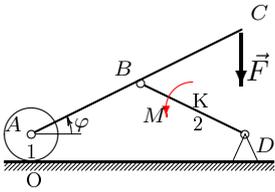


Примеры решения механических задач с одной степенью свободы с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода:



1.17. Механизм состоит из стержня AC , цилиндра массой m_1 и кривошипа BD массой m_2 . Цилиндр катится по горизонтальной плоскости. На стержень действует вертикальная сила F , на кривошип — момент M . $AB = BC = BD = a$. За обобщенную координату принять φ .

РЕШЕНИЕ

Выразим скорости тел через обобщенную координату:

Составим граф: $O \xrightarrow[\pi/2]{R} A \xrightarrow[\varphi]{a} B \xrightarrow[-\varphi]{a} D$

y : $0 = \omega_1 R \cos(\pi/2) + \dot{\varphi} a \cos \varphi + a \omega_2 \cos \varphi$

Получим: $\omega_2 = -\dot{\varphi}$

x : $0 = -\omega_1 R - \dot{\varphi} a \sin \varphi - \omega_2 a \sin \varphi$

Получим: $\omega_1 = -2\dot{\varphi} a \sin \varphi$

Из графа $O \xrightarrow[\pi/2]{R} A$ получим $V_{Ax} = 2\dot{\varphi} R \sin \varphi$

Составим граф: $A \xrightarrow[\varphi]{2a} C$

$$\begin{aligned} x : \quad V_{Cx} &= 2a \sin \varphi - 2a\dot{\varphi} \sin \varphi = 0, \\ y : \quad V_{Cy} &= 2a\dot{\varphi} \cos \varphi \end{aligned} \tag{1}$$

Составим граф: $D \xrightarrow[\pi-\varphi]{a/2} K$

y : $V_{Ky} = \frac{1}{2} a \dot{\varphi} \cos \varphi$

Кинетическая энергия:

$$T = 3/4 m_2 V_{Ax}^2 + 1/2 m_2 a^2 \omega_2^2 / 6$$

$$T = \dot{\varphi}^2 (3m_1 a^2 \sin^2 \varphi + m_2 a^2 / 6)$$

$$T = \dot{\varphi}^2 / 2 (A \sin^2 \varphi + B)$$

Обобщенная сила:

$$Q = (-F V_{Cy} + M \omega_2 - m_2 g V_{Ky}) / \dot{\varphi}$$

или

$$Q = -2F \cos \varphi a - M - m_2 g \cos \varphi a / 2$$