

Рис. 2. Уровень развития логического мышления

Литература

1. Атанасян Л.С. Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2015. – 383 с.
2. Байдак В.А. Теория и методика обучения математике: наука, учебная дисциплина / В.А. Байдак. – 2-е изд. – М.: Флинта, 2011. – 264 с.
3. Брушлинский А.В. Психология мышления и проблемное обучение / А.В. Брушлинский. – М.: Знание, 1983. – 96 с.
4. Кириллов В.И., Старченко А.А. Логика: учебник для юридических вузов / В.И. Кириллов, А.А. Старченко А.А. под ред. проф. В.И. Кириллова. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. – 240 с.
5. Разумова О.В. Формирование предметно-специфического мышления будущих учителей средствами информационных технологий: дис. ...канд. пед. наук. – Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет. Казань, 2008. – 182 с.
6. Подгорецкая Н.А. Изучение приемов логического мышления у взрослых / Н.А. Подгорецкая. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980. – 150 с.
7. Черемискина И.И. Методические указания для практических занятий по курсу «специальный практикум по психологии» методики диагностики свойств мышления / И.И. Черемискина. – М.: МГУ, 2007. – 51 с.

DIAGNOSTICS OF THE LEVEL OF DEVELOPMENT OF LOGICAL THINKING OF STUDENTS IN THE PROCESS OF LEARNING GEOMETRY

A.D. Amosova, E.R. Sadykova

The article deals with the development of logical thinking in the study of plane geometry, cited results of diagnostic examinations for the level of education of logical thinking.

Keywords: logical thinking, geometry, speed of thinking, abstraction, comparison.

УДК 531.1

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРОГИБА МНОГОРЕШЕТЧАТОЙ ФЕРМЫ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОМ ЗАГРУЖЕНИИ

Н.А. Белянкин¹, А.Ю. Бойко², А.А. Плясова³

¹ belankin2@gmail.com; National Research University MPEI, Russia

² boykoanyu@mail.ru; National Research University MPEI, Russia

³ annaplyasova13@gmail.com; National Research University MPEI, Russia

Ферма с одной неподвижной шарнирной и тремя подвижными опорами имеет двойную крестообразную решетчатую структуру. Показано, что при некоторых значениях числа панелей определитель системы уравнений равновесия узлов вырождается. Выводятся аналитические зависимости прогиба от числа панелей. Уравнения для определения усилий в стержнях решаются в символьной форме в системе компьютерной математики Maple. Применяется формула Максвелла - Мора и метод индукции для получения общего решения.

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple.

1. Введение

Расчет жесткости фермы, оцениваемой, как правило по перемещению ее узлов под действием нагрузок, выполняется в большинстве случаев численно в стандартных пакетах, основанных на методе конечных элементов. С появлением и развитием систем компьютерной математики (Maple, Mathematica, Derive, Reduce и др.) стало возможным выводить аналитические зависимости с достаточно широкой областью применения таких решений.

Ценность расчетных формул для решения задач строительных конструкций определяется числом независимых параметров задачи. Формулы для расчета какой-либо определенной конструкции, содержащие только размеры, величину нагрузки конкретного вида и данные о свойстве материала, выводятся в системах символьной математики просто и практической ценности не имеют. Чем общее формула, тем больше ее значение. Самое сложное ввести в формулу некоторые целочисленные параметры, которые характеризуют число панелей или число каких-нибудь периодических структур. Методом индукции в работах [1-6] получены решения для плоских ферм. Консольные фермы проанализированы аналитически в [7-9]. Задачи о прогибе ферм решетчатого вида решены в [10-18]. Есть и решения для статически неопределимых регулярных решеток [19]. Фермы арочного вида рассчитаны аналитически в [20-27]. Применим метод индукции и в пространственных задачах [28-35], а также для внешне неопределимых ферм [35,36].

