

СТАТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ ФЕРМЫ СОСТАВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАМЫ. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

Е. В. Комерзан¹, О. В. Свириденко²

Национальный исследовательский университет «МЭИ»^{1,2}

Россия, г. Москва

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: + 7 (495) 362-77-19, e-mail: KomerzanYV@mpei.ru

²Канд. техн. наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: + 7 (495) 362-77-19, e-mail: SviridenkoOV@mpei.ru

Расчет прогиба конструкции, представляющей собой П-образную раму, сочлененную в середине пролета, выполняется в системе компьютерной математики Maple. Ферма регулярная, ее порядок определяется числом панелей в ригеле и числом панелей в боковых опорах. Ряд решений, полученных для конструкций с различным числом панелей обобщается методом индукции на произвольный порядок фермы. Усилия в элементах статически определимой конструкции вычисляются в символьной форме методом вырезания узлов. Для расчета прогибов применяется интеграл Мора. Рассмотрены четыре варианта нагрузок. Обнаружены асимптотики решений.

Ключевые слова: пространственная ферма, рама, индукция, Maple, асимптотика, прогиб.

Введение. Модели пространственных стержневых конструкций, как правило, статически неопределимы, и для их расчета на практике используют метод конечных элементов, реализуемый в стандартных инженерных программах [1]. В некоторых случаях [2] в качестве моделей реальных сооружений рассматриваются их статически определимые упрощенные аналоги, для которых возможно получить аналитическое решение, свободное от известных недостатков численных решений, и позволяющее выполнять роль либо тестовых решений, либо находить предварительные оценки проектируемой конструкции.

В [3-6] методом индукции с применением системы Maple найдены аналитические решения для определения прогибов плоских ферм. Обзор и сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций выполнен в [7]. Формулы для определения прогибов пространственных ферм методом индукции выведены в [8-11]. Оценки первой частоты собственных колебаний регулярных плоских ферм в зависимости от числа панелей выведены в [12-14], пространственных – [15-17]. В [18] проанализирован спектр собственных частот семейства регулярных пространственных ферм и обнаружены некоторые закономерности распределения частот. Некоторые теоретические аспекты существования статически определимых регулярных ферм рассмотрены в работе Р. Хатчинсона и Н. Флека [19].

Схемы плоских ферм регулярного типа и формулы для расчета прогиба и смещения подвижных опор и усилий в критических стержнях для произвольного порядка регулярности конструкции содержатся в справочнике [20]. В [21] приведено краткое описание алгоритма для аналитического расчета регулярных конструкций. Известны также аналитические решения для расчета строительных конструкций в системе Maple с использованием разложений решений в ряды по собственным функциям [21, 23].

Схема конструкции. Две части рамы соединены центральным шарниром K и имеют в основании по углам сферические опоры в узлах A и D , цилиндрический шарнир в узле B и вертикальную стойку в узле C (рис. 1-3). Ригель фермы имеет по n панелей в каждой части рамы. Боковые опорные части содержат по m панелей по высоте. Таким образом, конструкция имеет два независимых параметра регулярности, определяющие пропорции конструкции. Высота фермы $2mh$, длина пролета $(2n+1)a$. Элементы фермы – одинаковые четырехгранные стержневые пирамиды высотой $h=a$ [18].

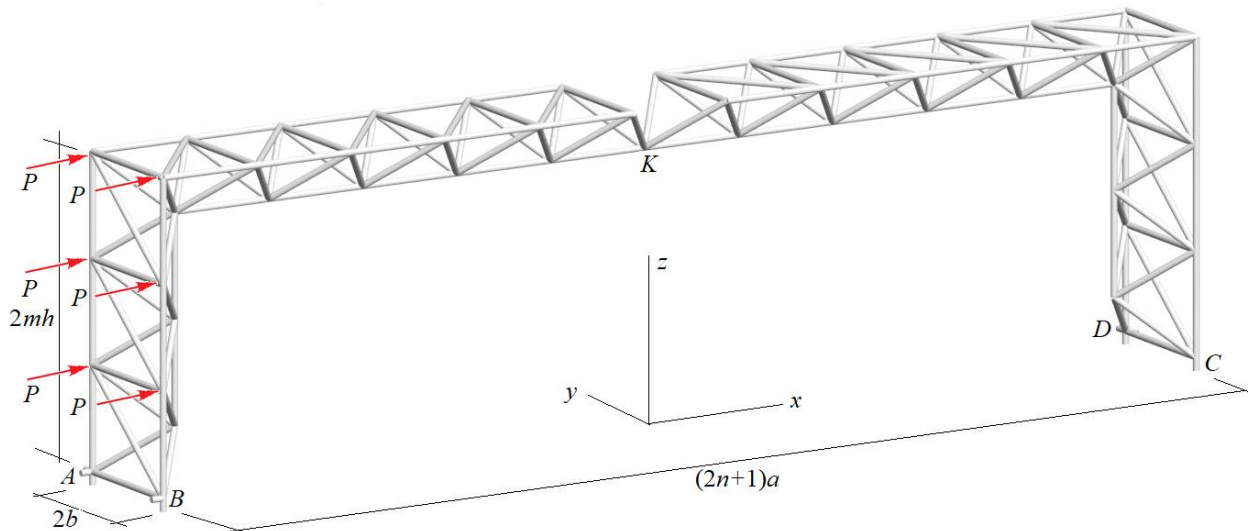


Рис. 1. Равномерно распределенная узловая боковая по оси x нагрузка, $n=5$, $m=3$

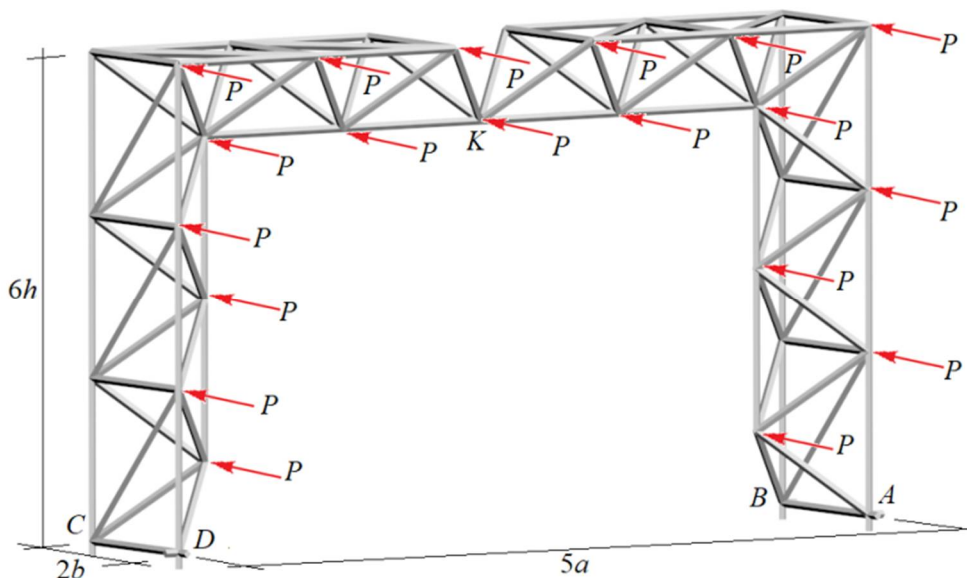


Рис. 2. Равномерно распределенная узловая боковая по оси y нагрузка, $n=2$, $m=3$

Ферма состоит из $n_s = 18(n + m) + 9$ стержней, включая девять стержней в опорах. Для расчета усилий в аналитической форме используется система Maple, в которой составляются и решаются уравнения равновесия узлов. Система уравнений $\mathbf{GS} = \mathbf{T}$, где \mathbf{S} – вектор неизвестных усилий и девяти реакций опор [21], записывается в программе для произвольного числа панелей по высоте и по длине пролета.

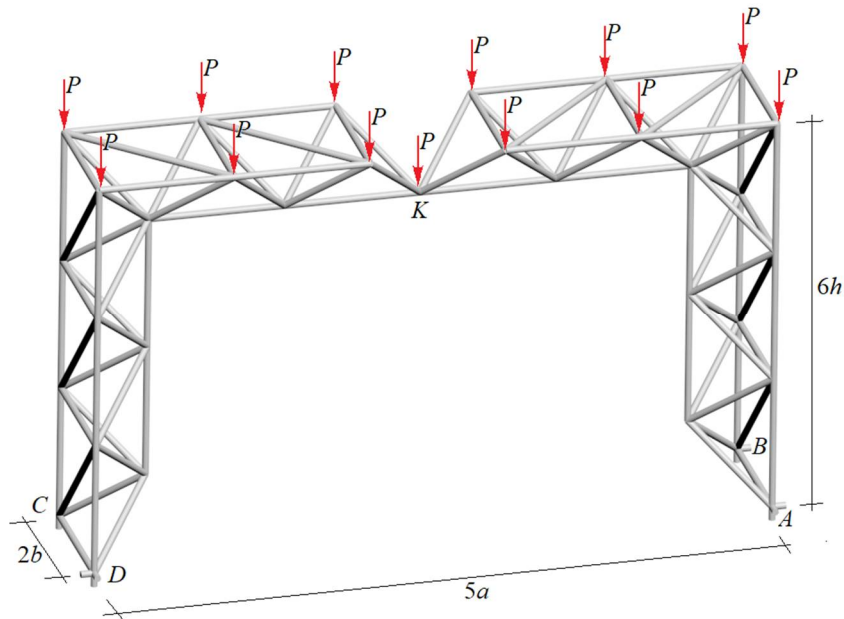


Рис. 3. Равномерно распределенная узловая вертикальная нагрузка, $n=2, m=3$

Расчет усилий. Начало координат находится на оси симметрии конструкции в ее основании (рис. 1). В программу заносятся координаты узлов с учетом симметрии конструкции. Для ввода информации о структуре решетки создаются списки номеров концов стержней $\Phi_i, i=1, \dots, n_s$. Элементы матрицы \mathbf{G} размером $n_s \times n_s$ системы уравнений равновесия представляют собой направляющие косинусы усилий:

$$g_{x,i} = (x_{\Phi_{i,1}} - x_{\Phi_{i,2}}) / l_i, \quad g_{y,i} = (y_{\Phi_{i,1}} - y_{\Phi_{i,2}}) / l_i, \quad g_{z,i} = (z_{\Phi_{i,1}} - z_{\Phi_{i,2}}) / l_i, \quad i=1, \dots, n_s,$$

где $l_i = \sqrt{(x_{\Phi_{i,1}} - x_{\Phi_{i,2}})^2 + (y_{\Phi_{i,1}} - y_{\Phi_{i,2}})^2 + (z_{\Phi_{i,1}} - z_{\Phi_{i,2}})^2}$ – длина стержня i . Элементы матрицы \mathbf{G} вводятся в цикле по строкам. В каждом трех строках матрицы содержатся проекции единичных векторов усилий в стержнях, соединенных в узле i на оси x, y, z :

$$\begin{aligned} G_{3\Phi_{i,1}-2,i} &= g_{x,i}, \quad G_{3\Phi_{i,1}-1,i} = g_{y,i}, \quad G_{3\Phi_{i,1},i} = g_{z,i}, \\ G_{3\Phi_{i,2}-2,i} &= -g_{x,i}, \quad G_{3\Phi_{i,2}-1,i} = -g_{y,i}, \quad G_{3\Phi_{i,2},i} = -g_{z,i}. \end{aligned}$$

Для нахождения решения системы уравнений в символьной форме $\mathbf{GS} = \mathbf{T}$ используется метод обратной матрицы: $\mathbf{S} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{T}$. Встроенные операторы системы Maple из пакета **LinearAlgebra** работают в символьном режиме значительно медленней.

Вычисление прогиба. Перемещение центрального узла K по направлению оси x при действии на боковую часть фермы узловой равномерно распределенной нагрузки в этом же направлении (рис. 1) разыскивается с помощью интеграла Мора:

$$\Delta_n = \sum_{j=1}^{n_s-9} \frac{S_j s_j l_j}{EF}. \quad (1)$$

Здесь приняты стандартные обозначения: S_j – усилие в стержне j от действия внешних усилий, s_j – усилие в этом же стержне от единичной горизонтальной силы, приложенной к узлу K по направлению оси x , l_j – длина стержня, EF – жесткость стержней. Жесткость принята одинаковой для всех стержней фермы. Девять опорных стержней считаются жесткими и в сумму не входят. Вычисления прогиба ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей по длине пролета при $m=3$ и $h=a$ дают формулы:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= P(6360a^3 + 800b^3 + 1021c^3 + 288d^3) / (30h^2EF), \\ \Delta_2 &= P(76648a^3 + 9824b^3 + 9485c^3 + 3456d^3) / (250h^2EF), \\ \Delta_3 &= P(192472a^3 + 22272b^3 + 19411c^3 + 7776d^3) / (490h^2EF), \\ \Delta_4 &= P(42680a^3 + 4416b^3 + 3649c^3 + 1536d^3) / (90h^2EF), \dots\end{aligned}$$

Здесь обозначены длины раскосов: $c = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$, $d = \sqrt{a^2 + b^2}$. При помощи операторов **rgf_findrecur** и **rsolve** системы компьютерной математики Maple можно вычислить общие члены последовательностей коэффициентов в полученных формулах:

$$\Delta_n = P(C_1a^3 + C_2b^3 + C_3c^3 + C_4d^3) / (5h^2EF(2n+1)), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}C_1 &= 4(366n^3 + 1445n^2 + 299n + 275) / (2n+1), \\ C_2 &= 8n(157n-7) / (2n+1), \\ C_3 &= (876n+145) / 2, \\ C_4 &= 432n^2 / (2n+1).\end{aligned} \quad (3)$$

Перемещение центрального узла K по направлению оси y при действии на боковую часть фермы узловой равномерно распределенной нагрузки в этом же направлении (рис. 2) разыскивается также с помощью интеграла (1). Прогиб в этом случае будет рассчитываться по формуле

$$\Delta_n = P(C_1a^3 + C_2b^3 + C_3c^3 + C_4d^3) / (b^2EF), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}C_1 &= (14n^5 + 171n^4 + 58n^3 + 390n^2 + 477n + 276) / (3(2n+1)), \\ C_2 &= (80n^4 + 8n^3 - 32n^2 - 24n + 5) / (2n+1), \\ C_3 &= (48n^3 + 43n^2 + 41n + 14) / 2, \\ C_4 &= 12n(8n^3 + 2n^2 - n - 2) / (2n+1).\end{aligned} \quad (5)$$

Вертикальное смещение узла K при действии вертикальной равномерно распределенной нагрузки (рис. 3) также определяется по формуле (1). Прогиб в этом случае имеет вид:

$$\Delta_n = P(C_1a^3 + C_2b^3 + C_3c^3 + C_4d^3) / (h^2EF(2n+1)), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned}C_1 &= (706n^5 + 3221n^4 + 3528n^3 + 1117n^2 + 704n + 300) / 75, \\ C_2 &= (288n^4 + 332n^3 + 76n^2 + 6n + 1) / 50, \\ C_3 &= (2n+1)(144n^3 + 186n^2 + 66n + 5) / 50, \\ C_4 &= 12n^2(6n + 4n^2 + 1) / 25.\end{aligned} \quad (7)$$

Наиболее простое решение получается для вертикального прогиба фермы в узле K при действии на этот узел сосредоточенной силы. В этом случае решение можно получить для произвольных параметров n и m . При $m=1$ получается следующая последовательность решений

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= P(48a^3 + 9b^3 + 15c^3 + 8d^3) / (2h^2 EF), \\ \Delta_2 &= P(272a^3 + 33b^3 + 45c^3 + 32d^3) / (2h^2 EF), \\ \Delta_3 &= P(800a^3 + 73b^3 + 91c^3 + 72d^3) / (2h^2 EF), \\ \Delta_4 &= P(1760a^3 + 129b^3 + 153c^3 + 128d^3) / (2h^2 EF), \dots\end{aligned}$$

Обобщение этих решений по n дает следующие формулы:

$$\Delta_n = P(C_1 a^3 + C_2 b^3 + C_3 c^3 + C_4 d^3) / (h^2 EF), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned}C_1 &= 32 / 3n^3 + 12n^2 + 4 / 3n, \\ C_2 &= 4n^2 + 1 / 2, \\ C_3 &= 4n^2 + 3n + 1 / 2, \\ C_4 &= 4n^2.\end{aligned} \quad (9)$$

При $m=2$ обобщением по n получаются коэффициенты:

$$\begin{aligned}C_1 &= 104n^3 / 3 + 60n^2 + 40n / 3 + 8, \\ C_2 &= 16n^2 + 1 / 2, \\ C_3 &= 16n^2 + 11n + 3 / 2, \\ C_4 &= 8n^2.\end{aligned} \quad (10)$$

Аналогично, при $m=3$ получаются коэффициенты:

$$\begin{aligned}C_1 &= 224n^3 / 3 + 196n^2 + 184n / 3 + 40, \\ C_2 &= 36n^2 + 1 / 2, \\ C_3 &= 36n^2 + 23n + 5 / 2, \\ C_4 &= 8n^2 / 9.\end{aligned} \quad (11)$$

Для получения зависимости коэффициентов от m требуется получить такие же решения при $m=4, \dots, 8$. В результате обобщения решений (9) - (11) с использованием операторов Maple получается зависимость (8) прогиба узла K от двух параметров регулярности с коэффициентами:

$$\begin{aligned}C_1 &= 2((12m^2 + 4)n^3 + 6(2m + 1)(m^2 - m + 1)n^2 + 2(2m - 1)(m - 1)m + (6m^3 - 9m^2 + 3m + 2)n) / 3, \\ C_2 &= 4n^2 m^2 + 1 / 2, \\ C_3 &= m + 2nm + 2nm^2 + 4n^2 m^2 - n - 1 / 2, \\ C_4 &= 4n^2 m.\end{aligned}$$

Проверку полученного обобщения можно выполнить, сменив порядок изменяемых параметров, обобщив серию решений сначала по m , затем по n .

Кривые зависимости (4) смещения узла K по направлению оси y от величины поперечного размера рамы b при действии боковой распределенной нагрузки (рис. 2) в этом направлении для разных чисел панелей представлены на рис. 4. Используется безразмерная величина смещения: $\Delta' = \Delta_n EF / (P_s L)$, где $P_s = P(4n + 11)$ – суммарная боковая нагрузка, $L = (2n + 1)a$ – длина пролета. На кривых имеются точки минимума при $b=3m$ независимо от числа панелей n .

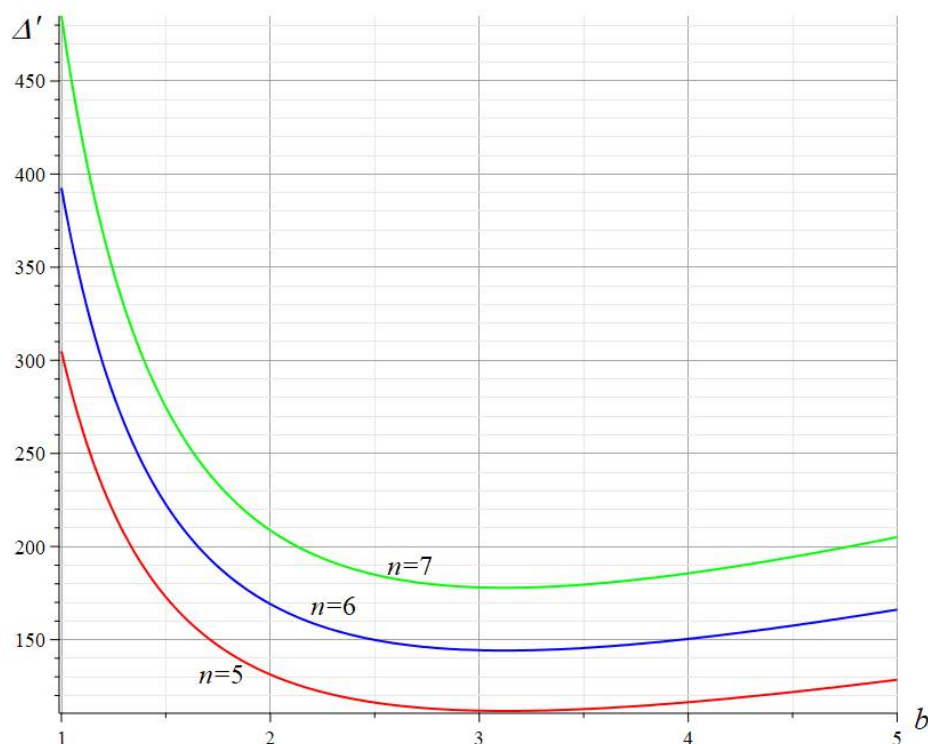


Рис. 4. Зависимость относительного горизонтального смещения узла K от числа панелей в стойке, $a = h = 1\text{м}$, $n = 2$; I $b=0,4\text{м}$, II — $b=0,8\text{м}$

Кривые зависимости прогиба от числа панелей имеют квадратичную асимптотику по числу n . Средствами Maple можно получить: $\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n^2 = 7a^2 / (24b^2)$.

