

DOI: 10.17117/na.2016.06.02.253

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.253.pdf>

Поступила (Received): 13.06.2016

Кунов И.М.
О жесткости арочной фермы треугольного
очертания в зависимости от перераспределения
площадей стержней и числа панелей

Kunov I.M.
Stiffness of the arched truss of triangular shape, depending on the
redistribution of the areas of members and number of panels

Получено точное аналитическое выражение для прогиба фермы в зависимости от ее размеров, нагрузки, числа панелей и жесткостей стержней. Усилия определяются в символьной форме методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Для обобщения решения на произвольное число панелей применен метод индукции

The exact analytical expression for the deflection of the truss depending on its size, load, number of panels and the stiffness of the rods is obtained. Forces in rods are defined symbolically using cut nodes in the system of computer mathematics Maple. To generalize the solution for an arbitrary number of panels the method of induction is applied

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple, жесткость стержней

Key words: truss, deformation, induction, Maple, stiffness of the rods

Кунов Илья Михайлович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Kunov Ilya Mikhailovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

В [1] методом индукции получена точная формула для прогиба арочной фермы (рис. 1) от действия сосредоточенной силы в зависимости от числа панелей. При этом предполагалось, что жесткость всех стержней фермы одинаковая. Это несколько снижает ценность полученного результата. В практике обычно используются стержни с сечением разной площади. Введем в расчет коэффициенты, учитывающие разные сечения стержней. Основной аппарат расчета – система компьютерной математики Maple [2] и метод индукции, разработанный для плоских [3-10] и пространственных [11-13] стержневых конструкций, и применимый для систем в условии ползучести [14]. Рассмотрим статически определимую ферму под действием сосредоточенной силы в середине пролета (рис. 1). Число панелей в ферме $2n_0$.

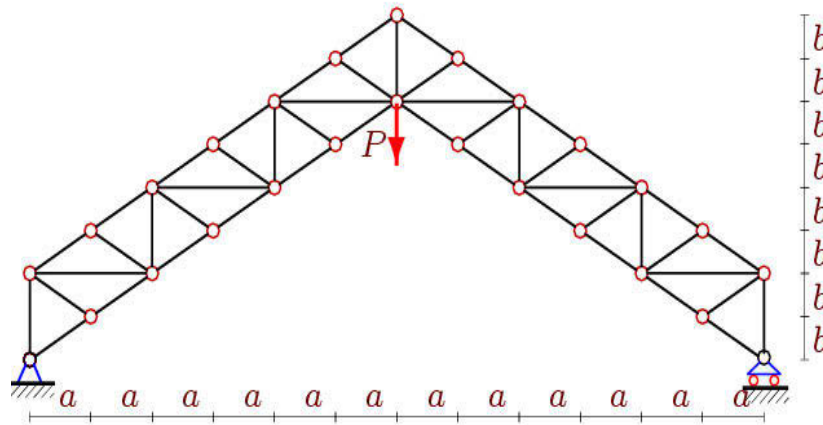


Рис. 1. Схема фермы при $n_0 = 5$

Усилия в стержнях определяем методом вырезания узлов в символьной форме, применяя алгоритм [2]. Для этого в программу вводятся координаты узлов. Приведем соответствующий фрагмент программы, написанной на языке Maple:

```
> n:=2*n0: for i to n do
> x[i]:=a*i-a: y[i]:=b*i-b:
> x[i+n]:=a*i-a: y[i+n]:=b*i+b:
> x[i+2*n]:=2*n*a-a*i+a: y[i+2*n]:=b*i-b:
> x[i+3*n]:=2*n*a-a*i+a: y[i+3*n]:=b*i+b:
> od:
> x[4*n+1]:=n*a: y[1+4*n]:=b*n:
> x[4*n+2]:=n*a: y[2+4*n]:=b*n+2*b:
```

