

DOI: 10.17117/na.2016.06.02.271

<http://ucom.ru/doc/na.2016.06.02.271.pdf>

Поступила (Received): 28.06.2016

## Ниналалов И.Г. Расчет прогиба консольной фермы

### Ninalalov I.G. Calculation of the deflection of the cantilever farm

Плоская консольная статически определимая ферма треугольного очертания загружена по узлам нижнего и верхнего пояса. Прогиб фермы разыскивается в аналитическом виде в зависимости от числа панелей, используя метод индукции и систему компьютерной математики Maple

**Ключевые слова:** консоль, ферма, индукция, прогиб, Maple

The flat cantilever statically determinate triangular in shape trusses loaded in the nodes of the lower and upper belts. The deflection of the truss depending on the number of panels obtained in analytical form using induction method and system of computer mathematics Maple

**Key words:** console, truss, induction, deflection, Maple

**Ниналалов Ибрагим Гусейнович**

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

**Ninalalov Ibrahim Husejnovich**

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Ферма (рис. 1) представляет собой статически определимую конструкцию. Действительно, в ферме с  $n$  панелями  $4n - 2$  стержней и  $2n - 1$  шарниров (опорные шарниры в это число не входят).

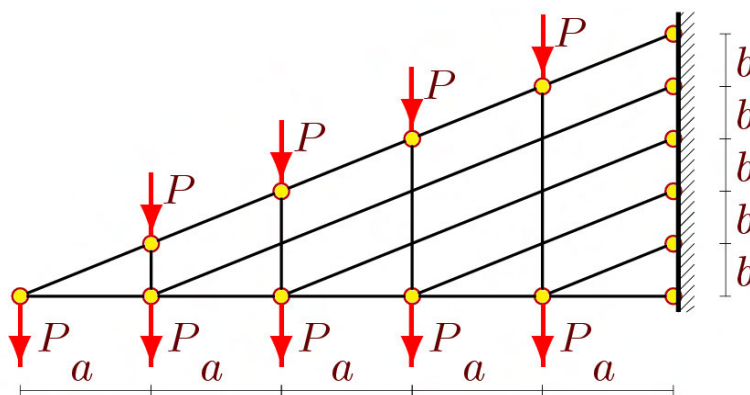


Рис. 1. Ферма при  $n=5$

Для того, чтобы найти прогиб (вертикальное смещение крайнего левого шарнира консоли) необходимо рассчитать усилия в стержнях фермы от действия заданной нагрузки (обозначим эти усилия  $S_i$ ) и от действия единичной

силы на конце (усилия  $N_i$ ). Воспользуемся формулой Максвелла-Мора  $\Delta = \sum_{i=1}^m \frac{S_i N_i l_i}{EF}$ , где  $EF$  – жесткость стержней,  $l_i$  – длины стержней. Усилия находим по разработанной на языке компьютерной математики Maple программе [1], основанной на методе вырезания узлов. Приведем фрагмент программы, в котором формируется матрица  $G$  системы уравнений равновесия:

```
> G:=Matrix(n3,n3):
> for i to n3 do
> Lxy[1]:=x[N[i][2]]-x[N[i][1]]:
> Lxy[2]:=y[N[i][2]]-y[N[i][1]]:
> L[i]:=sqrt(Lxy[1]^2+Lxy[2]^2):
> for j to 2 do
> jj:=2*N[i][2]-2+j:
> if jj<=n3 then G[jj,i]:=-Lxy[j]/L[i]:fi;
> jj:=2*N[i][1]-2+j:
> if jj<=n3 then G[jj,i]:= Lxy[j]/L[i]:fi;
> od;
> od:
```

Здесь  $n3=4*n-3$  – число стержней фермы,  $x, y$  – координаты концов стержней,  $Lxy[1], Lxy[2]$  – проекции стержней на оси координат. Последовательный расчет серии ферм выявил закономерность образования коэффициентов в формуле для прогиба. Заметную помощь в получении общих членов последовательностей оказали операторы `rgf_findrecur` и `rsolve` системы Maple. В результате получена общая формула  $EF\Delta = P(n^2 a^3 + n c^3) / b^2$ . Графики зависимости относительного прогиба  $\Delta' = EF\Delta / P$  от числа панелей даны на рисунке 2 при различных величинах размера  $b$  (в метрах).

