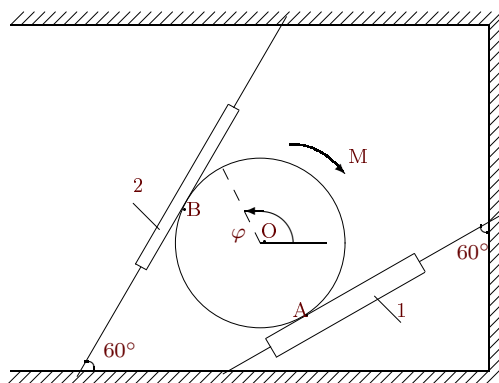


# Решение механической задачи с одной степенью свободы с помощью уравнения Лагранжа 2-ого рода

Шутьев А.А.



**30.6.** Цилиндр радиусом  $R$  приводит в движение муфты, надетые на наклонные стержни. Массы муфт  $m_1$  и  $m_2$ . К цилиндру приложен момент  $M$ . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять  $\varphi$ .

## 1 Кинетическая энергия

Кинетическая энергия будет иметь вид:

$$T = T_1 + T_2$$

где

$$T_1 = \frac{m_1 V_A^2}{2}$$
$$T_2 = \frac{m_2 V_B^2}{2}$$

Точка  $O$  является мгновенным центром скоростей и из этого следует, что  $V_O = 0$ . Чтобы найти скорости в точках  $A$  и  $B$  рассмотрим графы:

$$O \xrightarrow{\frac{-\pi}{3}, R} A,$$

$$\begin{cases} v_{Ax} = -R\dot{\varphi} \sin(\frac{-\pi}{3}) \\ v_{Ay} = R\dot{\varphi} \cos(\frac{-\pi}{3}) \end{cases} \quad (1)$$

$$O \xrightarrow{\pi - \frac{\pi}{6}, R} B,$$

$$\begin{cases} v_{Bx} = -R\dot{\varphi} \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) \\ v_{By} = R\dot{\varphi} \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) \end{cases} \quad (2)$$

Получаем что

$$|V_A| = |V_B| = R\dot{\varphi}$$

Тогда кинетическая энергия имеет вид:

$$T = \frac{(m_1 + m_2)R^2\dot{\varphi}^2}{2}$$

## 2 Обобщённая сила

$$Q = -M - (m_1 \cos(\frac{\pi}{3}) + m_2 \cos(\pi - \frac{\pi}{6}))gR. \quad (3)$$

### 3 Уравнение Лагранжа 2-ого рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q. \quad (4)$$

Для данной задачи уравнение Лагранжа имеет вид:

$$\ddot{\varphi}(m_1 + m_2)R = -M - (m_1 \cos(\frac{\pi}{3}) + m_2 \cos(\pi - \frac{\pi}{6}))gR. \quad (5)$$