

DOI: 10.17117/na.2016.06.02.257

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.257.pdf>

Поступила (Received): 02.06.2016

**Макаров М.Д.**  
**Анализ смещения опоры плоской упругой арочной**  
**фермы, нагруженной по верхнему поясу**

**Makarov M.D.**  
**Analysis of displacement support plane elastic arch**  
**truss loaded at the upper belt**

Получено точное аналитическое выражение для горизонтального смещения подвижной опоры фермы под действием равномерной нагрузки. Для определения усилий в стержнях использовалась система компьютерной математики Maple.

Обобщение решения на произвольное число панелей выполнено методом индукции

**Ключевые слова:** ферма, деформация, индукция, Maple, интеграл Мора

The exact analytical expression for the horizontal displacement of the movable support of the truss under uniform load is obtained. To determine the forces in the rods used a system of computer mathematics Maple. Generalization of the solution for an arbitrary number of panels made by the method of induction

**Key words:** truss, deformation, induction, Maple, Mohr' integral

**Макаров Максим Дмитриевич**

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

**Makarov Maxim Dmitrievich**

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Ферма на рис. 1 относится к безраспорному балочному типу, название "арочная" относится лишь к ее форме. Смещение подвижной опоры ферм такого типа не изучено. В [1-5] получены точные аналитические решения для схем, близких к рассматриваемой. В этих работах использован метод индукции и операторы системы компьютерной математики Maple. Такой подход ранее использовался для получения решений для плоских [6-13] и пространственных [14-16] ферм. В общем случае он может быть применен и для любых регулярных систем [17-24].

Для вывода формулы зависимости смещений опоры от размеров фермы и числа панелей воспользуемся программой [25] для определения усилий в стержнях фермы. Сначала надо найти усилия от действия внешней нагрузки, затем от действия единичной силы, приложенной к опоре в направлении ее смещения. Результат находим по формуле Максвелла – Мора. Ряд отдельных результатов для ферм с различным числом панелей обобщаем методом индукции. В итоге получаем формулу  $EF\Delta = P(C_n c^3 + B_n b^3 + A_n a^3) / (ab)$ , где

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$  , а коэффициенты имеют вид:  $A_n = 2(3n - 2)(4n^2 - 2n + 1)$  ,  
 $B_n = 2n(1 + 2n)$  ,  $C_n = \frac{1}{6n}(20n^3 - 24n^2 + 7n + 3)$  .

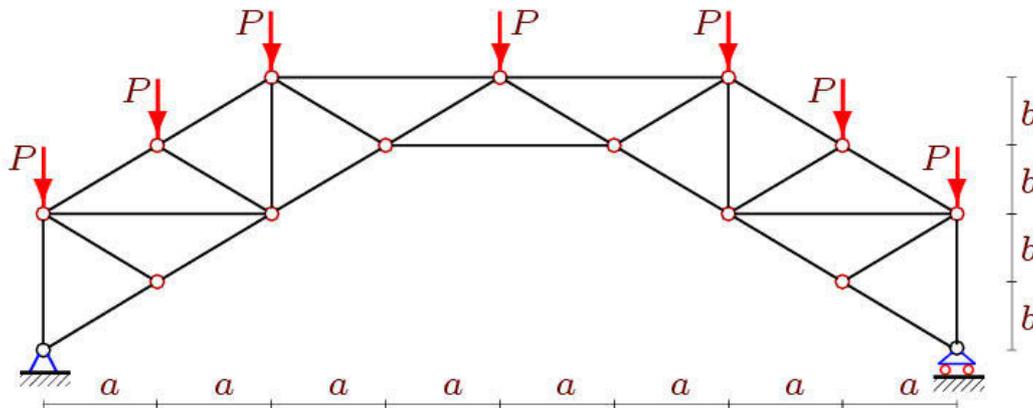


Рис. 1. Ферма при n=2

На рисунке 2 представлены кривые найденной зависимости, где обозначено  $\Delta' = \Delta EF / P$  .

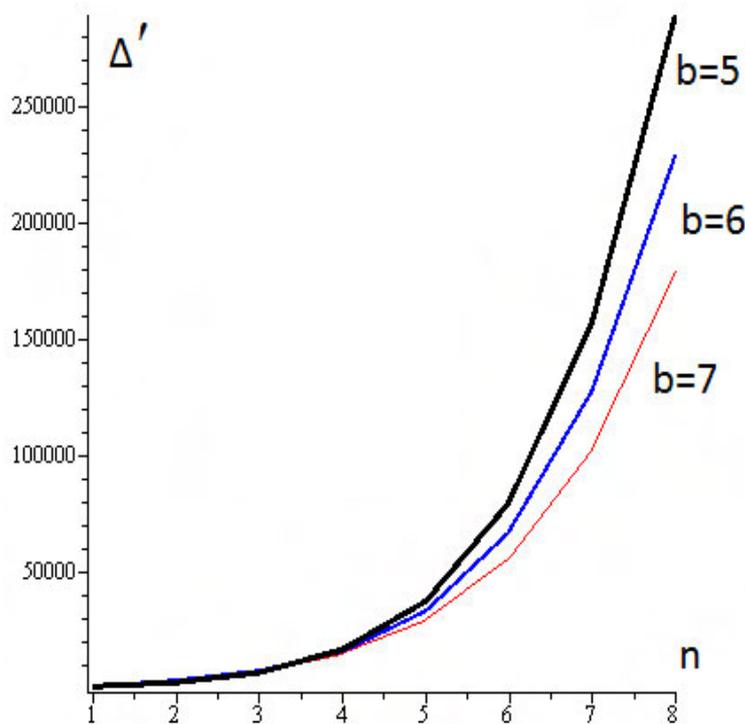


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей  $L = 2an = 40\text{м}$

**Список используемых источников:**

1. Кружков Е. П. Горизонтальное смещение опоры плоской арочной фермы с треугольной решеткой в зависимости от числа панелей // Вестник научных конференций. 2015. № 4-1(4). С. 90-91
2. Поляков В.К. Формула для горизонтального смещения опоры безраспорной арочной фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. Ч. 10. Тамбов, 2015. С. 98-99.

3. Левин А.А. Аналитическое исследование горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузении нижнего пояса // Вестник научных конференций. 2015. № 1-4(1). С. 88-89.
4. Максимов Д.В. Анализ горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузении верхнего пояса // Вестник научных конференций. 2015. № 2-3(2). С. 90-91.
5. Михайлов А. Д. Формула для горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузении центрального узла // Вестник научных конференций. 2015. №2-3(2). С. 94-96.
6. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 58-65.
7. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.
8. Кирсанов М.Н. Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал. 2015. №4(56). С. 38-44.
9. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 49-51.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций. 2015. № 2 (2). С. 5.
11. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33-41.
12. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2016. №1. С. 19-24.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
14. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11-15.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
16. Кирсанов М.Н. Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал. 2014. №5(49). С. 37-43.
17. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
18. Кирсанов М.Н. Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал. 2015. №3(55). С. 3-9.
19. Кирсанов М.Н. Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2015. № 3. С. 18-22.
20. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
21. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). Наука, образование, общество. Ч. 1. С. 6-7.
22. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
23. Кирсанов М.Н. Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2001. № 10. С. 11.
24. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
25. Кирсанов М.Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.