2. Расчет

В настоящей работе на основе программы [38], использованной в [2] и многих других работах, для нахождения усилий в стержнях статически определимых фермах и упомянутого метода индукции выводятся формулы для прогиба центрального узла плоской фермы (рис. 1). Ферма с n панелями (считаются по нижнему поясу) содержит $m=4n+18$ стержней и $2n+9$ сочленяющих узлов.

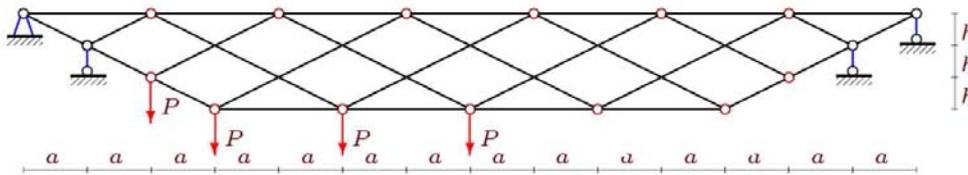


Рис. 1. Ферма при значениях $n = 2k = 4$

Конструкция внешне статически неопределима. Из трех уравнений равновесия конструкции в целом найти пять реакций невозможно. Это вытекает из того, что в свободная от опор ферма не является жестким телом, имея две степени свободы. Поэтому для определения реакций опор требуется полный расчет фермы с вырезанием всех узлов и составлением общей системы равновесия. Фермы с похожей решеткой рассчитаны аналитически в [39,40].

1. Рассмотрим решение задачи о действии сил на половину пролета по нижнему поясу. В программу [2] вводятся координаты узлов, порядок соединения стержней и узлов. Результатом расчетов являются аналитические выражения для усилий.

Вертикальное смещение (прогиб) вычисляется по формуле Максвелла – Мора

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{m-5} S_i^2 l_i / (EF),$$

где S_i — усилия в стержнях фермы от действия единичной нагрузки P , l_i — длины стержней, EF — жесткость стержней (принята одинаковой для всех стержней). Принимается четное число панелей $n=2k$. Суммирование ведется по всем стержням, кроме опорных. В процессе счета было замечено, что при $k=2,5,8...$ определитель системы уравнений равновесия обращается в ноль, что соответствует кинематической изменяемости конструкции [11].

Чтобы исключить недопустимые значения из метода индукции для параметра k выбирается закон изменения $k = ((-1)^j + 6j - 1)/4$, $j = 1, 2, 3...$

Выражение для прогиба имеет вид

$$EF\Delta = P(A_j a^3 + C_j c^3) / (2h^2), \quad (1)$$

где $c = \sqrt{h^2 + a^2}$.

Рассчитаем коэффициенты в (1) от нагрузки по нижнему поясу при нагрузке от 3-го узла, до узла $(6j + 15 + (-1)^j)/4$ (рис.1). Методом индукции получены коэффициенты

$$A_j = (4j^3 + 6(1 + (-1)^j)j^2 + 2(4 + 3(-1)^j)j + (-1)^j + 5)/2,$$

$$C_j = (6j + (-1)^j + 5)/2.$$

Для нахождения этих зависимостей из решений для ферм с числом панелей от 1 до 14 были выявлены последовательности коэффициентов перед кубами линейных размеров a и c :

1. Для размера a : 5, 57, 59, 255, 257, 693, 695, 1467, 1469, 2673, 2675, 4407, 4409, 6765, 6767, 9843;
2. Для размера c : 5, 9, 11, 15, 17, 21, 23, 27, 29, 33, 35, 39, 41, 45, 47, 51.

Для последовательностей меньшей длины закономерность не определялась. Оператор **rgf_findrecur** из пакета **genfunc** системы Maple по этим данным дал однородное линейное рекуррентное уравнение, которому удовлетворяют члены последовательностей:

$$A_j = A_{j-1} + 3A_{j-2} - 3A_{j-3} - 3A_{j-4} + 3A_{j-5} + A_{j-6} - A_{j-7}.$$

Такое же уравнение получилось и для коэффициента $!_j$. График зависимости безразмерного прогиба фермы $\Delta' = \Delta EF/(P_0L)$ при в данном случае при $a = L/(4n)$ от числа панелей представлен на рис. 2.

