси цилиндров  $A$  и  $C$  одинакового радиуса  $R$  соединены стержнем  $AC$  длиной  $2a$ . На стержне шарнирно закреплена качающаяся муфта  $B$ , в которой скользит стержень  $DE$  длиной  $b$ , соединенный с вертикально движущейся муфтой  $D$ . К цилиндру  $A$  приложен момент  $M_1$ , к стержню  $DE$  —  $M_2$ ;  $BC = CD = a$ . Масса цилиндра  $C$  равна  $m_1$ , масса стержня  $DE$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $CD$   $\varphi$ .

**Задача D30.19.***Фомин Владислав*

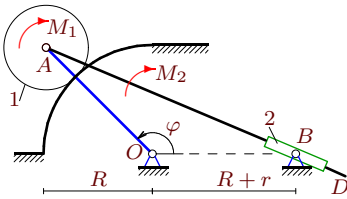
Цилиндр радиусом  $r$ , массой  $m_1$ , шарнирно закрепленный на кривошипе  $OA$ , катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R$  с центром в точке  $O$ . Стержень  $AD$  скользит в качающейся муфте  $B$ . К цилиндру приложен момент  $M_1$ , к стержню  $AD$  — момент  $M_2$ ;  $OB = R + r$ . Масса кривошипа равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.20.***Харизин Роман*

На конце кривошипа  $OA$  массой  $m_1$  шарнирно закреплен невесомый диск радиусом  $r_1$ , находящийся в зацеплении с диском радиусом  $r$ , массой  $m_2$ . Диск  $2$  катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R$  с центром в точке  $O$ . К дискам приложены моменты  $M_1$  и  $M_2$ ;  $OA = R + r$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача D30.21.***Яременко Сергей*

Невесомая платформа с горизонтальными полками опирается на подшипник и цилиндр, к которому жестко прикреплен стержень  $OA$ . Цилиндр радиусом  $R$  катится по горизонтальной поверхности, диск радиусом  $r$ , закрепленный на стержне  $AB$ , катится по платформе. К платформе приложены горизонтальная сила  $\vec{F}$  и вертикальная  $P$ , к диску — момент  $M$ ;  $OA = AB = a$ . Масса цилиндра равна  $m_1$ , стержня  $AB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $OA$   $\varphi$ .

**Задача D30.22.***Кишкин Евгений*

Цилиндр радиусом  $r$ , массой  $m_1$ , шарнирно закрепленный на кривошипе  $OA$ , катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R$  с центром в точке  $O$ . Стержень  $AD$  скользит в качающейся муфте  $B$ . К цилиндру приложен момент  $M_1$ , к стержню  $AD$  — момент  $M_2$ ;  $OB = R + r$ . Масса муфты  $B$  равна  $m_2$ , момент инерции муфты —  $J$ . Неподвижный шарнир прикреплен к центру масс муфты. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .