

DOI 10.25987/VSTU.2019.53.1.008

УДК 624.04

РАСЧЕТ Г-ОБРАЗНОЙ ФЕРМЫ КРЕПЛЕНИЯ ДОРОЖНЫХ ЗНАКОВ И ОБОРУДОВАНИЯ

М. Н. Кирсанов¹

*Национальный исследовательский университет «МЭИ»¹
Россия, г. Москва*

¹ Д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: (495)362-73-14, e-mail: c216@Ya.ru

Постановка задачи. Рассматривается возможная схема плоской внешне статически неопределимой шарнирно-стержневой конструкции с консолью. Стойка и консоль фермы имеют периодическую структуру. Выводится аналитическая зависимость деформаций фермы при различных нагрузках от числа панелей в вертикальной стойке и в консоли.

Результаты. Для трех типов нагрузок по формуле Максвелла-Мора найдены аналитические зависимости прогибов фермы от числа панелей, размеров и нагрузки. Решение имеет полиномиальный по числу панелей вид. При обобщении частных решений на произвольное число панелей применен индуктивный метод и операторы системы компьютерной математики *Maple*. Найдено распределение усилий в стержнях фермы и аналитические выражения для реакций опор. Обнаружены асимптотические свойства решений.

Выводы. Предлагаемая схема консоли с крестообразной решеткой в опорной части допускает точное решение задачи о прогибе при произвольных пропорциях конструкции. Найденные формулы компактны и позволяют оценивать жесткость, прочность и устойчивость конструкции.

Ключевые слова: консольная ферма, прогиб, двойная индукция, внешняя статическая неопределимость, аналитическое решение.

Введение. В одном из вариантов крепления дорожных знаков, указателей и различного электрического (освещение) и электронного оборудования (информационного, контролирующего) используются Г-образные кронштейны, устанавливаемые на обочине дорог [7, 8, 13]. Как правило, это решение применяется в тех случаях, когда ширина дороги не допускает использование балочной фермы над всеми полосами движения. Кронштейн может быть выполнен в виде фермы. Расчет деформаций такой конструкции не менее важен, чем расчет прочности, особенно если на кронштейне закреплены какие-либо считывающие или регистрирующие устройства. Целью настоящей работы является вывод аналитических зависимостей деформаций конструкции (рис. 1) от ее размеров, нагрузок и числа панелей в вертикальной части (стойке) и горизонтальной (ригеле). Подобные задачи для балочных [1, 9, 20], арочных [5, 21] и решетчатых [3, 15, 16] ферм ранее уже решались с применением системы компьютерной математики и метода индукции. Здесь задача усложняется за счет наличия двух независимых числовых параметров, каждый из которых весьма важен при решении задачи о деформациях фермы и внешней статической неопределимости конструкции с двумя неподвижными шарнирными опорами.

Помимо размеров и нагрузок основные параметры задачи — это число m панелей в стойке и число n панелей в ригеле. Решение такой задачи требует значительно более трудоемкой двойной индукции для обобщения частных решений на общий случай и вывода достаточно универсальной формулы, пригодной как для высоких кронштейнов с малым выносом консоли, так и для больших консолей с низкой опорой. В практической реализации это сдвоенные фермы (рис. 2) с горизонтальными связями.