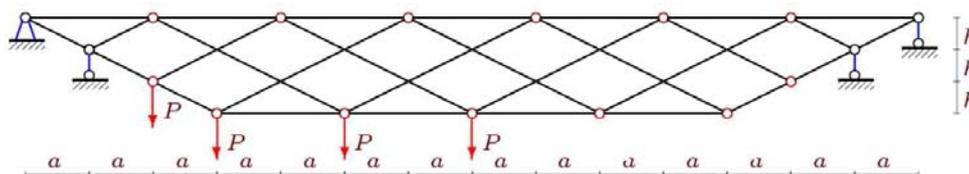


Рис. 2. Зависимость прогиба фермы от числа панелей, $L = 100$ м

2. Аналогично, рассчитаем в (1) коэффициенты от нагрузки по верхнему поясу (рис. 3).

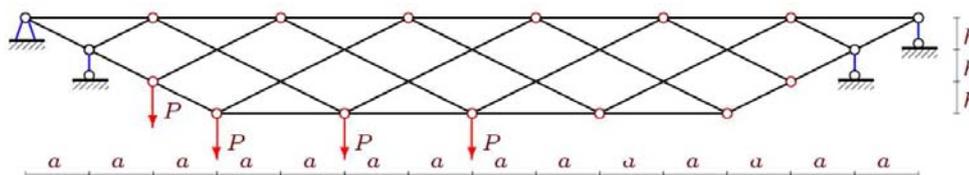


Рис. 3. Нагрузка по верхнему поясу $n = 2k = 4$

Отметим, что расчет проводился отдельно для узлов фермы с четными и нечетными по счету порядковыми номерами соответственно.

2.1. Методом индукции при нагрузке в узлах фермы с четными порядковыми номерами (с 2-го до 20-го) получено:

$$A_j = 32j^4 + 64j^3 - 12j^2 - 44j + 15,$$

$$!_j = (4j^2 + 4j - 3)/3.$$

Для этого из решений для ферм с числом панелей от 1 до 14 были выявлены последовательно-сти коэффициентов перед кубами линейных размеров a и c :

1. Для размера a : 55, 903, 4095, 11935, 27495, 54615, 97903, 162735, 255255, 382375;
2. Для размера c : 15, 63, 135, 231, 351, 495, 663, 855, 1071, 1311.

Оператор **rgf_findrecur** из пакета **genfunc** системы Maple по этим данным дал рекуррентные уравнения, которым удовлетворяют члены последовательностей:

$$A_j = 5A_{j-1} - 10A_{j-2} + 10A_{j-3} - 5A_{j-4} + A_{j-5};$$

$$C_j = 3C_{j-1} - 3C_{j-2} + C_{j-3}.$$

Общая формула для расчета прогиба имеет вид:

$$EF\Delta = P(A_j a^3 + C_j c^3) / ((2h^2)(j+1)).$$

2.2. Аналогично, методом индукции при нагрузке в узлах фермы с *нечетными* порядковыми номерами (с 3-го до 19-го) получено:

$$A_j = 64j^5 + 160j^4 + 40j^3 - 92j^2 - 6j + 25;$$

$$!_j = 24j^3 + 44j^2 + 2j + 1.$$

Для этого из решений для ферм с числом панелей от 1 до 14 были выявлены последовательности коэффициентов перед a^3 и c^3 :

1. Для параметра a : 191, 4573, 28771, 107585, 302695, 710341, 1469003, 2767081, 4850575, 8030765, 12691891, 19298833, 28404791, 40658965;
2. Для параметра c : 71, 373, 1051, 2249, 4111, 6781, 10403, 15121, 21079, 28421, 37291, 47833, 60191, 74509.

