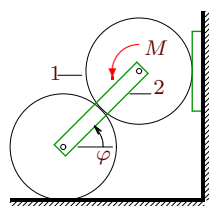


## Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

Кирсанов М.Н. **Решebник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.– 384 с. (с.300.)

### Задача 30.1.

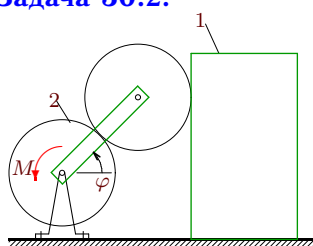
Алферова Елена



Оси цилиндров соединены спарником. Верхний цилиндр катится без проскальзывания по пластинке, скользящей по вертикальной плоскости. Нижний цилиндр находится в зацеплении с верхним и катится по горизонтальной поверхности. Радиусы цилиндров  $R$ . Масса верхнего цилиндра  $m_1$ , масса спарника  $m_2$ . К верхнему цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота спарника  $\varphi$ .

### Задача 30.2.

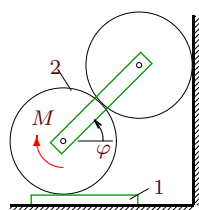
Бояров Дмитрий



Оси цилиндров соединены спарником. Верхний цилиндр катится без проскальзывания по боковой грани параллелепипеда массой  $m_1$ , скользящего по горизонтальной плоскости. Нижний цилиндр, вращающийся на неподвижной оси, находится в зацеплении с верхним. Радиусы цилиндров  $R$ . Масса нижнего цилиндра  $m_2$ . К нижнему цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота спарника  $\varphi$ .

### Задача 30.3.

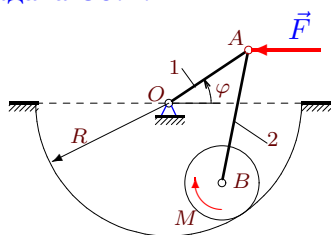
Гудушаури Михаил



Оси цилиндров соединены спарником. Верхний цилиндр катится без проскальзывания по вертикальной плоскости. Нижний цилиндр находится в зацеплении с верхним и катится по пластинке массой  $m_1$ , скользящей по горизонтальной плоскости. Радиусы цилиндров  $R$ . Масса нижнего цилиндра  $m_2$ . К нижнему цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота спарника  $\varphi$ .

### Задача 30.4.

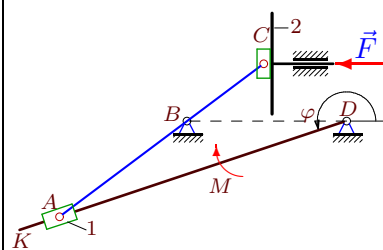
Иванушкин Олег



Диск радиусом  $r$  катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 4r$ . Шарнирный двухзвенок  $OAB$  соединяет ось диска и неподвижную опору в центре цилиндрической поверхности;  $OA = 3r$ ,  $AB = 3\sqrt{2}r$ . К шарниру  $A$  приложена горизонтальная сила  $F$ , к диску — момент  $M$ . Масса кривошипа равна  $m_1$ , стержня  $AB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

### Задача 30.5.

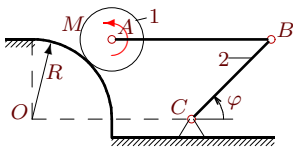
Ионов Алексей



На конце стержня  $AC$ , вращающегося вокруг оси  $B$ , шарнирно закреплена муфта  $A$  массой  $m_1$  и моментом инерции  $J_1$ . Муфта скользит по стержню  $KD$ , качающемуся вокруг оси  $D$ . На другом конце стержня  $AC$  закреплен ползун  $C$ , скользящий по поверхности горизонтального поршня. Масса поршня равна  $m_2$ . К стержню  $KD$  приложен момент  $M$ , к штоку поршня — горизонтальная сила  $F$ . Дано:  $AB = BD = a$ ,  $BC = b$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $DK$   $\varphi$ .