Конфигурация решетки фермы определяется соединением узлов и стержней. Ввод этой информации не отличается от процедуры задания графа. Создаются условные векторы, соответствующие стержням фермы, и содержащие информацию об узлах, соединенных со стержнем:

```
> for i to n-1 do
> N[i]:=[i,i+1];
> N[i+n-1]:=[2*n+i,2*n+i+1];
> od:
> for i to n-1 do
> N[i+2*n-2]:=[i+n,i+n+1];
> N[i+3*n-3]:=[3*n+i,3*n+1+i];
> N[i+4*n-4]:=[1+i,n+i];
> N[i+5*n-5]:=[2*n+1+i,2*n+n+i];
> od:
> for i to n0 do
> N[i+6*n-6]:=[2*i-1,2*i+n-1];
> N[i+6*n-6+n0]:=[2*i-1+2*n,2*i+n-1+2*n];
> od:
> for i to n0-1 do
> N[i+6*n-6+2*n0]:=[2*i+n-1,2*i+1];
> N[i+6*n-7+3*n0]:=[2*i+n-1+2*n,2*i+1+2*n];
> od:
> N[8*n-7]:=[4*n+1,n]:
```

- > $N[8*n-6] := [4*n+1, 3*n] :$
- > $N[8*n-5] := [4*n+1, 2*n-1] :$
- > $N[8*n-4] := [4*n+1, 4*n-1] :$
- > $N[8*n-3] := [4*n+1, 2*n] :$
- > $N[8*n-2] := [4*n+1, 4*n] :$
- > $N[8*n-1] := [4*n+1, 4*n+2] :$
- > $N[8*n] := [4*n+2, 4*n] :$
- > $N[8*n+1] := [4*n+2, 2*n] :$

Для определения прогиба используем формулу Максвелла – Мора. Рассчитывая усилия в стержнях методом вырезания узлов по методике [2-4], для различного (от 1 до 10) числа панелей, индукцией получаем формулу для прогиба: $EF\Delta = Pn_0(a^3k_1 + (2n_0 + 1)b^3k_2 + (2n_0^2 + 1)c^3k_3 / 3) / b^2$, где $a = L / (2n_0)$, $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Зависимость от числа панелей обнаруживает явный минимум, что позволяет оптимизировать конструкцию.

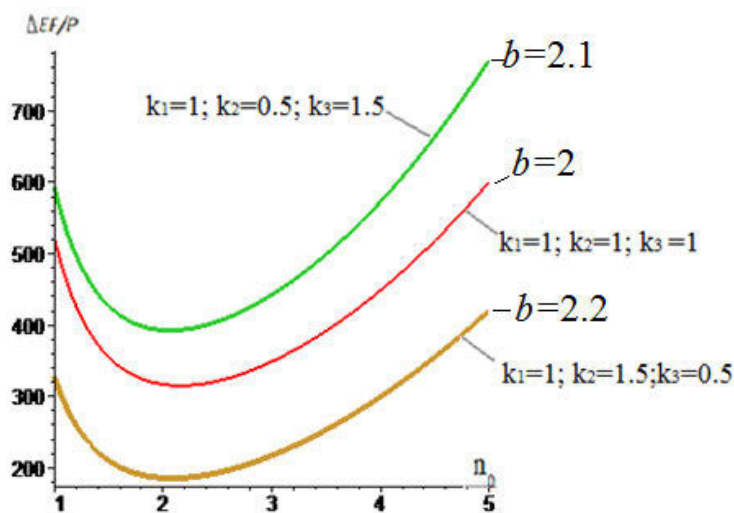


Рис. 3. Зависимость прогиба от числа панелей при разных жесткостях, $L = 20m$

Список используемых источников:

1. Кунов И. М. О жесткости арочной фермы треугольного очертания // Вестник научных конференций. 2015. № 1-4(1). Современное общество, образование и наука. Ч. 4. С. 86–88.
2. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
3. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба плоской решетчатой фермы треугольного очертания // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М.2015. Т. 1. С. 28-30.
6. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 1 (29). P. 84-105
7. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
8. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58–65.

9. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38–44.
10. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
11. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
12. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
13. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93-100.
14. Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32

© 2016, Кунов И.М.

О жесткости арочной фермы треугольного очертания в зависимости от перераспределения площадей стержней и числа панелей

© 2016, Kunov I.M.

Stiffness of the arched truss of triangular shape, depending on the redistribution of the areas of members and number of panels