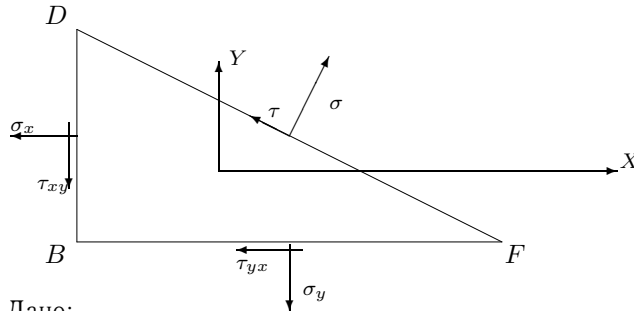


Расчет прочности и деформаций в плоском напряженном состоянии



1. Дано:

$$\tau_{xy} = 3 \text{ МПа}; \quad \sigma = 3 \text{ МПа}; \quad \tau = 4 \text{ МПа};$$

Коэфф. Пуассона $\nu = 0.5$, нормативное сопротивление $R_n = 100 \text{ МПа}$,

Модуль упругости $E = 1 \cdot 10^3 \text{ МПа}$, $[k_{pr}] = \gamma = 1$,

$$a = BD = 1, \quad b = BF = 2.$$

Площади граней $A_{BD} = 1 \cdot t$, $A_{BF} = 2 \cdot t$, $A_{DF} = 2.24 \cdot t$.

2. Вычисление незادанных напряжений.

Уравнения равновесия:

$$\sum_x = -\sigma_x \cdot BD - \tau_{xy} \cdot BF + \sigma \cdot \cos \beta \cdot DF - \tau \cdot \sin \beta \cdot DF = 0;$$

$$\sum_y = -\sigma_y \cdot BF - \tau_{xy} \cdot BD + \sigma \cdot \sin \beta \cdot DF + \tau \cdot \cos \beta \cdot DF = 0;$$

$$BD = DF \cos \beta, \quad BF = DF \sin \beta.$$

$$\sin \beta = 2/\sqrt{1^2 + 2^2} = 2/2.24 = 0.9, \quad \cos \beta = 1/2.24 = 0.45.$$

$$\sum_x = -\sigma_x \cos \beta - 3 \cdot 0.9 + 3 \cdot 0.45 - 4 \cdot 0.9 = 0;$$

$$\sum_y = -\sigma_y \sin \beta - 3 \cdot 0.45 + 3 \cdot 0.9 + 4 \cdot 0.45 = 0;$$

Решение системы уравнений:

$$\sigma_x = \frac{-4.4}{0.4} = -11 \text{ МПа}; \quad \sigma_y = \frac{1.4}{0.4} = 3.5 \text{ МПа};$$

3. Главные напряжения найдем по формуле

$$\sigma_{max} = (\sigma_x + \sigma_y)/2 + \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2/4 + \tau_{xy}^2} = -3.75 + 7.85 = 4.1 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{min} = (\sigma_x + \sigma_y)/2 - \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2/4 + \tau_{xy}^2} = -3.75 - 7.85 = -11.6 \text{ МПа}.$$

Максимальное касательное напряжение

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min}) = \frac{1}{2}(4.1 + 11.6) = 7.85 \text{ МПа},$$

минимальное касательное напряжение $\tau_{min} = -\tau_{max} = -7.85 \text{ МПа}$.

Угол наклона главных осей

$$\operatorname{tg}(\alpha_{max}) = \frac{\sigma_{max} - \sigma_x}{\tau_{xy}} = \frac{4.1 + 11}{3} = 5.03. \quad \alpha_{max} = 78.76^\circ$$

Так как $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, то $\sigma_1 = 4.1 \text{ МПа}, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -11.6 \text{ МПа}$.

4. Расчет деформаций пластинки

Вычислим относительные главные деформации по закону Гука

$$\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{max} = (\sigma_{max} - \nu \sigma_{min})/E = (4.1 + 11.6 \cdot 0.5)/0.1 \cdot 10^{-4} = 98.94 \cdot 10^{-4};$$

$$\varepsilon_{y1} = \varepsilon_{min} = (\sigma_{min} - \nu \sigma_{max})/E = (-11.6 - 4.1 \cdot 0.5)/0.1 \cdot 10^{-4} = -136.44 \cdot 10^{-4};$$

$$\varepsilon_z = -\nu(\sigma_{max} + \sigma_{min})/E = 37.5 \cdot 10^{-4}.$$