

DOI: 10.17117/na.2016.06.02.260

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.260.pdf>

Поступила (Received): 13.06.2016

Максимов Д.В.**Анализ горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузке верхнего пояса в зависимости от перераспределения площадей стержней и числа панелей****Maksimov D.V.****Analysis of horizontal displacement of a support of the arched truss triangular shape under loading of the upper zone, depending on redistribution of the squares of members and number of panels**

Получена формула для смещения подвижной опоры фермы в зависимости от ее размеров, нагрузки и числа панелей. Усилия в стержнях определяются методом вырезания узлов в системе компьютерной математики Maple. Результат обобщен на произвольное число панелей с применением метода индукции

Ключевые слова: ферма, деформация, индукция, Maple, распределение жесткости

Максимов Дмитрий Вячеславович

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

A formula for the displacement of the movable support of the truss depending on its size, load and number of panels is obtained. The forces in the rods are determined by cutting out the nodes in the system of computer mathematics Maple. The result is generalized to an arbitrary number of panels using the method of induction

Key words: truss, deformation, induction, Maple, on redistribution of the squares

Maksimov Dmitriy Vyacheslavovich

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

В работе автора [1] получена точная формула для горизонтального смещения опоры арочной безраспорной фермы (рис. 1). Использован наиболее результативный метод получения точных аналитических оценок – метод индукции на основе программы [2] для вычисления усилий в стержнях методом вырезания узлов в символьной форме. Этот результат можно существенно улучшить, распространив его на случай разных сечений стержней. Горизонтальное смещение аналогичной фермы для произвольного числа панелей найдено в [3]. Метод индукции применялся в подобных задачах для плоских ферм в [4-11] пространственных – в [12], с учетом реологии – в [13]. Наиболее сложными задачами с применением индукции являются задачи о линиях влияния [14-16].

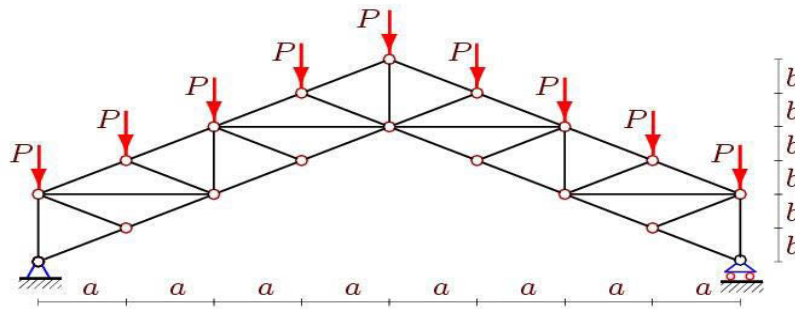


Рис. 1. Ферма при $n = 2n_0 = 4$

Выделим группы стержней длиной $2a$ (горизонтальные элементы решетки), длиной $2b$ (стойки) и наклонные стержни длиной $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ (нижний пояс, верхний пояс и наклонные стержни решетки). Предположим, что площади их сечений можно выразить через некоторую условную (можно и единичную) площадь F : $F_i = F / k_i$, где $i=1,2,3$ – номера соответствующих групп стержней.

Расчет усилий в стержнях выполняется в среде Maple и начинается с задания координат узлов, порядка соединения стержней и узлов (по аналогии с заданием плоского графа). Приведем соответствующий фрагмент программы

```

> for i to n do
> x[i]:=a*i-a:           y[i]:=b*i-b:
> x[i+n]:=a*i-a:        y[i+n]:=b*i+b:
> x[i+2*n]:=2*n*a-a*i+a: y[i+2*n]:=b*i-b:
> x[i+3*n]:=2*n*a-a*i+a: y[i+3*n]:=b*i+b:
> od:
> x[4*n+1]:=n*a:        y[1+4*n]:=b*n:
> x[4*n+2]:=n*a:        y[2+4*n]:=b*n+2*b:
    
```

Начало координат располагается в левой опоре фермы. Порядок соединения стержней, образующих решетку фермы, определяют условные векторы с началом в одном конце стержня, концом – в другом. Выбор начала и конца произволен и на решение не влияет. Из решения системы уравнений равновесия, в которой коэффициентами при неизвестных усилиях являются направляющие косинусы, вычисленные через координаты узлов, определяем усилия. Смещение определяется по формуле Максвелла-Мора $\Delta = \sum_{i=1}^m S_i s_i l_i / (EF_i)$, где S_i – усилия в стержнях от действия внешней нагрузки, s_i – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к подвижной правой опоре, l_i – длины стержней. В результате анализа последовательности решений десяти ферм (по аналогии с [6]) получена формула

$EF \Delta = P(A_{n_0} a^3 k_1 + B_{n_0} b^3 k_2 + C_{n_0} c^3 k_3) / (ab)$, где $C_{n_0} = n_0(n_0 + 1)(20n_0^2 - 4n_0 - 1) / 6$, $B_{n_0} = 2n_0(1 + 2n_0 + 4n_0^2)$, $A_{n_0} = 2n_0(2n_0 + 1)$. Для фиксированной длине пролета $L = n_0 a = 10$ м и высоте фермы $H = 3n_0 b$, кривые роста относительного прогиба $\tilde{\Delta} = EF \Delta / P$ имеют монотонный характер (рис. 2). В пределе по числу панелей имеем следующий характер роста этой величины:

$\lim_{n_0 \rightarrow \infty} \Delta' / n_0^3 = 10k_3(9L^2 + H^2)^{3/2} / (27HL)$. Однако, если не фиксировать высоту фермы H , то результат получается иной: $\lim_{n_0 \rightarrow \infty} \Delta' / n_0^5 = 10b^2k_3 / (3L)$.

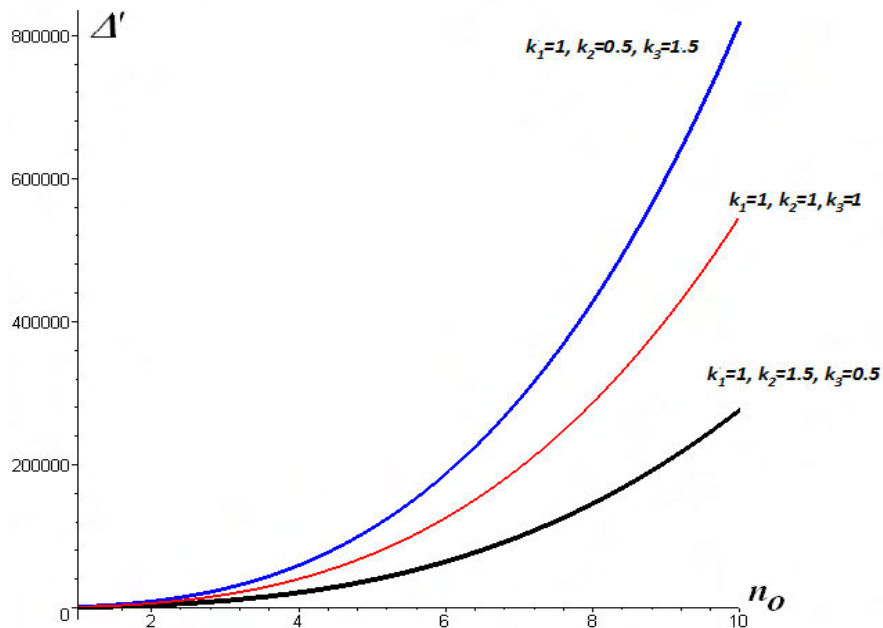


Рис. 2. Зависимость прогиба от числа панелей при разных жесткостях (L=10 м, H=2 м)

Список используемых источников:

1. Максимов Д. В. Анализ горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузке верхнего пояса // Вестник научных конференций. 2015. № 2-3(2). С. 90-91.
2. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
3. Поляков В.К. Формула для горизонтального смещения опоры безраспорной арочной фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. Ч. 10. Тамбов, 2015. С. 98–99.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3. С. 16-19.
5. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. N 1 (29). Pp. 84-105.
6. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 33–41.
7. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование прогиба плоской балочной фермы под действием равномерной нагрузки // Моделирование и механика конструкций. 2016. №3.
8. Тиньков Д. В. Анализ влияния условий закрепления на прогиб плоской балочной фермы с нисходящими раскосами // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 52-56.
9. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. №6. С. 21-28.
10. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247-254.
11. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42–48.
12. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2016. №1(41). С. 93-100.

13. Тиньков Д.В. Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала // Инженерно-строительный журнал. 2016. №1(61). С. 25–32
14. Al-Shahrabi A. M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1(6). С. 6-7
15. Jiang H., Kirsanov M. N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5(5). С.10-11.
16. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.

© 2016, Максимов Д.В.

Анализ горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузении верхнего пояса в зависимости от перераспределения площадей стержней и числа панелей

© 2016, Maksimov D.V.

Analysis of horizontal displacement of a support of the arched truss triangular shape under loading of the upper zone, depending on redistribution of the squares of members and number of panels