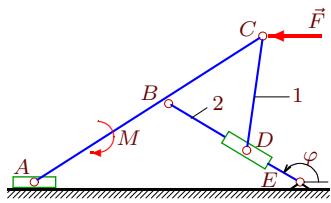


## Вопрос 1. МЦС

**Вопрос 2.** Принцип Даламбера. Силы инерции. Классификация связей. Возможные перемещения, число степеней свободы, обобщенные координаты.

## Задача D-30.101.

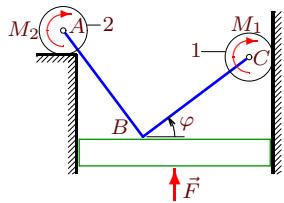


Стержень  $AC$  шарнирно соединен со стержнем  $BE$ , а шарнир  $C$  стержнем  $DC$  соединен с муфтой, скользящей по  $BE$ . Ползун  $A$  скользит по гладкой поверхности. К стержню  $AC$  приложен момент  $M$ , к шарниру  $C$  — горизонтальная сила  $F$ ;  $AB = BE = a$ ,  $BC = CD = b$ . Масса стержня  $DC$  равна  $m_1$ , стержня  $BE$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BE$   $\varphi$ .

Вопрос 1. Сферической движение.

Вопрос 2. Динамические реакции. Задача балансировки с помощью двух масс.

Задача D-30.102.

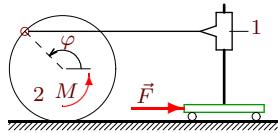


Невесомый угольник  $ABC$ , касается в точке  $B$  гладкой поверхности поршня, скользящего в вертикальных направляющих.  $AB \perp BC$ ,  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Диски радиусами  $r$  массой  $m_1$  и  $m_2$  шарнирно закреплены в точках  $A$  и  $C$ . Один диск катится по горизонтальной поверхности, другой — по вертикальной. К дискам приложены моменты  $M_1$  и  $M_2$ , к поршню — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота угольника  $\varphi$ .

Вопрос 1. Диаграмма Максвелла - Кремоны. Пример

Вопрос 2. Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

Задача D-30.103.



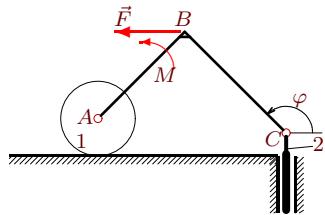
К муфте массой  $m_1$ , движущейся по вертикальной стойке, закрепленной на тележке, жестко прикреплена горизонтальная тяга, шарнирно соединенная с ободом диска. Масса диска  $m_2$ , радиус  $R$ . Момент  $M$  приложен к диску, сила  $F$  — к тележке. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

13

**Вопрос 1.** Кинематические уравнения Эйлера.

**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.104.**



Невесомый изогнутый под прямым углом стержень соединяет цилиндр массой  $m_1$  и поршень массой  $m_2$ , движущийся в вертикальных направляющих.  $AB = a$ ,  $BC = b$ . Момент  $M$  приложен к стержню, горизонтальная сила  $F$  — к углу  $B$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

13

Кафедра РМДПМ

Билет 105

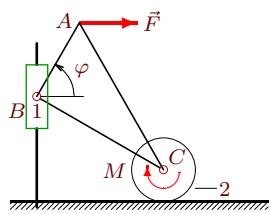
Студент \_\_\_\_\_ гр. \_\_\_\_\_

14.6.18 \_\_\_\_ ч. \_\_\_\_ мин.

**Вопрос 1.** Судно плывет на север в южном полушарии. Чему равно и куда направлено ускорение Кориолиса?

**Вопрос 2.** Механическая (материальная) система. Силы внутренние и внешние. Центр масс. Моменты инерции.

**Задача D-30.105.**

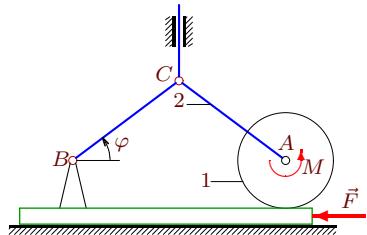


Треугольная пластина шарнирно прикреплена к муфте, скользящей по вертикальной направляющей, и диску радиусом  $R$ . Масса ползуна  $m_1$ , диска —  $m_2$ .  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $AB \perp BC$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ . <sup>13</sup>

**Вопрос 1.** Как меняется главный момент при перемене центра приведения?

**Вопрос 2.** Теорема об изменении момента количества движения точки.

**Задача D-30.106.**

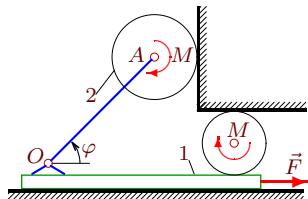


Два стержня одинаковой длины  $a$  шарнирно прикреплены к вертикальному штоку. Стержень  $BC$  соединен с платформой, установленной на гладком горизонтальном основании. Диск радиусом  $r$  катится по платформе без проскальзывания. Масса диска равна  $m_1$ , стержня  $AC$  —  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к платформе — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BC$   $\varphi$ . 13

**Вопрос 1.** Формула Эйлера для скорости точки при плоском движении

**Вопрос 2.** Механическая (материальная) система. Силы внутренние и внешние. Центр масс. Моменты инерции.

**Задача D-30.107.**

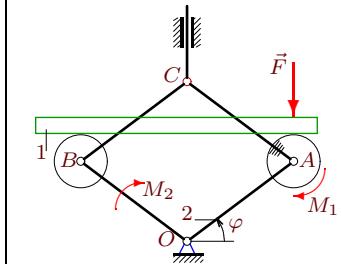


На шарнире  $A$  кривошипа  $OA$  длиной  $a$ , закрепленного на горизонтально скользящем брусье, касаясь вертикальной поверхности, вращается цилиндр радиусом  $R$ . Между бруском массой  $m_1$  и горизонтальной поверхностью катится цилиндр радиусом  $r$ . К цилиндрам приложены равные моменты  $M$ , к бруску — горизонтальная сила  $F$ . Масса цилиндра  $A$  равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .<sup>13</sup>

**Вопрос 1.** Как меняется главный момент при перемене центра приведения?

**Вопрос 2.** Уравнения Раусса. Циклические координаты. Функция Раусса.

**Задача D-30.108.**



Четыре стержня образуют ромб со стороной  $a$ . Два стержня шарнирно прикреплены к вертикальному штоку, два — к неподвижному шарниру. На осях  $A$  и  $B$  вращаются диски радиусами  $r$ , на дисках лежит брус. Качение дисков по брусу происходит без проскальзывания. Диск на оси  $A$  жестко скреплен со стержнем  $AC$ . Масса бруса равна  $m_1$ , стержня  $OB = m_2$ . К диску приложен момент  $M_1$ , к стержню  $BO = M_2$ , к брусу — вертикальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $OA \varphi$ .

Кафедра РМДПМ

Билет 109

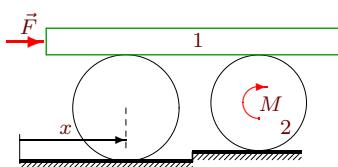
Студент \_\_\_\_\_ гр. \_\_\_\_\_

14.6.18 \_\_\_\_ ч. \_\_\_\_ МИН.

Вопрос 1. Динамика

Вопрос 2. Функция Лагранжа. Уравнение Лагранжа 2-го рода для потенциальных полей.

Задача D-30.109.



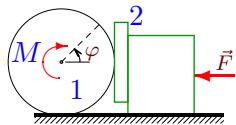
13

Брускок массой  $m_1$  горизонтально лежит на двух цилиндрах радиусов  $R$  и  $r$ . К одному цилиндру массой  $m_2$  приложен момент  $M$ , к бруски — сила  $F$ . Прокользывание во всех точках контакта отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $x$ .

Вопрос 1. Инварианты системы сил

Вопрос 2. Уравнения Раусса. Циклические координаты. Функция Раусса.

Задача D-30.110.



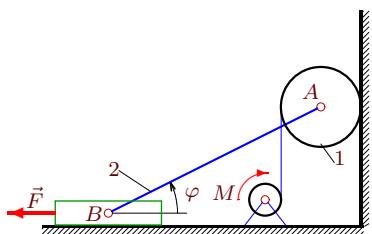
Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной массы  $m_2$ . Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

13

**Вопрос 1.** План скоростей

**Вопрос 2.** Принцип Даламбера. Силы инерции. Классификация связей. Возможные перемещения, число степеней свободы, обобщенные координаты.

**Задача D-30.111.**



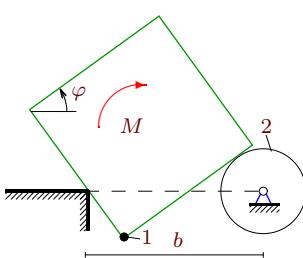
13

На одном конце стержня  $AB$  длиной  $a$  шарнирно закреплен ползун  $B$ , скользящий по горизонтальной поверхности, на другом — цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$ . Цилиндр катится по вертикальной стенке. Вертикальная нить огибает цилиндр и диск радиусом  $r$ , закрепленный на основании. Масса стержня  $AB$  равна  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к ползуну — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

Вопрос 1. Уравнения трех угловых скоростей.

Вопрос 2. Тензор инерции

Задача D-30.112.

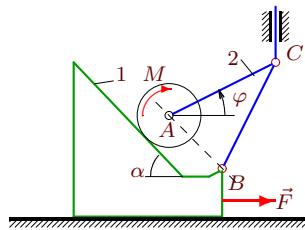


Невесомая квадратная пластина со стороной  $a$  опирается без проскальзывания на гладкий угол и диск радиусом  $R$  с неподвижной осью. На пластине находится точка массой  $m_1$ . Масса диска —  $m_2$ . К пластине приложен момент  $M$ . Все тела расположены в горизонтальной плоскости. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота пластины  $\varphi$ . <sup>13</sup>

**Вопрос 1.** Формула Эйлера для скорости точки при плоском движении

**Вопрос 2.** Динамические реакции. Задача балансировки с помощью двух масс.

**Задача D-30.113.**



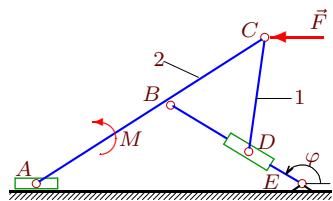
Стержень  $BC$  длины  $a$  шарнирно соединяет горизонтально скользящую призму и вертикальный шток  $C$ . Стержень  $AC = a$  соединен с осью диска  $A$  радиусом  $r$ , который катится по наклонной грани призмы. Масса призмы равна  $m_1$ , стержня  $AC - m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к призме — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AC \varphi$ .

13

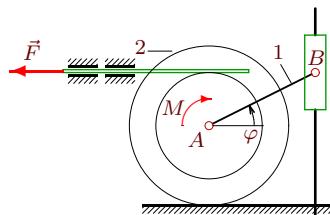
**Вопрос 1.** Как меняется главный момент при перемене центра приведения?

**Вопрос 2.** Канонические уравнения.

**Задача D-30.114.**



Стержень  $AC$  шарнирно соединен со стержнем  $BE$ , а шарнир  $C$  стержнем  $DC$  соединен с муфтой, скользящей по  $BE$ . Ползун  $A$  скользит по гладкой поверхности. К стержню  $AC$  приложен момент  $M$ , к шарниру  $C$  — горизонтальная сила  $F$ ;  $AB = BE = a$ ,  $BC = CD = b$ . Масса стержня  $DC$  равна  $m_1$ , стержня  $AC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $BE$   $\varphi$ .

**Вопрос 1.** План скоростей**Вопрос 2.** Кинетический момент и кинетическая энергия в общем случае**Задача D-30.115.**

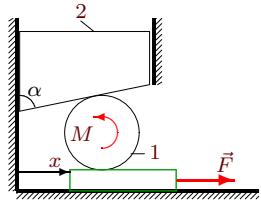
Своим внешним ободом блок (радиусы  $R$  и  $r$ ) катится по горизонтальной поверхности. Муфта, надетая на гладкий вертикальный стержень, соединена с осью блока стержнем  $AB$  длиной  $L$ . Шток, скользящий в горизонтальных направляющих, находится в зацеплении с внутренним радиусом блока. Масса стержня  $m_1$ , блока —  $m_2$ . Радиус инерции блока  $i$ . К штоку приложена горизонтальная сила  $F$ , к блоку — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

13

**Вопрос 1.** Ускорение Кориолиса. Как определить направление вектора?

**Вопрос 2.** Колебания системы с одной степенью свободы.

**Задача D-30.116.**



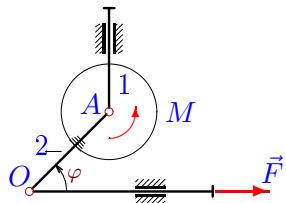
Цилиндр радиусом  $R$  прижимается скошенным прессом (призмой) к пластине, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса цилиндра  $m_1$ , призмы —  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ , к пластине — горизонтальная сила  $F$ . Прокалывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять перемещение пластины  $x$ .

13

**Вопрос 1.** Углы Эйлера.

**Вопрос 2.** Поле сил. Потенциальные силы. Условие потенциальности поля. Потенциальная энергия.

**Задача D-30.117.**

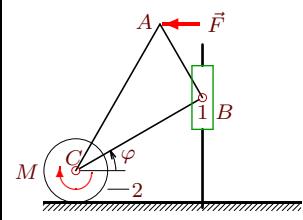


На вертикальном штоке шарнирно закреплен однородный диск 1 радиуса  $R$  массой  $m_1$ . Диск жестко соединен со стержнем 2 массой  $m_2$ . К диску приложен момент  $M$ , к штоку — сила  $F$ ;  $AO = a$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ . 13

Вопрос 1. Распределенные силы.

Вопрос 2. Гироскоп. Принцип действия.

Задача D-30.118.

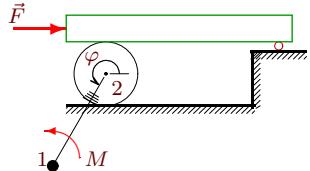


Треугольная пластина шарнирно прикреплена к муфте, скользящей по вертикальной направляющей, и диску радиусом  $R$ . Масса ползуна  $m_1$ , диска —  $m_2$ .  $AB = a$ ,  $BC = b$ ,  $AB \perp BC$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

Вопрос 1. Уравнение 3-х угловых скоростей

Вопрос 2. Теорема Карно.

Задача D-30.119.

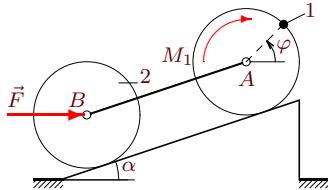


Стержень длиной  $L$  с точкой массой  $m_1$  на конце жестко соединен с диском радиусом  $R$ . Масса диска  $m_2$ . На диск положен без проскальзывания горизонтальный брускок, опирающийся одним концом на подшипник. Момент  $M$  приложен к стержню. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Как меняется главный момент при перемене центра приведения?

**Вопрос 2.** Теория удара. Коэффициент восстановления. Косой удар.

**Задача D-30.120.**

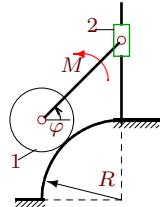


Два цилиндра катятся по плоскости, наклоненной под углом  $\alpha$ . Точка массой  $m_1$  расположена на ободе невесомого цилиндра  $A$  радиусом  $R$ . К оси цилиндра  $B$  радиусом  $R$ , массой  $m_2$ , приложена горизонтальная сила  $F$ . Цилиндры соединены невесомым стержнем длины  $L$ . Момент  $M_1$  приложен к цилиндуру  $A$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота  $\varphi$  цилиндра  $A$ .<sup>13</sup>

Вопрос 1. План скоростей

Вопрос 2. Кинетический момент и кинетическая энергия в общем случае

Задача D-30.121.

