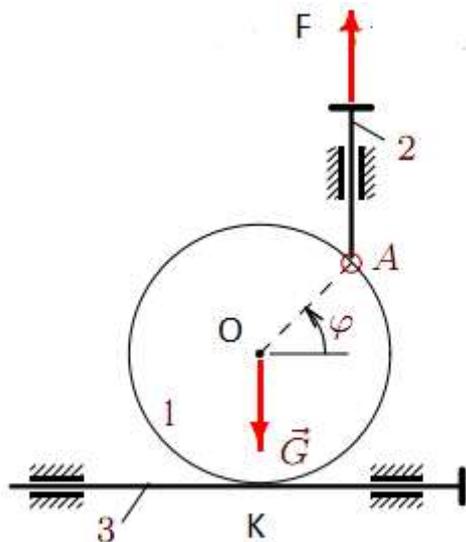


Однородный диск 1 массой 2 кг радиуса $R=0.3$ м шарнирно соединен в точке А с движущимся штоком 2 массой 2 кг. Диск катится по невесомому подвижному штоку 3. Направляющие штоков взаимно перпендикулярны. К оси диска приложена сила $G=4$ Н, к штоку 2 – $F=36$ Н. Механизм расположен в горизонтальной плоскости. Найти угловое ускорение диска при $\sin(\varphi)=0.8$.



Решение:

Найдем скорости точек А, О, К, для этого составим кинематический граф:

$$K \xrightarrow{\pi/2} O \xrightarrow{\varphi} A$$

$$V_{AX} = V_{KX} - R \dot{\varphi} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - R \dot{\varphi} \sin(\varphi), \text{ т. к. } V_{AX} = 0, \text{ то:}$$

$$V_{KX} = R \dot{\varphi} (1 + \sin(\varphi)) \quad (1)$$

$$V_{AY} = V_{KY} - R \dot{\varphi} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - R \dot{\varphi} \cos(\varphi), \text{ т. к. } V_{KY} = 0, \text{ то:}$$

$$V_{AY} = R \dot{\varphi} \cos(\varphi) \quad (2)$$

$$K \xrightarrow{\pi/2} O$$

$$V_{OX} = V_{KX} - R \dot{\varphi} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right), \text{ подставив (1), получаем:}$$

$$V_{OX} = R \dot{\varphi} \sin(\varphi)$$

Запишем выражение для кинетической энергии системы:

$$T = \frac{m_1 V_{OX}^2}{2} + \frac{I_1 \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_2 V_{AY}^2}{2} = \frac{m_1 (R \dot{\varphi} \sin(\varphi))^2}{2} + \frac{m_1 (R \dot{\varphi})^2}{4} + \frac{m_2 (R \dot{\varphi} \cos(\varphi))^2}{2} =$$

$$= \frac{\dot{\varphi}^2}{2} \left(\frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2 + \sin^2(\varphi)(m_1 R^2 - m_2 R^2) \right) = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} (C_1 + C_2 \sin^2(\varphi)) \quad (3),$$

где $C_1 = \frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2$ (4)

$$C_2 = m_1 R^2 - m_2 R^2$$

т.к. $m_1 = m_2 = 2\kappa z$, то $C_2 = 0$

Запишем обобщенную силу системы:

$$Q = \frac{1}{\varphi} F V_{AY} = \frac{1}{\varphi} F R \dot{\varphi} \cos(\varphi) = F R \cos(\varphi) \quad (5)$$

Нашу кинетическую энергию можно представить в виде:

$$T = \frac{\dot{\varphi}}{2} (f(\varphi))$$

Тогда уравнение Лагранжа 2-ого рода имеет вид:

$$Q = \ddot{\varphi} (C_1 + C_2 \sin^2(\varphi)) + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} C_2 \sin(2\varphi) \quad , \text{ т.к. } C_2 = 0 :$$

$$Q = \ddot{\varphi} C_1 \quad (6)$$

Приравняв (5) и(6)(с учетом (4)), получаем:

$$F R \cos(\varphi) = \ddot{\varphi} \left(\frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2 \right)$$

Отсюда угловое ускорение:

$$\ddot{\varphi} = \frac{F R \cos(\varphi)}{\left(\frac{m_1 R^2}{2} + m_2 R^2 \right)}$$

$$\cos(\varphi) = \sqrt{1 - \sin^2(\varphi)}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{F \sqrt{1 - \sin^2(\varphi)}}{\left(\frac{m_1 R}{2} + m_2 R\right)}$$

Подставляем значения:

$$\ddot{\varphi} = \frac{36 \cdot \sqrt{1 + (0.8)^2}}{\left(\frac{2 \cdot 0.3}{2} + 2 \cdot 0.3\right)} = 24c^{-1}$$

Ответ: $\ddot{\varphi} = 24c^{-1}$