Заключение. Предложенная схема пространственной фермы допускает аналитическое решение задачи о деформациях при различных видах нагружения. В зависимости прогиба от поперечного размера фермы при действии боковой (ветровой) нагрузки обнаружен минимум, позволяющий оптимизировать размеры конструкции для увеличения ее жесткости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ 22-21-00473.

Библиографический список

1. Игнатъев В.А., Игнатъев А.В. Метод конечных элементов в форме классического смешанного метода строительной механики (теория, математические модели и алгоритмы). М.: Издательство АСВ, 2022. 306 с.
2. Кирсанов М.Н. Расчет Г-образной фермы крепления дорожных знаков и оборудования // Научный журнал строительства и архитектуры. 2019. № 1 (53). С. 84-92.
3. Kirsanov M. Deformations of a Triangular Trussed Rafter With an Arbitrary Number of Panels: An Analytical Solution // AlfaBuild. 2021. 19 Article No 1903. doi: 10.34910/ALF.19.3
4. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels // AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
5. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2021. №2 (29). С. 29–37.

6. Комерзан Е.В., Лушнов Н.А., Осипова Т.С. Аналитический расчет прогиба плоской шпренгельной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2022. №2 (33). С. 17-25. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.002.
7. Тиньков Д. В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Magazine of Civil Engineering. 2015. №. 5 (57). С. 66–73.
8. Kirsanov M., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 96 Article No 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2
9. Astakhov S.V., Kirsanov M.N., Vorobyev O.V. Formulas for calculating deformations of power line supports // В сборнике: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Сер."International Science and Technology Conference "Earth Science", ISTC EarthScience 2022 - Chapter 4." 2022. С. 052008.doi: 10.1088/1755-1315/988/5/052008
10. Kirsanov M., Buka-Vaivade K., Shirokov A. Models of Spatial and Planar Light Bar Structures in the Maple System. In: Manakov A., Edigarian A. (eds) International Scientific Siberian Transport Forum TransSiberia - 2021. TransSiberia 2021. Lecture Notes in Networks and Systems. 2022. 403. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-96383-5_133
11. Kirsanov M.N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2020. 96 (4). Pp. 110–117.doi: 10.18720/MCE.96.9
12. Kirsanov M.N., Safronov V.S. Analytical estimation of the first natural frequency and analysis of a planar regular truss oscillation spectrum // Magazine of Civil Engineering. 2022. 111 (3). Article No. 11114. doi: 10.34910/MCE.111.14
13. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. 92 Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4.
14. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss // AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
15. Kirsanov M.N. Deformations And Spatial Structure Vibrations Frequency of The Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 98 Article No 9805. doi: 10.4123/CUBS.98.5
16. Kirsanov M., Maslov A. Estimation of the Natural Vibration Frequency of a Triangular Mast // AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1704. doi: 10.34910/ALF.17.4
17. Kirsanov M. Model of a spatial dome cover. Deformations and oscillation frequency // Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 99Article No 9904. doi: 10.4123/CUBS.99.4
18. Кирсанов М. Н. Спектр собственных частот фермы пространственного покрытия // Научный журнал строительства и архитектуры. 2021. 2 (62). С. 97-105. doi: 10.36622/VSTU.2021.62.2.008
19. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – The hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005. 85 (9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
20. Kirsanov M. N. Planar Trusses: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing, 2019. 206 p.
21. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels // Vestnik MGSU. 2020. (4). Pp. 510–517. doi:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517
22. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle // Applied Mathematical Sciences. 2016. 10 (54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com<http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211> (date of application: 17.06.2020).

23. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages // International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015. Proceedings. 2015. Pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.

References

1. Ignatiev V.A., Ignatiev A.V. Finite element method in the form of a classical mixed method of structural mechanics (theory, mathematical models and algorithms). Moscow: ASV Publishing House, 2022. 306 p.
2. Kirsanov M.N. Calculation of the L-shaped truss for fastening road signs and equipment. Scientific journal of construction and architecture. 2019. No. 1 (53). Pp. 84-92.
3. Kirsanov M. Deformations of a Triangular Trussed Rafter With an Arbitrary Number of Panels: An Analytical Solution. AlfaBuild. 2021. 19 Article No 1903. doi: 10.34910/ALF.19.3
4. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels. AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
5. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a planet externall statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. Stroitel'naya mekhanika i konstruksii. 2021. No. 2 (29). Pp. 29–37.
6. Komerzan E.V., Lushnov N.A., Osipova T.S. Analytical calculation of the deflection of a flat truss truss with an arbitrary number of panels. Stroitel'naya mekhanika i konstruksii. 2022. No. 2(33). Pp. 17-25. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.002
7. Tinkov D.V. Comparative analysis of analytical solutions of the problem of deflection of truss structures. Magazine of Civil Engineering. 2015. 5 (57). Pp. 66-73.
8. Kirsanov M., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 96 Article No 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2
9. Astakhov S.V., Kirsanov M.N., Vorobyev O.V. Formulas for calculating deformations of power line supports. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. "International Science and Technology Conference "Earth Science", ISTC EarthScience 2022 - Chapter 4." 2022. C. 052008.doi: 10.1088/1755-1315/988/5/052008
10. Kirsanov M., Buka-Vaivade K., Shirokov A. Models of Spatial and Planar Light Bar Structures in the Maple System. In: Manakov A., Edigarian A. (eds) International Scientific Siberian Transport Forum TransSiberia. 2021. TransSiberia 2021. Lecture Notes in Networks and Systems. 2022. 403. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-96383-5_133.
11. Kirsanov M.N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels. Magazine of Civil Engineering. 2020. 96(4). Pp. 110–117.doi: 10.18720/MCE.96.9
12. Kirsanov M.N., Safronov, V.S. Analytical estimation of the first natural frequency and analysis of a planar regular truss oscillation spectrum. Magazine of Civil Engineering. 2022. 111 (3). Article No. 11114.doi: 10.34910/MCE.111.14.
13. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss. Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. 92. Article No 9204. doi: 10.18720/CUBS.92.4
14. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss. AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1

15. Kirsanov M.N. Deformations And Spatial Structure Vibrations Frequency of The Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 98. Article No 9805. doi: 10.4123/CUBS.98.5
16. Kirsanov M., Maslov A. Estimation of the Natural Vibration Frequency of a Triangular Mast. AlfaBuild. 2021. 17. Article No 1704. doi: 10.34910/ALF.17.4
17. Kirsanov M. Model of a spatial dome cover Deformations and oscillation frequency. Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 99. Article No 9904. doi: 10.4123/CUBS.99.4
18. Kirsanov M. N. Spectrum of natural frequencies of spatial coverage truss. Scientific Journal of Construction and Architecture. 2021. No. 2 (62). Pp. 97-105. doi: 10.36622/VSTU.2021.62.2.008
19. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. Microarchitected cellular solids - The hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005. 85(9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
20. Kirsanov M. N. Planar Trusses: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing, 2019. 206 p.
21. Buka-Vaivade, K., Kirsanov, M.N., Serdjuks, D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. Vestnik MGSU. 2020. (4). Pp. 510–517. doi:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517
22. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. Applied Mathematical Sciences. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com/http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211 (date of application: 17.06.2020).
23. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015. Proceedings. 2015. Pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.

STATIC DEFORMATIONS OF THE TRUSS OF A COMPOSITE SPATIAL FRAME. ANALYTICAL SOLUTIONS

E. V. Komerzan¹ O. V. Sviridenko²

National Research University «MPEI»^{1,2}
Moscow, Russia

¹PhD of Tech. Sciences, Associate professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, tel. : + 7 495 362-77-19, e-mail: KomerzanYV@mpei.ru

²PhD of Tech. Sciences, Associate professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, tel. : + 7 495 362-77-19, e-mail: SviridenkoOV@mpei.ru

The calculation of the deflection of the structure, which is a U-shaped frame, articulated in the middle of the span, is performed in the Maple computer mathematics system. The truss is regular, its order is determined by the number of panels in the crossbar and the number of panels in the side supports. A number of solutions obtained for structures with a different number of panels are generalized by induction to an arbitrary order of the truss. The forces in the elements of a statically determinate structure are calculated in symbolic form by the method of cutting out knots. The Mohr integral is used to calculate deflections. Four variants of loadings are considered. The asymptotics of the solutions are found.

Keywords: spatial truss, frame, induction, Maple, asymptotics, deflection.