**Задача 30.6.**

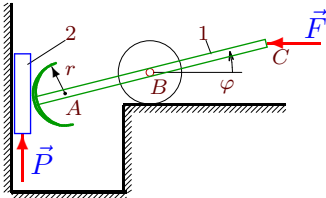
*Коновалов Кирилл*



Механизм состоит из диска массой  $m_1$  радиусом  $r$ , стержня  $AB$  и кривошипа  $CB$  длиной  $4r$ . Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 3r$ ,  $AB = OC$ . К диску приложен момент  $M$ . Масса кривошипа  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.7.**

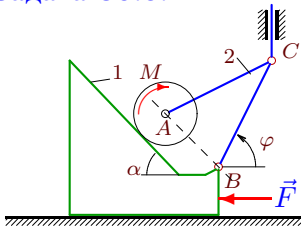
*Кулешов Алексей*



К концу стержня длиной  $2L$  и массой  $m_1$  жестко прикреплен полуцилиндр радиусом  $r$ , массой которого пренебречь. Движение стержня, закрепленного шарниром  $B$  в центре массы на цилиндре, приводит к перемещению бруска, гладкой стороной прижатого к верт. Масса бруска —  $m_2$ . Радиус цилиндра  $r$ . Качение полуцилиндра по бруску происходит без сопротивления и проскальзывания. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.8.**

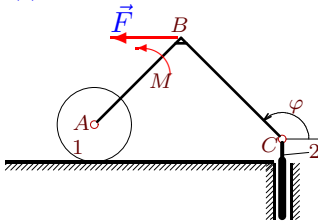
*Лапин Семен*



Стержень  $BC$  длины  $a$  шарнирно соединяет горизонтально скользящую призму и вертикальный шток  $C$ . Стержень  $AC = a$  соединен с осью диска  $A$  радиусом  $r$ , который катится по наклонной грани призмы. Масса призмы равна  $m_1$ , стержня  $AC$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BC$   $\varphi$ .

**Задача 30.9.**

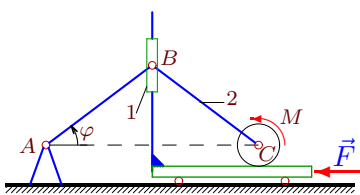
*Мирошниченко Кирилл*



Невесомый изогнутый под прямым углом стержень соединяет цилиндр массой  $m_1$  и поршень массой  $m_2$ , движущийся в вертикальных направляющих.  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Момент  $M$  приложен к стержню, горизонтальная сила  $F$  — к углу  $B$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.10.**

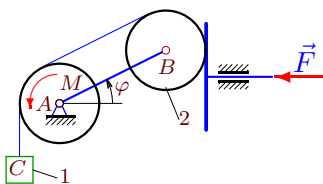
*Мосин Иван*



Шарнир  $B$  двухзвенника  $ABC$ ,  $AB = BC = a$ , закреплен на ползуне, скользящем по вертикальной стойке подвижной тележки. Цилиндр радиусом  $R$  катится по тележке. Масса ползуна  $B$  равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к тележке — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AB$   $\varphi$ .

**Задача 30.11.**

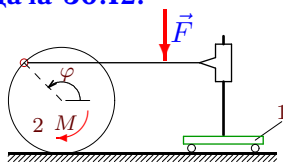
*Петров Сергей*



Цилиндры одинакового радиуса  $R$ , расположенные по концам кривошипа  $AB$  длиной  $a$ , огибает нить. К нити подвешен груз массой  $m_1$ . Цилиндр  $B$  катится по поверхности горизонтального поршня, цилиндр  $A$  вращается на неподвижном шарнире. Масса цилиндра  $B$  равна  $m_2$ . К цилиндру  $A$  приложен момент  $M$ , к поршню — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.12.**

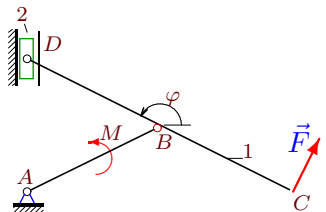
*Сахаров Александр*



К муфте, движущейся по вертикальной стойке, закрепленной на тележке массой  $m_1$ , жестко прикреплена горизонтальная тяга, шарнирно соединенная с ободом диска. Масса диска  $m_2$ , радиус  $R$ . Момент  $M$  приложен к диску, сила  $F$  — к тяге. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.13.**