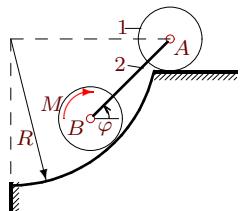


Ось диска массой  $m_1$  радиусом  $r$  соединена стержнем длиной  $3r$  с муфтой, скользящей по вертикальной направляющей. Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 2r$ . К стержню приложен момент  $M$ . Масса муфты  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ . <sup>13</sup>

Вопрос 1. План скоростей

Вопрос 2. Общее уравнение динамики. Обобщенные силы.

Задача D-30.122.



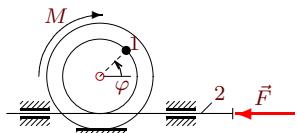
13

Оси двух дисков радиусами  $r$  соединены стержнем длиной  $4r$ . Диск  $A$  массой  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности, другой — по цилиндрической поверхности радиусом  $R = 5r$ . К диску  $B$  приложен момент  $M$ . Масса стержня  $m_2$ , массой диска  $B$  пренебречь. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Распределенные силы.

**Вопрос 2.** Решение задач с двумя степенями свободы с помощью уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.123.**



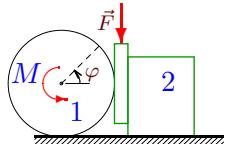
Внешним ободом блок катится по неподвижной поверхности, внутренним — касается подвижного штока. На блоке расположена точка массой  $m_1$ . Радиусы блока  $R$  и  $r$ . Масса штока  $m_2$ . К блоку приложен момент  $M$ , к штоку — сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ . 13

Кафедра РМДПМ

Студент \_\_\_\_\_ гр.\_\_\_\_\_

**Билет 124**

14.6.18 \_\_\_\_ ч.\_\_\_\_ мин.

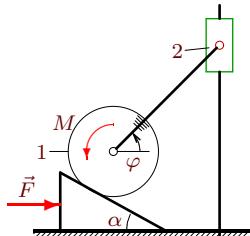
**Вопрос 1.** Материальная точка падает в шахту в южном полушарии. Чему равно и куда направлено ускорение Кориолиса?**Вопрос 2.** Теорема Карно.**Задача D-30.124.**

Цилиндр радиусом  $R$ , массой  $m_1$  катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ . 13

Вопрос 1. Кинематические уравнения Эйлера.

Вопрос 2. Тензор инерции

Задача D-30.125.



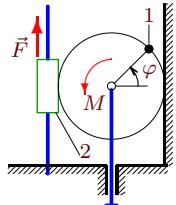
13

Цилиндр радиусом  $R$  опирается без проскальзывания на подвижную призму. Цилиндр жестко соединен со стержнем длиной  $L$ , шарнирно связанным с ползуном. Ползун движется по вертикальной направляющей. Масса цилиндра равна  $m_1$ , масса ползуна —  $m_2$ . К призме приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** Ускорения точек тела при плоском движении.

**Вопрос 2.** Теорема об изменении количества движения системы.

**Задача D-30.126.**

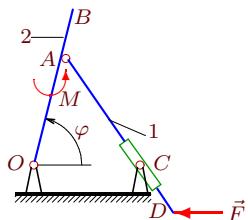


Невесомый диск радиусом  $r$ , шарнирно закрепленный на конце вертикального штока, катится по вертикальной поверхности и касается муфты, скользящей по вертикальной направляющей. На ободе диска находится точка массой  $m_1$ . К диску приложен момент  $M$ , к муфте — вертикальная сила  $F$ . Масса муфты равна  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ . 13

**Вопрос 1.** Материальная точка падает в шахту в южном полушарии. Чему равно и куда направлено ускорение Кориолиса?

**Вопрос 2.** Теорема об изменении момента количества движения системы.

**Задача D-30.127.**

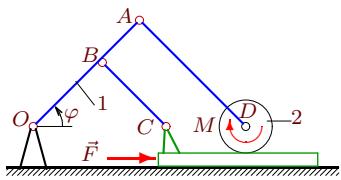


Стержен  $AD$  длиной  $a$ , скользящий в качающейся муфте  $C$ , соединен шарниром  $A$  с кривошипом  $OB$  длиной  $l$ . На кривошип  $OB$  действует момент  $M$ , к точке  $D$  приложена горизонтальная сила  $F$ ;  $OA = CO = b$ . Масса стержня  $AD$  равна  $m_1$ , масса кривошипа  $OB$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ . 13

Вопрос 1. План скоростей

Вопрос 2. Канонические уравнения.

