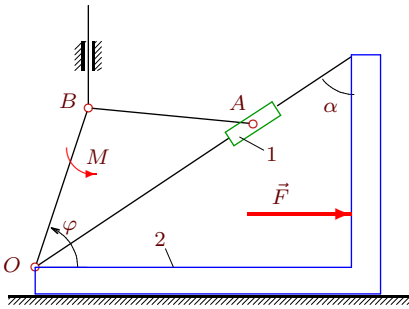




Борисов Денис

## Решение механической задачи с одной степенью свободы с помощью уравнения Лагранжа 2-го рода



**1.17.** Муфта  $A$  скользит по наклонному стержню, закрепленному на платформе, расположенной на гладкой плоскости. Шарнирный двухзвенник  $OBA$ , составленный из стержней одинаковой длины  $a$ , соединен с вертикальным штоком. К платформе приложена горизонтальная сила  $F$ , к стержню  $OB$  — момент  $M$ . Масса муфты равна  $m_1$ , масса платформы —  $m_2$ . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня  $OB$   $\varphi$ .

### РЕШЕНИЕ

Выразим скорости тел через обобщенную координату:

Составим граф:  $O \xrightarrow[\frac{a}{a}]{\varphi} B$

$$\begin{aligned} x: \quad V_{Bx} &= V_{Ox} - a\dot{\varphi} \sin \varphi, \\ y: \quad V_{By} &= V_{Oy} + a\dot{\varphi} \cos \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

Так как точка  $O$  движется только по координате  $x$ , а точка  $B$  движется только по координате  $y$ , то:

$$\begin{aligned} V_{Ox} &= a\dot{\varphi} \sin \varphi, \\ V_{By} &= a\dot{\varphi} \cos \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

Составим граф:  $O \xrightarrow[\frac{a}{a}]{\varphi} B \xrightarrow[\frac{a}{a}]{\pi - \varphi - 2\alpha} A$

$$\begin{aligned} x: \quad V_{Ax} &= V_{Ox} - a\dot{\varphi} \sin \varphi - a\dot{\omega} \sin(\pi - \varphi - 2\alpha), \\ y: \quad V_{Ay} &= V_{Oy} + a\dot{\varphi} \cos \varphi + a\dot{\omega} \cos(\pi - \varphi - 2\alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

Подставим (1) в (2). Заметим при этом, что по условию треугольник  $\triangle AOB$  равнобедренный. Обозначим углы при основании треугольника через  $\gamma$ . Очевидно, что  $\gamma = \varphi - (\pi/2 - \alpha)$ . Дифференцируя угол  $\pi - \varphi - 2\alpha$  между  $BA$  и осью  $x$ , получаем  $\dot{\omega} = -\dot{\varphi}$  (стержни  $BA$  и  $BO$  очевидно вращаются в разные стороны).

$$\begin{aligned} V_{Ax} &= a\dot{\varphi} \sin(\varphi + 2\alpha), \\ V_{Ay} &= a\dot{\varphi}(\cos \varphi + \cos(\varphi + 2\alpha)) \end{aligned} \quad (4)$$



Квадрат скорости точки  $O$ :

$$V_O^2 = V_{Ox}^2 + V_{Oy}^2 = a^2 \dot{\varphi}^2 \sin^2 \varphi$$

$$V_A^2 = V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2 = a^2 \dot{\varphi}^2 (1 + \cos^2 \varphi + 2 \cos \varphi \cos(\varphi + 2\alpha))$$

Кинетическая энергия:

$$T = (1/2)m_1 V_A^2 + 1/2 m_2 V_O^2$$

$$T = (1/2)a^2 \dot{\varphi}^2 (m_1 (1 + \cos^2 \varphi + 2 \cos \varphi \cos(\varphi + 2\alpha)) + m_2 \sin^2 \varphi) \quad (5)$$

Обобщенная сила:

$$Q = (FV_{Ox} + M\dot{\varphi} - m_1 g V_{Ay}) / \dot{\varphi}$$