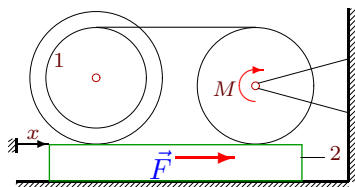
*Стец Дмитрий*



Стержень  $CD$  массой  $m_1$  и стержень  $AB$  шарнирно соединены.  $AB = BC = BD = a$ . Масса ползуна, скользящего по вертикальной плоскости, равна  $m_2$ . К стержню  $AB$  приложен момент  $M$ ; сила  $F$  перпендикулярна  $CD$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.14.**

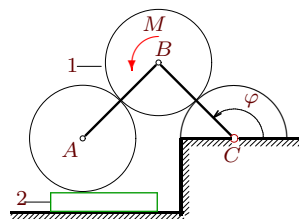
*Арбидан Александр*



Блок массой  $m_1$  с внешним радиусом  $R$  и внутренним  $r$  катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. По этому же бруску катится и цилиндр с неподвижной осью. Цилиндр и блок огибает горизонтальная нить. Масса бруска  $m_2$ . Момент инерции блока  $J$ . На цилиндр действует момент  $M$ , на брусок — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять координату  $x$  бруска.

**Задача 30.15.**

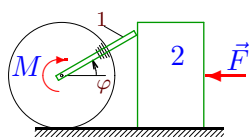
*Цапарин Евгений*



Оси цилиндров  $A$  и  $B$  радиусами  $R$ , находящиеся в зацеплении, шарнирно соединены звеном  $AB$ . Цилиндр  $B$  массой  $m_1$  катится по неподвижному цилиндру радиусом  $R$ , цилиндр  $A$  опирается на пластину массой  $m_2$ , скользящую по горизонтальной поверхности. К цилиндру  $B$  приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $CB$   $\varphi$ .

**Задача 30.16.**

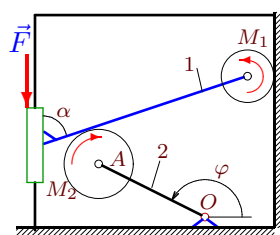
*Чигринова Ирина*



Цилиндр радиусом  $r$  катится по горизонтальной поверхности. Стержень длиной  $a$  массой  $m_1$  жестко соединен с цилиндром и скользит по грани подвижного блока массой  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.17.**

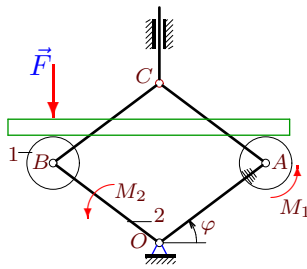
*Кушев Борис*



К вертикально движущейся муфте жестко прикреплен наклонный стержень, на конце которого расположен диск радиусом  $r$ , катящийся по вертикальной плоскости. Цилиндр радиусом  $R$ , на кривошипе  $OA = a$ , катится по стержню без проскальзывания. Общая масса муфты и стержня равна  $m_1$ , кривошипа —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M_1$ , к цилиндру момент  $M_2$ , к муфте — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

**Задача 30.18.**

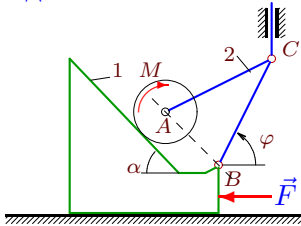
*Шилков Иван*



Четыре стержня образуют ромб со стороной  $a$ . Два стержня шарнирно прикреплены к вертикальному штоку, два — к неподвижному шарниру. На осях  $A$  и  $B$  вращаются диски радиусами  $r$ , на дисках лежит брус. Качение дисков по брусу происходит без проскальзывания. Диск на оси  $A$  жестко скреплен со стержнем  $OA$ . Масса диска на оси  $B$  равна  $m_1$ , стержня  $AO$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M_1$ , к стержню  $BO$  —  $M_2$ , к брусу — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $OA$   $\varphi$ .