Задача D-30.128.

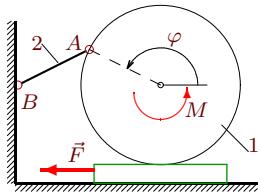


Цилиндр радиусом  $R$  катится по горизонтальной поверхности платформы, скользящей по гладкой плоскости. Стержень  $BC = a$  шарнирно соединяет кривошип  $OA$  и платформу. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к цилиндру — момент  $M$ ;  $OB = a$ ,  $OA = AD = b$ . Масса кривошипа  $OA$  равна  $m_1$ , цилиндра —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа  $\varphi$ .

Вопрос 1. Уравнение 3-х угловых скоростей

Вопрос 2. Теорема об изменении момента количества движения системы.

Задача D-30.129.



Точка  $A$  обода диска радиусом  $R$  соединена стержнем длиной  $R$  с неподвижным шарниром  $B$ , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса диска  $m_1$ , масса стержня —  $m_2$ . Момент  $M$  приложен к диску, горизонтальная сила  $F$  — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска  $\varphi$ .

13

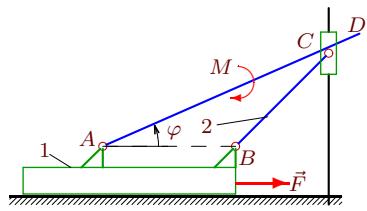
**Вопрос 1.** Ускорение Кориолиса. Как определить направление вектора?

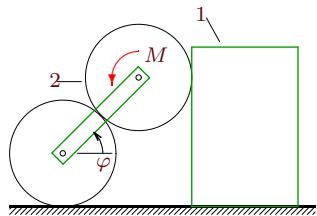
**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.130.**

13

Стержень  $BC$  длины  $a$  шарнирно соединяет горизонтально скользящую платформу и вертикальный ползун  $C$ . Стержень  $AD$ , длиной  $3a$ , шарнирно закрепленный на платформе, опирается на ось  $C$  ползуна и скользит по ней,  $AB = BC = a$ . Масса платформы равна  $m_1$ , стержня  $BC$  —  $m_2$ . К стержню  $AD$  приложен момент  $M$ , к платформе — горизонтальная сила  $F$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $AD$   $\varphi$ .



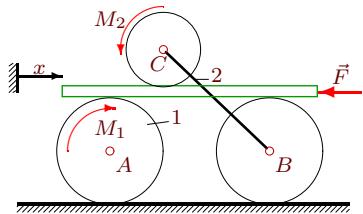
**Вопрос 1.** План скоростей**Вопрос 2.** Теория удара. Коэффициент восстановления. Косой удар.**Задача D-30.131.**

13  
Оси цилиндров соединены спарником. Верхний цилиндр катится без проскальзывания по боковой грани параллелепипеда массой  $m_1$ , скользящего по горизонтальной плоскости. Нижний цилиндр находится в зацеплении с верхним и катится по горизонтальной плоскости. Радиусы цилиндров  $R$ . Масса верхнего цилиндра  $m_2$ . К верхнему цилиндру приложен момент  $M$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота спарника  $\varphi$ .

**Вопрос 1.** К чему приводится система сил, если главный вектор перпендикулярен главному моменту?

**Вопрос 2.** Вывод уравнения Лагранжа 2-го рода.

**Задача D-30.132.**



13

Тонкая пластина лежит на двух цилиндрах  $A$  и  $B$  одинакового радиуса  $R$ . Ось одного цилиндра соединена стержнем  $BC$  с осью диска радиуса  $r$ , катающегося по пластине. К цилиндру приложен момент  $M_1$ , к диску —  $M_2$ , к пластине — горизонтальная сила  $\vec{F}$ . Масса цилиндра  $A$  равна  $m_1$ , масса стержня  $BC$  —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение пластины  $x$ .