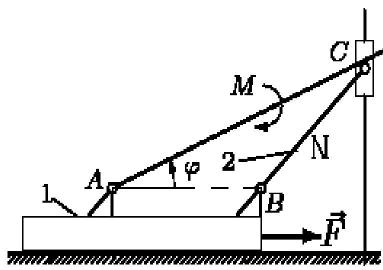
Решение задачи с одной степенью свободы с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода.



Стержень BC длины a шарнирно соединяет горизонтально скользящую платформу и вертикальный ползун C. Стержень $AD = 2a$, шарнирно закреплённый на платформе, опирается на ось C ползуна и скользит по ней, $AB = a$. Масса платформы равна m_1, стержня BC - m_2. К стержню AD приложен момент M, к платформе - горизонтальная сила F. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ.

Решение

Так как $AB = BC = a$, то треугольник равнобедренный. Т.е. угол CBL равен 2φ, и $\omega_2 = 2\dot\varphi$.

Выразим скорости тел через обобщенную координату. Составим граф $B \xrightarrow[a]{2\varphi} C$

$$x : V_{Cx} = 0 = V_{Bx} - \omega_2 a \sin(2\varphi) \tag{1}$$

$$\tag{2}$$

$V_{Ax} = V_{Bx}$.

Составим граф: $B \xrightarrow[a/2]{2\varphi} N$

(N — середина стержня BC)

$$x : V_{Nx} = V_{Bx} - 2\dot\varphi(a/2)\sin(2\varphi) \tag{3}$$

$$y : V_{Ny} = 2\dot\varphi(a/2)\cos(2\varphi) \tag{4}$$

Получим: $V_N^2 = \dot\varphi^2 a^2$. Кинетическая энергия:

$$T = m_1 V_{Ax}^2/2 + J_2\omega_2^2/2 + m_2 V_N^2/2 \tag{5}$$

$$J_2 = m_2 a^2/12. \tag{6}$$

Кинетическая энергия в общем виде:

$$T = \frac{\dot\varphi^2}{2}\left(A\sin^2(2\varphi) + B\right).$$

Обобщенная сила:

$$Q = (FV_{Bx} - M\dot{\varphi} - m_2 g V_{Ny})/\dot{\varphi}, \tag{7}$$

$$Q = 2aF\sin(2\varphi) - M - m_2 g a\cos(2\varphi) \tag{8}$$

Общее уравнение Лагранжа 2-го рода выглядит следующим образом:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q.$$