**Задача 30.19.**

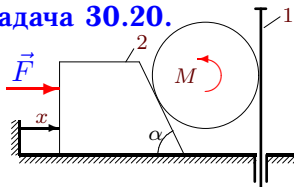
*Иванов Никита*



Стержень  $BC$  длины  $a$  шарнирно соединяет горизонтально скользящую призму и вертикальный шток  $C$ . Стержень  $AC = a$  соединен с осью диска  $A$  радиусом  $r$ , который катится по наклонной грани призмы. Масса призмы равна  $m_1$ , стержня  $AC$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BC$   $\varphi$ .

**Задача 30.20.**

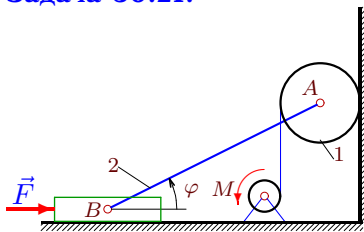
*Сазонов Григорий*



Цилиндр радиусом  $R$  касается вертикального штока массы  $m_1$  и призмы, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса призмы  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Шток движется в направляющих без сопротивления. Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы  $x$ .

**Задача 30.21.**

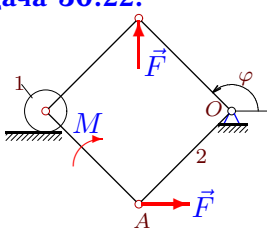
*Незнамов Евгений*



На одном конце стержня  $AB$  длиной  $a$  шарнирно закреплен ползун  $B$ , скользящий по горизонтальной поверхности, на другом — цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ . Цилиндр катится по вертикальной стенке. Вертикальная нить огибает цилиндр и диск радиусом  $r$ , закрепленный на основании. Масса стержня  $AB$  равна  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к ползуну — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.22.**

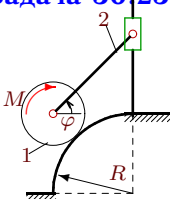
*Авдеев Степан*



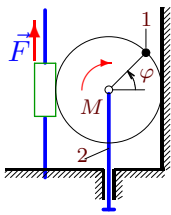
Шарнирный параллелограмм, состоящий из стержней одинаковой длины  $a$ , приводит в движение цилиндр массой  $m_1$ , катящийся без проскальзывания по горизонтальной плоскости. Стержень  $OA$  имеет массу  $m_2$ , остальные стержни считать невесомыми. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.23.**

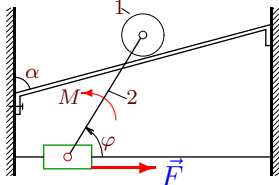
*Саневич Альберт*



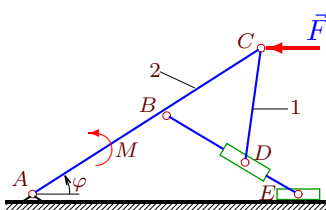
Ось диска массой  $m_1$  радиусом  $r$  соединена стержнем длиной  $4r$  с муфтой, скользящей по вертикальной направляющей. Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 3r$ . К диску приложен момент  $M$ . Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.24.***Рыбин Павел*

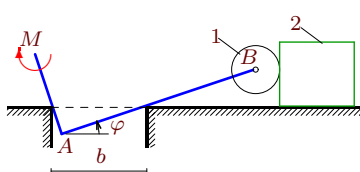
Невесомый диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на конце вертикального штока, катится по вертикальной поверхности и касается муфты, скользящей по вертикальной направляющей. На ободке диска находится точка массой  $m_1$ . К диску приложен момент  $M$ , к муфте — вертикальная сила  $F$ . Масса штока равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

**Задача 30.25.***Даниленко Иван*

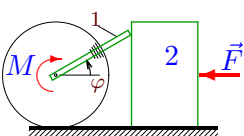
Диск массой  $m_1$  радиусом  $R$  катится по наклонной балке. Стержень длиной  $L$  соединяет муфту, скользящую по горизонтальной направляющей, с осью диска. Момент  $M$  приложен к стержню, сила  $F$  — к муфте. Масса стержня  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.26.***Савватеева Виктория*

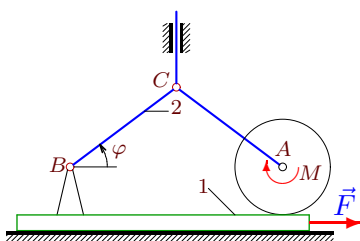
Стержень  $AC$  шарнирно соединен со стержнем  $BE$ , а шарнир  $C$  стержнем  $DC$  соединен с муфтой, скользящей по  $BE$ . Ползун  $E$  скользит по гладкой поверхности. К стержню  $AC$  приложен момент  $M$ , к шарниру  $C$  — горизонтальная сила  $F$ ;  $AB = BE = a$ ,  $BC = CD = b$ . Масса стержня  $DC$  равна  $m_1$ , стержня  $AC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AC$   $\varphi$ .

**Задача 30.27.***Яковлев Георгий*

Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкие опоры. Диск радиусом  $r$ , закрепленный на конце стержня длиной  $AB = a$ , катится по боковой поверхности груза, скользящего по гладкой плоскости. К уголку приложен момент  $M$ . Масса диска равна  $m_1$ , груза —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка  $\varphi$ .

**Задача 30.28.***Бадыхшин Марат*

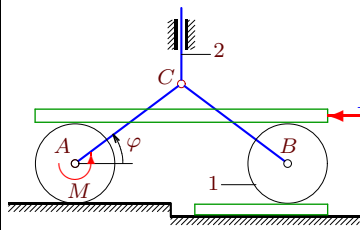
Цилиндр радиусом  $r$  катится по горизонтальной поверхности. Стержень длиной  $a$  массой  $m_1$  жестко соединен с цилиндром и скользит по грани подвижного блока массой  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Задача 30.29.***Ерохин Евгений*

Два стержня одинаковой длины  $a$  шарнирно прикреплены к вертикальному штоку. Стержень  $BC$  соединен с платформой, установленной на гладком горизонтальном основании. Диск радиусом  $r$  катится по платформе без проскальзывания. Масса платформы равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к платформе — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BC$   $\varphi$ .

**Задача 30.30.**

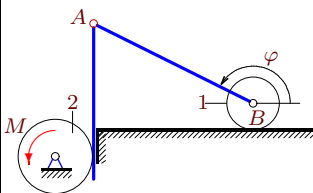
*Щипаков Александр*



Два стержня одинаковой длины  $a$  шарнирно прикреплены к вертикальному штоку. Стержень  $AC$  соединен с осью диска  $A$ , который катится по горизонтальному основанию. Диск  $B$  катится по пластине, скользящей по тому же основанию. На дисках лежит горизонтальный брусок. Масса диска  $B$  равна  $m_1$ , штока —  $m_2$ . К диску  $A$  приложен момент  $M$ , к бруску — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AC$   $\varphi$ .

**Задача 30.31.**

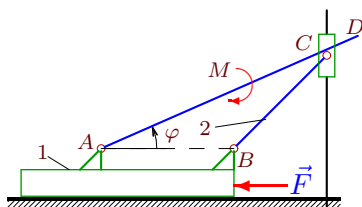
*Понуров Роман*



Диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на конце стержня  $AB = a$ , катится по горизонтальной поверхности. Вертикальный шток касается цилиндра радиусом  $R$  с неподвижной осью и скользит по вертикальной плоскости. Масса диска равна  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Задача 30.32.**

*Пронько Андрей*



Стержень  $BC$  длины  $a$  шарнирно соединяет горизонтально скользящую платформу и вертикальный ползун  $C$ . Стержень  $AD$ , длиной  $2a$ , шарнирно закрепленный на платформе, опирается на ось  $C$  ползуна и скользит по ней,  $AB = a$ . Масса платформы равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . К стержню  $AD$  приложен момент  $M$ , к платформе — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AD$   $\varphi$ .