Оператор **rgf_findrecur** из пакета **genfunc** системы Maple по этим данным дал рекуррентные уравнения, которым удовлетворяют следующие члены последовательностей:

$$A_j = 6A_{j-1} - 15A_{j-2} + 20A_{j-3} - 15A_{j-4} + 6A_{j-5} - A_{j-6};$$

$$C_j = 4C_{j-1} - 6C_{j-2} + 4C_{j-3} - C_{j-4}.$$

Формула расчета прогиба имеет следующий вид:

$$EF\Delta = P(A_j a^3 + C_j c^3) / ((2h^2)(2j+1)^2).$$

3. Выводы

Получены аналитические выражения для зависимости прогиба от числа панелей при несимметричном загрузении фермы. Аналогичное решение для простой балочной фермы также с использованием метода двойной индукции было получено ранее [6]. Здесь же решена несколько более сложная задача о ферме, допускающей кинематическую изменяемость. Трудности возникли из-за невозможности в отдельных случаях получить зависимости для произвольного случая. Задачу пришлось разделить на две — для четного числа k , связанного с числом панелей, и для нечетного.

Обзор работ, использующих метод индукции для вывода аналитических зависимостей для плоских ферм, дан в [41, 42, 43].

Литература

1. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы / М.Н. Кирсанов // Инженерно-строительный журнал. – 2012. – № 5(31). – С. 38-42.
2. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы / М.Н. Кирсанов // Вестник МГСУ. – 2016. – № 10. – С. 35-44.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба двухпролетной плоской фермы / М.Н. Кирсанов // Механизация строительства. – 2017. – Т.78., № 5. – С. 35-38.
4. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder / M.N. Kirsanov // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. – 2016. – № 1(29). – С. 84-105.

5. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба вварушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей / Д.В. Тиньков // Строительная механика и конструкции. – 2016. – Т.2, № 13 (13). – С. 10-14.
6. Rakhmatulina A.R. The formula for the deflection of a truss loaded at half-span by a uniform load / A.R. Rakhmatulina, A.A. Smirnova // Postulat. – 2018. – № 3. – P. 22.
7. Rakhmatulina A.R. Two-parameter derivation of the formula for deflection of the console truss / A.R. Rakhmatulina, A.A. Smirnova // Postulat. 2018. № 5.
8. Kitaev S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple / S.S. Kitaev // Postulat. – 2018. – № 5.
9. Domanov E.V. The dependence of the deflection of the cantilever truss on the number of panels obtained in the system Maple / E.V. Domanov // Строительная механика и конструкции. – 2018. – №.2(17). – С. 80-86.
10. Rakhmatulina A.R. Analytical calculation and analysis of planar springel truss / A.R. Rakhmatulina, A.A. Smirnova // Строительная механика и конструкции. – 2018. – № 2(17). – С. 72-79.
11. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и конструкции. – 2017. – Т.1, № 14. – С. 27-30.
12. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы / М.Н. Кирсанов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – № 3. – С. 23-27.
13. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме / М.Н. Кирсанов // Механизация строительства. – 2017. – Т.78, № 4. – С. 20-23.
14. Тиньков Д.В. Расчет прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решеткой / Д.В. Тиньков // Постулат. – 2017. – № 12.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2015. – № 3(260). – С. 7-12.
16. Кирсанов М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа / М.Н. Кирсанов // Транспортное строительство. – 2017. – № 5. – С. 11-13.
17. Kirsanov M.N. A precise solution of the task of a bend in a lattice girder with a random number of panels / M.N. Kirsanov // Russian Journal of Building Construction and Architecture. – 2018. – № 1(37). – С. 92-99.
18. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба плоской решетчатой фермы от числа панелей / М.Н. Кирсанов // Механизация строительства. – 2017. – Т.78, № 10. – С. 24-27.
19. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. – № 6 (257). – С. 2-6.
20. Kazmiruk I.Yu. On the arch truss deformation under the action of lateral load // I.Yu. Kazmiruk // Science Almanac. – 2016. – No.3-3(17). – P. 75-78. – Access mode:DOI: 10.17117/na.2016.03.03.075.
21. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels / A.R. Rakhmatulina, A.A. Smirnova // Научный альманах. – 2017. – №2-3(28). – С. 268-271. – Access mode: https://elibrary.ru/download/elibrary_28913798_61471993.pdf.
22. Кирсанов М.Н. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей / М.Н. Кирсанов, А.С. Степанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2017. – №5(274). – С. 9-14.
23. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и конструкции. – 2018. – Т.1., № 16. – С. 7-11.
24. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа / М.Н. Кирсанов // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2015. – №3(31). – С. 42-48.
25. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы / М.Н. Кирсанов // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2018. – Т.14., № 1. – С. 64-70.
26. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. № 9. С. 8-10.
27. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы / М.Н. Кирсанов // Строительство уникальных зданий и сооружений. – 2015. – №9(36). – С. 44-55.
28. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы / М.Н. Кирсанов // Инженерно-строительный журнал. – 2011. – № 6(24). – С. 28-34.

29. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. 2012. № 5. С. 5-8.
30. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы / М.Н. Кирсанов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2012. – № 1. – С. 49-53.
31. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2012. – № 3(242). – С. 48-51.
32. Леонов П.Г. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе maple / П.Г. Леонов, М.Н. Кирсанов // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. – 2014. – С. 239-242.
33. Ларичев С.А. Индуктивный анализ влияния строительного подъема на жесткость пространственной балочной фермы / С.А. Ларичев // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М. – 2015. – Т.1. – С. 4-8.
34. Доманов Е. В. Аналитическая зависимость прогиба пространственной консоли треугольного профиля от числа панелей / Е.В. Доманов // Научный альманах. – 2016. – №6-2(19). – С. 214-217. Режим доступа: DOI: 10.17117/na.2016.06.02.214
35. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы / М.Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. – №5(268). – С. 19-22.
36. Domanov E.V. The formula for the dependence of the deflection of an externally statically indeterminate truss on the number of panels / E.V. Domanov // Postulat. – 2018. – № 6.
37. Arutyunyan V.B. Calculation of the deflection of a statically indeterminate beam truss / V.B. Arutyunyan // Postulat – 2018. – № 6.
38. Кирсанов М. Н. Maple и Maple. Решения задач механики. / М.Н. Кирсанов. СПб.: Изд-во Лань, 2012. – 512 с.
39. Voropay R.A. Derivation of the formula for the deflection of the truss with additional horizontal struts / R.A. Voropay // Postulat. – 2018. №.6.
40. Domanov E.V. An analytical solution of the problem of the externally statically indeterminate truss deflection with an arbitrary number of panels / E.V. Domanov // Postulat. – 2017. – №.7.
41. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа / Н.В. Осадченко // Строительная механика и конструкции. – 2018. – Т.1, № 16. – С. 12–33.
42. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами / Н.В. Осадченко // Постулат. – 2017. – № 12(26). – С. 28.
43. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций / Д.В. Тиньков // Инженерно-строительный журнал. – 2015. – №5(57). – С. 66–73. – Access mode:DOI: 10.5862/MCE.57.6

FORMULAS FOR DEFLECTION OF MULTI-LATTICE TRUSS WITH ASYMMETRIC LOADING

N.A. Belyankin, A.Yu. Boyko, A.A. Plyasova

A truss has one fixed hinged and three movable supports and a double cross-shaped lattice structure. Analytical dependences of the deflection on the number of panels are derived. It is shown that for some values of the number of panels, the determinant of the system of equilibrium equations for nodes degenerates. Equations for determining the forces in rods are solved in symbolic form in the system of computer mathematics Maple. The Maxwell-Mohr formula and the method of induction are used to obtain a general solution.

Keywords: truss, deflection, Maxwell-Mohr formula, Maple.

УДК 517.958

УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА В MAPLE: КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА, ПРИМЕР В MAPLE

А.А. Васильева¹

¹ alfya1120@mail.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского