

DOI: 10.17117/na.2016.06.02.224

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.224.pdf>

Поступила (Received): 03.06.2016

Заяц Э.Ю.
**Прогиб плоской балочной фермы с треугольной
решеткой под действием равномерной
нагрузки по верхнему поясу**

Zayac E.Yu.
**The deflection of a flat beam truss with a triangular lattice
under the action of uniform load on the top belt**

Получено аналитическое выражение для прогиба фермы с параллельными поясами в зависимости от ее размеров, нагрузки и числа панелей. Усилия в стержнях определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Обобщение решения на произвольное число панелей производится методом индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple

Заяц Эдуард Юрьевич

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

An analytical expression for the deflection of the truss with parallel belts depending on its size, load and number of panels is obtained. The forces in the rods are determined by cutting out the nodes in the system of computer mathematics Maple. Generalization of the solution for an arbitrary number of panels produced by the method of induction

Key words: truss, deformation, induction, Maple

Zayac Ehdvard Yurievich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Ферма с треугольной решеткой и параллельными поясами (рис. 1) наиболее распространена в инженерной практике. Точное выражение для прогиба фермы имеет не только теоретическое, но и практическое значение для оценки деформативности конструкции. Вывод формулы для прогиба фермы с заданным числом панелей не составляет сложности. Применение систем компьютерной математики (Maple, Mathematica, Maxima) позволяет легко получить аналитические выражения для усилий в стержнях и прогиба фермы. Однако, обобщение результата на произвольное число панелей для рассматриваемой фермы в литературе неизвестно. В настоящей работе ставится цель получения такой зависимости методом индукции при загрузении фермы по верхнему поясу. Ранее подобные задачи решались для плоских [1-10] и пространственных ферм [11-14], в задаче о прогибе вантовой системы [15] и при расчете деформаций регулярного свайного фундамента [16].

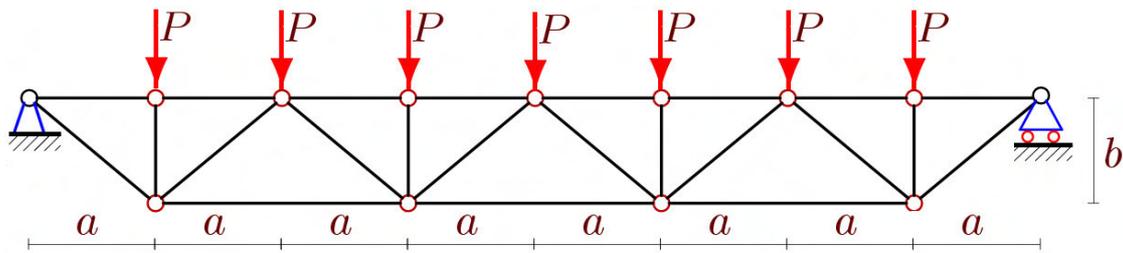


Рис. 1. Ферма при $n=10$

Для расчет усилий (воспользуемся хорошо зарекомендовавшей себя программой [17]) необходимо задать координаты узлов (шарниров) фермы. Соответствующий фрагмент программы применительно к рассматриваемой ферме на языке Maple имеет вид:

```
> for i to n do #нижний пояс
> x[i]:=2*a*(i-1)+a: y[i]:=0:
> od:
> for i to 2*n+1 do #верхний пояс
> x[i+n]:=a*(i-1): y[i+n]:=b:
> od:
```

Специальные векторы задают порядок соединения стержней. Так, например, в цикле задаются стержни нижнего пояса:

```
> for i to n-1 do N[i]:=[i,i+1]; od:
```

В цикле по числу стержней заполняется матрица системы уравнений равновесия узлов (направляющие косинусы усилий, вычисленные по координатам шарниров). Решение получается методом обратной матрицы. Система составляется и решается дважды: для нагрузки P и для единичной горизонтальной силы, приложенной к середине пролета. Решение (в символьной форме) задачи о прогибе с использованием формулы Максвелла – Мора для ферм с различным числом панелей дает последовательности коэффициентов, общие члены которых можно найти в системе Maple (оператор `rsolve`).

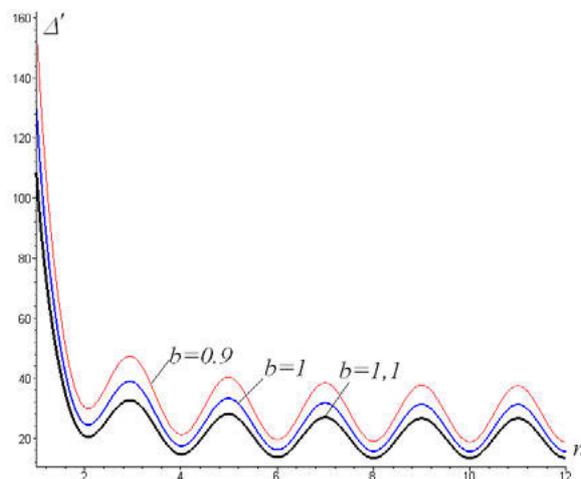


Рис. 2. Прогиб при $a = L / (2n)$, $L = 10$ м

В итоге получаем следующее решение

$$EF\Delta = \frac{P(A_n a^3 + B_n b^3 + C_n c^3)}{2b^2},$$

где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, а коэффициенты имеют вид: $A_n = \frac{(3 - \cos(\pi n))(1 + 5n^2)n^2}{24}$,

$B_n = 1 - \cos(\pi n)$, $C_n = \frac{n^2(3 - \cos(\pi n))}{4}$. Графики (рис. 2) зависимости прогиба

$\Delta' = \Delta EF / P_\Sigma$ от числа панелей при заданной общей нагрузке $P_\Sigma = (2n - 1)P$ и фиксированной длине пролета $L = 2na = 10$ м обнаруживают множество локальных экстремумов, позволяющих оптимизировать конструкцию. Высота фермы b указана в метрах. В [18,19] методом индукции получен и прогиб в балочных фермах с учетом строительного подъема и закреплений опор.

Список используемых источников:

1. Вальтер А. М. Прогиб плоской балочной статически определимой фермы с треугольной решеткой // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты. Ч. 1. Тамбов, 2015. С. 53-54.
2. Жакетов Д.Д., Яцков В.Б. Прогиб плоской балочной фермы с треугольной решеткой // Наука и образование в XXI веке. Ч. 7. Тамбов: Консалтинговая компания Юком, 2014. С. 34-36.
3. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38-44.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58-65.
5. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19-24.
9. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33-41.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
11. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
12. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
13. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37-43.
14. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 5 (40). С. 52-58.
15. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
16. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3-9.
17. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.

18. Ларичев С.А. Индуктивный анализ влияния строительного подъема на жесткость пространственной балочной фермы // *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 4-8.

19. Тиньков Д.В. Анализ влияния условий закрепления на прогиб плоской балочной фермы с нисходящими раскосами // *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 52-56.

© 2016, Заяц Э.Ю.

Прогиб плоской балочной фермы с треугольной решеткой под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу

© 2016, Zayac E.Yu.

The deflection of a flat beam truss with a triangular lattice under the action of uniform load on the top belt