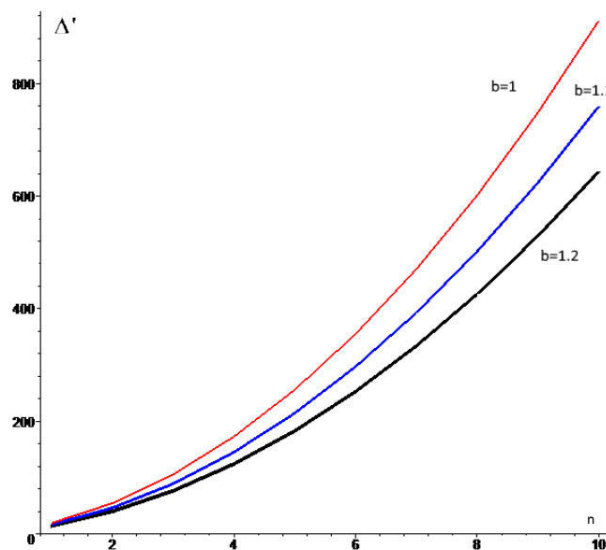


Рис. 2. Зависимость прогиба от  $n$  при  $a = 2$  м

Ранее задача о прогибе консоли с параллельными поясами была решена методом индукции в [2,3]. Примененный метод был также использован при нахождении точных решений плоских ферменных конструкций [4-11],

пространственных [12-14] и ряде других регулярных систем [15-20]. Обзор некоторых работ по аналитическому расчету ферм дан в [21, 22].

**Список используемых источников:**

1. Кирсанов М.Н. *Marple и Marplet. Решения задач механики.* СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Петриченко Е.А. *О прогибе консольной фермы с крестообразной решеткой // Вестник научных конференций.* 2015. № 2-3(2). С. 110-111.
3. Баринова А.В. *Формула прогиба плоской консольной фермы регулярной структуры // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. Ч. 1. Тамбов, 2015. С. 11-13.*
4. Кирсанов М.Н. *Математическая модель балочной фермы с элементами упрочнения // Инженерно-строительный журнал.* 2015. №4(56). С. 38-44.
5. Кирсанов М.Н. *Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал.* 2015. №5(57). С. 58-65.
6. Кирсанов М.Н. *Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С. О. Макарова 2015. № 3 (31). С. 42-48.*
7. Кирсанов М.Н. *Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения.* 2015. № 8. С. 49-51.
8. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет решетчатой фермы // Моделирование и механика конструкций.* 2015. № 2 (2). С. 5.
9. Кирсанов М.Н. *Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции.* 2016. №1. С. 19-24.
10. Кирсанов М.Н. *Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы «Молодечно» с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал.* 2016. №1(61). С. 33-41.
11. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений.* 2016. № 3. С. 16-19.
12. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. *Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования. Инженерно-строительный журнал.* 2013. №5(40). С. 52-58.
13. Кирсанов М.Н. *Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ.* 2012. № 5. С. 5-8.
14. Кирсанов М.Н. *Изгиб, кручение и асимптотический анализ пространственной стержневой консоли // Инженерно-строительный журнал.* 2014. №5(49). С. 37-43.
15. Кирсанов М.Н. *Статический расчет вантовой системы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ.* 2013. Т. 1. № 3. С. 89-93.
16. Кирсанов М.Н. *Дискретная модель свайного фундамента // Инженерно-строительный журнал.* 2015. №3(55). С. 3-9.
17. Кирсанов М.Н. *Жесткость торсионной подвески микромеханического волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.* 2015. № 3. С. 18-22.
18. Dong X., Kirsanov M.N. *The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций.* 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
19. Jiang H., Kirsanov M.N. *An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций.* 2016. № 1-5(5). С.10-11.
20. Кирсанов М.Н. *Оптимизация пространственной фермы с учетом ползучести материала // Известия высших учебных заведений. Строительство.* 2001. № 10. С. 11.
21. Кийко Л.К. *Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник.* 2016. № 1 (7). С. 247-254.
22. Тиньков Д.В. *Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.* 2015. №6. С. 21-28.