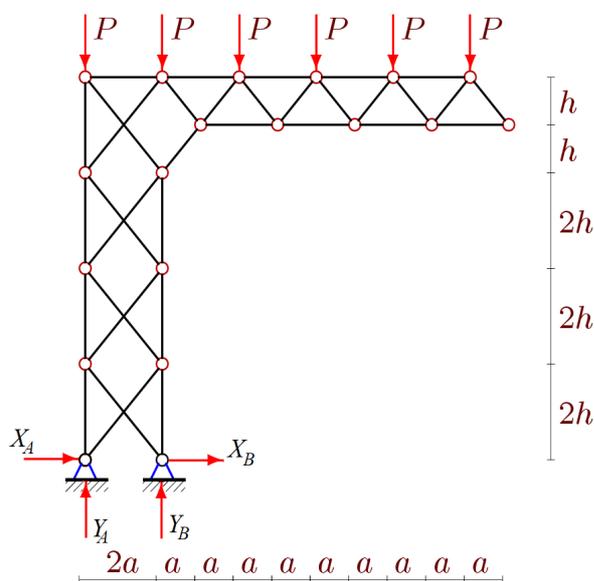


Рис. 1. Ферма, $n = 5, m = 4$
Нагрузка распределенная по консоли и реакции опор

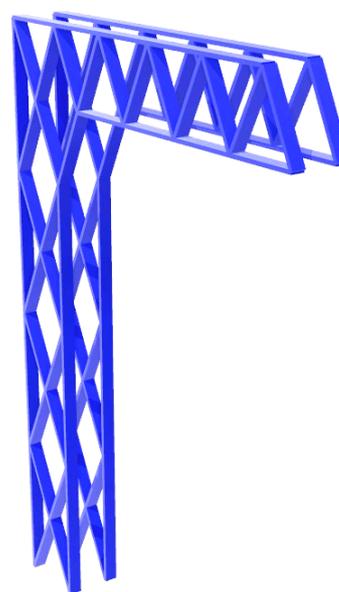


Рис. 2. Ферма в составе
пространственной конструкции
Горизонтальные связи не изображены $n = 5, m = 4$

1. Конструкция. Исследуемая плоская модель фермы (рис. 1) имеет $2(n + m) + 1$ шарниров и $s = 4(n + m) + 2$ стержней. Очевидно, ферма статически определима, стержни принимаются упругими, шарниры идеальными. Две неподвижные шарнирные опоры делают конструкцию внешне статически неопределимой. Обычных для таких задач уравнений равновесия всей фермы недостаточно для определения четырех реакций опор. Вертикальные компоненты реакций опор из условия равновесия всей системы еще можно найти, но горизонтальные уже нет. Для их определения надо использовать либо универсальный в таких случаях принцип возможных перемещений, либо рассчитывать равновесие всех узлов фермы с определением усилий во всех стержнях, включая и четыре опорные. Именно так и будет сделано ниже. Для этого лучше всего использовать хорошо зарекомендовавшую себя программу расчета усилий в системе компьютерной математики *Maple* [4]. Эта система дает аналитические выражения усилий, необходимые для использования формулы Максвелла-Мора и получения решения в виде формулы. В программе использован метод вырезания узлов. Стержни и узлы нумеруются (рис. 3). В цикле по стержням фермы заполняется матрица уравнений равновесия узлов, состоящая из направляющих косинусов усилий. Эти значения (также в аналитической форме) определяются по координатам узлов и структуре.

Начало координат выбирается в левой шарнирной опоре. Ввод координат производится в циклах параметрически заданной длины:

$$\begin{aligned} x_i &= 2a, y_i = y_{i+m+n} = 2h(i-1), x_{i+m+n}, i = 1, \dots, m, \\ x_{i+m} &= a(2i+1), y_{i+m} = h(2m-1), i = 1, \dots, n, \\ x_{i+n+2m} &= 2a(i-1), y_{i+n+2m} = 2mh, i = 1, \dots, n+1. \end{aligned}$$

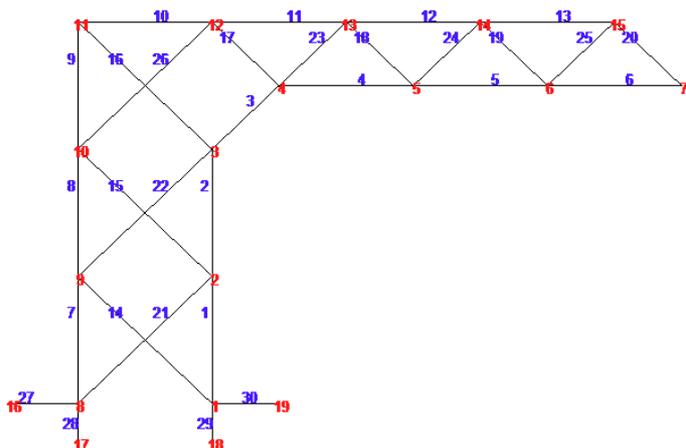


Рис. 3. Нумерация стержней и узлов, $n = 4, m = 3$

Структура решетки фермы формируется с помощью вспомогательных векторов $\bar{V}_i, i = 1, \dots, s$ с компонентами — номерами концов соответствующих стержней. Боковые стержни стойки и пояса ригеля задаются, например, векторами:

$$\bar{V}_i = [i, i + 1], \quad i = 1, \dots, n + m - 1,$$

$$\bar{V}_{i+n+m-1} = [i + n + m, i + n + m + 1], \quad i = 1, \dots, n + m.$$

2. Решение. Система уравнений равновесия узлов в проекциях на оси координат записывается в матрицу G с направляющими косинусами усилий в стержнях, которые вычисляются по координатам узлов и согласуются с векторами $\bar{V}_i, i = 1, \dots, s$. В нечетных строках матрицы размещаются направляющие косинусы с горизонтальной осью x , в четных — с осью y . В случае равномерного нагружения узлов ригеля правая часть системы уравнений, содержащая нагрузки в четных строках, имеет вид вектора $B_{2i} = P, \quad i = 2m + n + 1, \dots, 2(n + m) + 1$. Остальные компоненты этого вектора равны нулю.

Прогиб фермы (вертикальное смещение шарнира $n + 1$ нижнего пояса) определяется по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{s-4} \frac{N_i n_i l_i}{EF_i}, \quad (1)$$

где N_i — усилия в i -м стержне фермы от приложенной нагрузки; n_i — усилие в этом же стержне от единичной вертикальной силы; l_i — длина стержня; EF_i — жесткость стержней. В сумму не входят четыре жесткие опорные стержня. Жесткость всех стержней, кроме вертикальных стоек, принята равной EF , жесткость стоек EF_γ , где $\gamma > 1$.

Усилия n_i определяются из системы уравнений с правой частью $B_{2i} = 1, \quad i = m + n$.

Решая в аналитической форме задачу о прогибе последовательно для ферм с различным числом панелей, получаем, что во всех случаях выражение прогиба имеет один и тот же вид:

$$\Delta EF = P \frac{A_{n,m} a^3 + C_{n,m} c^3 + H_{n,m} h^3 / \gamma}{EFh^2}, \quad (2)$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. Коэффициенты:

$$A_{n,1} = 2n^2(n^2 - 3n + 3),$$

$$C_{n,1} = 2n^3 - (13/2)n^2 + 8n - 1/2, \quad (3)$$

$$H_{n,1} = 2n - 2.$$

Зависимости коэффициентов от числа панелей получены как решения рекуррентных уравнений с помощью операторов **rgf_findrecur** и **rsolve** системы *Maple*. Для нахождения коэффициента $A_{n,1}$ по данным расчетов десяти ферм оператор **rgf_findrecur** дает линейное рекуррентное уравнение пятого порядка, которому удовлетворяют члены последовательности коэффициента при a^3 :

$$A_{n,1} = 5A_{n-1,1} - 10A_{n-2,1} + 10A_{n-3,1} - 5A_{n-4,1} + A_{n-5,1}.$$

Решение этого уравнения дает зависимость для $A_{n,1}$ (3) при $m = 1$.

Уравнение для коэффициента $C_{n,1}$ имеет меньший порядок:

$$C_{n,1} = 4C_{n-1,1} - 6C_{n-2,1} + 4C_{n-3,1} - C_{n-4,1}. \quad (4)$$

Вид коэффициента $H_{n,1}$ оказался достаточно простым, и для его получения не потребовались операторы системы *Maple*. Для того чтобы обобщить решение и на параметр m , необходимо повторить решение для $m = 2, 3, 4, \dots$. При $m = 2$ имеем:

$$\begin{aligned} A_{n,2} &= 2n^2(n^2 - 3n + 3), \\ C_{n,2} &= 4n^3 - (31/2)n^2 + 17n - 1/2, \\ H_{n,2} &= 4n^3 - 12n^2 + 14n + 2. \end{aligned}$$

Здесь для коэффициента $H_{n,2}$ было получено рекуррентное уравнение четвертого порядка вида (4). При $m = 3$ из решения тех же рекуррентных соотношений, но с другими начальными данными получим:

$$\begin{aligned} A_{n,3} &= 2n^2(n^2 - 3n + 3), \\ C_{n,3} &= 6n^3 - (49/2)n^2 + 26n - 1/2, \\ H_{n,3} &= 8n^3 - 18n^2 + 18n. \end{aligned}$$

Для получения последовательностей необходимой длины процедуру вывода необходимо проделать при $m = 1, 2, 3, \dots, 10$. Как оказывается, коэффициент $A_{n,m}$ не зависит от m . Чтобы получить зависимость $C_{n,m}$ и $H_{n,m}$ от m , необходимо обобщить вид их коэффициентов при различных степенях n . Последовательность коэффициентов \tilde{c}_m в $C_{n,m}$ при n^2 имеет вид $\tilde{c}_m = 13/2, 31/2, 49/2, 67/2, 85/2, 103/2, \dots$. Рекуррентное уравнение для этой последовательности дает оператор **rgf_findrecur** $\tilde{c}_m = 2\tilde{c}_{m-1} - \tilde{c}_{m-2}$. Решение этого уравнения: $\tilde{c}_m = (18m - 5)/2$.

Аналогично находятся и другие коэффициенты. В итоге получаем окончательный вид искомых выражений:

$$\begin{aligned} A_{n,m} &= 2n^2(n^2 - 3n + 3), \\ C_{n,m} &= 2mn^3 - (18m - 5)n^2/2 + (9m - 1)n - 1/2, \\ H_{n,m} &= 4(m - 1)n^3 - 3((-1)^m + 6m - 5)n^2/2 + 2n((-1)^m + 4m - 2) + 3((-1)^m - 1)/2 + m. \end{aligned}$$

Вместе с (2) эти зависимости для случая равномерной нагрузки по верхнему поясу консоли дают решение поставленной задачи.

Одновременно с решением задачи о прогибе в тех же циклах по числу панелей методом индукции можно получить и выражения для реакций опор (рис. 1). Вертикальные реакции, как и следовало предполагать, не зависят от числа панелей m :

$$Y_A = -P(n+1)(n-2)/2, \quad Y_B = Pn(n+1)/2.$$

Горизонтальные реакции равны между собой по модулю, а их направление зависит от четности m :

$$X_A = -X_B = (-1)^m n(n-3) / 2. \quad (5)$$

3. Другие нагрузки. Описанный алгоритм поиска аналитического решения имеет то достоинство, что его несложно настроить на другую нагрузку [14]. Для этого достаточно изменить вид правой части $B_j, j=1, \dots, s$ системы линейных уравнений. В случае загрузки консоли вертикальной силой (рис. 4) формулы для коэффициентов в (2) получаются проще. Опуская выкладки, запишем:

$$\begin{aligned} A_{n,m} &= 2n(8n^2 - 18n + 13) / 3, \\ C_{n,m} &= 4mn^2 - 4n(3m-1)n + 9m - 2, \\ H_{n,m} &= 8(m-1)n^2 - 2n((-1)^m - 5 + 6m) - 5 + 10m + 3(-1)^m. \end{aligned}$$

Боковая горизонтальная нагрузка (рис. 5) также вызывает вертикальный прогиб консоли.

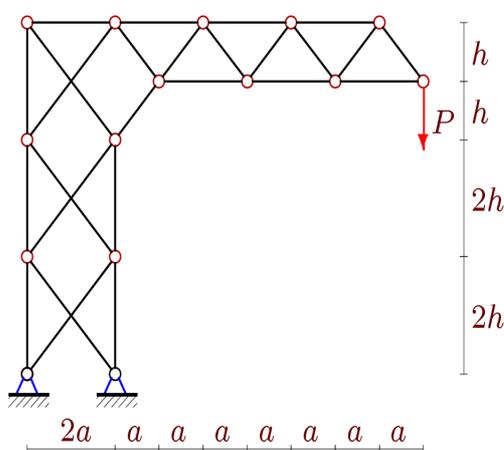


Рис. 4. Ферма, нагрузка на конце консоли, $n = 4, m = 3$

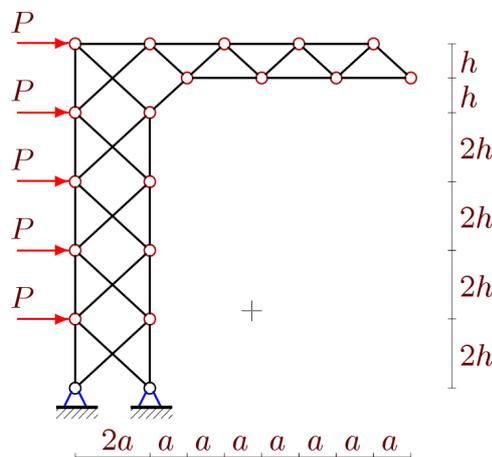


Рис. 5. Горизонтальная нагрузка

Формула для прогиба в этом случае имеет несколько иную форму, также полученную методом индукции

$$\Delta EF = P \frac{C_{n,m}c^3 + H_{n,m}h^3 / \gamma}{EFah},$$

где

$$\begin{aligned} C_{n,m} &= (2(3 - 2m + (-1)^m)n - 1 + 6m - 3(-1)^m) / 4, \\ H_{n,m} &= (n(4m^3 + 6m^2 + 3(-1)^m - 4m - 3) + 3 - 3(-1)^m + 6m) / 6. \end{aligned}$$

4. Анализ. Рассмотрим некоторые примеры применения полученных формул. Пусть длина консоли и высота стойки фиксированы, а жесткость всех стержней одинакова $\gamma = 1$. Размеры панели $a = L / (2n - 2)$ и $h = h_0 / (2m)$ зависят от n и m . Зафиксируем также нагрузку на верхний пояс $P_0 = P(n+1)$ и введем безразмерный параметр прогиба $\Delta' = \Delta EF / (P_0 L)$. Характер изменения прогиба от числа панелей n сильно зависит от числа m (рис. 6, $L = 10$ м, $h_0 = 4$ м).

Операторы *Maple* позволяют оценить асимптотику решения

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n^2 = h_0(3m - 2) / (mL).$$

На рис. 7 отражена зависимость вертикального прогиба консоли при действии горизонтальной нагрузки в зависимости от числа панелей по вертикали сооружения. Принимаются те же предположения о неизменности длины консоли и высоты стойки. Отличие только в выражении суммарной нагрузки $P_0 = P_m$. Приняты размеры $L = 5$ м, $h_0 = 8$ м и одинаковая жесткость стержней $\gamma = 1$. Кривые, несмотря на значительную их немонотонность, имеют наклонные асимптоты. Угол наклона отрицательный:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \Delta' / m = -L(2n - 3) / (4(n - 1)^2 h_0).$$

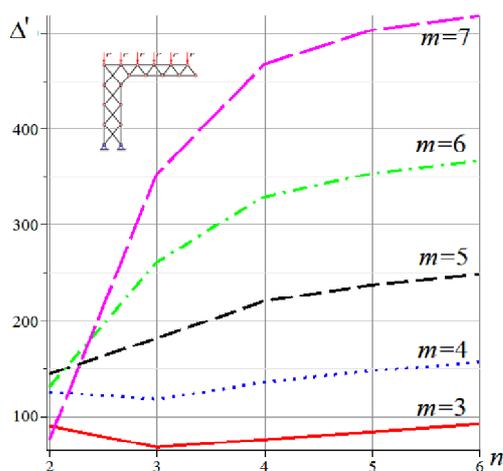


Рис. 6. Вертикальная нагрузка по верхнему поясу

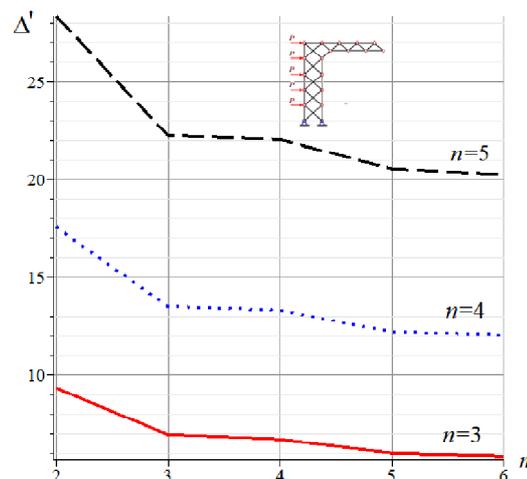


Рис. 7. Горизонтальная нагрузка

Графические средства *Maple* помимо аналитического решения позволяют дать наглядно представление о распределении усилий в стержнях фермы. На рис. 8 толщина линий стержней пропорциональна относительному усилию S_i/P . Сжатые стержни выделены синим, растянутые — красным цветом. Рисунок выполнен для случая равномерного нагружения по консоли (см. рис. 1) при $a/h = 2/5$, $\gamma = 1$. Интересно отметить, что наиболее сжатые и растянутые стержни находятся не в основании стойки, а на втором ее уровне. Далее по высоте усилия в стойках чередуются по величине, а в решетке и по знаку. Такое чередование характерно для крестообразных решеток и согласуется с чередованием знака реакций (5). На этой же ферме видно, что в консоли с обычной треугольной решеткой этого нет. Аналогичный рисунок для нагрузки в конце ригеля (рис. 4) не отличается качественно.

Обзоры некоторых работ, использующих описанный метод индукции при выводе конечных зависимостей прогиба фермы от числа панелей с применением системы *Maple*, даны в [5, 6]. Общие же проблемы возможности анализа регулярных ферм впервые были подняты в [11, 12]. Формулы зависимостей прогиба регулярных ферм от числа панелей и общая методика их исследования приводятся в монографии В. А. Игнатьева [2]. Динамика колебания кронштейнов с указателями от порывов ветра и потока проезжающего транспорта с учетом накопления повреждений численными методами изучалась в [7, 8, 13].

Выводы. Для Г-образного кронштейна выбрана шарнирно стержневая статически определимая схема конструкции с крестообразной решеткой в стойке. Несмотря на внешнюю статическую неопределимость фермы [2, 6] методом индукции при поддержке операторов системы компьютерной математики *Maple* получена компактная аналитическая зависимость прогиба от числа панелей и размеров фермы при трех видах нагрузок.

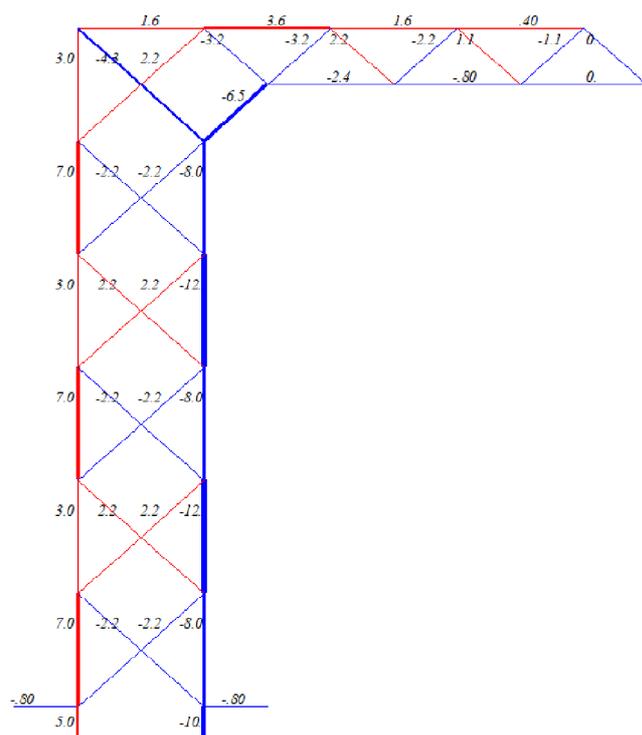


Рис. 8. Усилия в стержнях от действия распределенной нагрузки на ригель, $n = 4$, $m = 6$

Все формулы имеют полиномиальный по числу панелей характер и могут быть использованы инженерами-проектировщиками как оценочные и тестовые для расчетов, полученных в известных программных комплексах, использующих различные численные методы [10, 13, 19]. Наиболее эффективны найденные зависимости для случая большого числа панелей, когда численные методы требуют значительное время счета и склонны к накоплению ошибок округления.

Анализ решения выявил некоторые особенности конструкции, учет которых в реальной практике позволит оптимизировать проектируемое сооружение.

Библиографический список

1. **Астахов, С. В.** Вывод формулы для прогиба внешне статически неопределимой плоской фермы под действием нагрузки в середине пролета / С. В. Астахов // *Строительство и архитектура*. — 2017. — Т. 5, № 2 (15). — С. 50—54.
2. **Игнатьев, В. А.** Расчет регулярных стержневых систем / В. А. Игнатьев. — Саратов: Саратовское высшее военно-химическое военное училище, 1973. — 433 с.
3. **Кирсанов, М. Н.** Деформации плоской фермы с усиленной решеткой / М. Н. Кирсанов, В. Г. Москвин // *Строительная механика и расчет сооружений*. — 2018. — № 4 (279). — С.10—14.
4. **Кирсанов, М. Н.** Монтажная схема решетчатой фермы с произвольным числом панелей / М. Н. Кирсанов // *Инженерно-строительный журнал*. — 2018. — № 5 (81). — С. 174—182. — DOI: 10.18720/MCE.81.17.
5. **Осадченко, Н. В.** Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа / Н. В. Осадченко // *Строительная механика и конструкции*. — 2018. — Т. 1, № 16. — С. 12—33.
6. **Осадченко, Н. В.** Расчет прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролетами / Н. В. Осадченко // *Постулат*. — 2017. — № 12 (26). — С. 28.
7. **Шалухин, В. Д.** Перспективные разработки в системах наружного освещения / В. Д. Шалухин // *Научно-образовательный потенциал молодежи в решении актуальных проблем XXI века*. — 2016. — № 4. — С. 248—251.
8. **Arabi, S.** Fatigue Analysis of Sign-Support Structures During Transportation Under Road-Induced Excitations / S. Arabi, B. Shafei, B. M. Phares // *Engineering Structures*. — 2018. — Vol. 164. — С. 305—315. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.02.031>.
9. **Belyankin, N. A.** Analysis of the Deflection of the Flat Statically Determinate Girder / N. A. Belyankin, A. Y. Boyko // *Научный Альманах*. — 2017. — № 2—3 (28). — P. 246—249.

10. **Chen, G.** Fatigue Assessment of Traffic Signal Mast Arms Based on Field Test Data Under Natural Wind Gusts / G. Chen, J. Wu, J. Yu, L. Dharani, M. Barker // *Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board*. — 2001. — № 1770. — P. 188—194. — DOI: <http://dx.doi.org/10.3141/1770-24>.
11. **Hutchinson, R. G.** Microarchitected Cellular Solids — the Hunt for Statically Determinate Periodic Trusses / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. — 2005. — Vol. 85, № 9. — P. 607—617.
12. **Hutchinson, R. G.** The Structural Performance of the Periodic Truss / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. — 2006. — Vol. 54, № 4. — P. 756—782.
13. **Kacin, J.** Fatigue Analysis of Overhead Sign Support Structures / J. Kacin, P. Rizzo, M. Tajari // *Engineering Structures*. — 2010. — № 32. — P. 1659—1670. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.02.014>.
14. **Kirsanov, M. N.** Parallelogram Mechanism with Any Number of Sections / M. N. Kirsanov // *Russian Engineering Research*. — 2018. — Vol. 38, Issue 4. — P. 268—271. — DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068798X18040135>.
15. **Kirsanov, M. N.** A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels / M. N. Kirsanov // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. — 2018. — № 1 (37). — P. 92—99.
16. **Kirsanov, M. N.** Analytical Calculation of the Deflection of the Lattice Truss / M. N. Kirsanov, D. V. Tinkov // *MATEC Web of Conferences*. — 2015. — Vol. 193, 03015. — DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201819303015>.
17. **Rakhmatulina, A. R.** The Formula for the Deflection of a Truss Loaded at Half-Span by a Uniform Load / A. R. Rakhmatulina, A. A. Smirnova // *Постулат*. — 2018. — № 3. — Available at: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/download/1293/1324>.
18. **Rakhmatulina, A. R.** Two-Parameter Derivation of the Formula for Deflection of the Console Truss / A. R. Rakhmatulina, A. A. Smirnova // *Постулат*. — 2018. — № 5. — Available at: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/download/1456/1487>.
19. **Rice, J. A.** Field Testing and Analysis of Aluminum Highway Sign Trusses / J. A. Rice, D. A. Foutch, J. M. La Fave, S. Valdovinos // *Engineering Structures*. — 2012. — № 34. — P. 173—186. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.09.021>.
20. **Tinkov, D. V.** Design Optimization of Truss Bridge Structures of Composite Materials / D. V. Tinkov, A. A. Safonov // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. — 2017. — Vol. 46, № 1. — P. 46—52.
21. **Rakhmatulina, A. R.** The Dependence of the Deflection of the Arched Truss Loaded on the Upper Belt, on the Number of Panels / A. R. Rakhmatulina, A. A. Smirnova // *Научный Альманах*. — 2017. — № 2—3 (28). — P. 268—271.

References

1. **Astakhov, S. V.** Vывод формулы для прогиба внешне статически неопределимой плоской фермы под действием нагрузки в середине пролета / S. V. Astakhov // *Строительство и архитектура*. — 2017. — Т. 5, № 2 (15). — С. 50—54.
2. **Ignat'ev, V. A.** Raschet regul'yarnykh sterzhnevyykh sistem / V. A. Ignat'ev. — Saratov: Saratovskoe vysshee voenno-khimicheskoe voennoe uchilishche, 1973. — 433 s.
3. **Kirsanov, M. N.** Deformatsii ploskoi fermy s usilennoi reshetkoi / M. N. Kirsanov, V. G. Moskvina // *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii*. — 2018. — № 4 (279). — С. 10—14.
4. **Kirsanov, M. N.** Montazhnaya skhema reshetchatoi fermy s proizvol'nym chislom panelei / M. N. Kirsanov // *Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal*. — 2018. — № 5 (81). — С. 174—182. — DOI: [10.18720/MCE.81.17](https://doi.org/10.18720/MCE.81.17).
5. **Osadchenko, N. V.** Analiticheskie resheniya zadach o progibe ploskikh ferm arochnogo tipa / N. V. Osadchenko // *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. — 2018. — Т. 1, № 16. — С. 12—33.
6. **Osadchenko, N. V.** Raschet progiba ploskoi nerazreznoi staticheski opredelimoj fermy s dvumya proletami / N. V. Osadchenko // *Postulat*. — 2017. — № 12 (26). — С. 28.
7. **Shalukhin, V. D.** Perspektivnye razrabotki v sistemakh naruzhnogo osveshcheniya / V. D. Shalukhin // *Nauchno-obrazovatel'nyi potentsial molodezhi v reshenii aktual'nykh problem XXI veka*. — 2016. — № 4. — С. 248—251.
8. **Arabi, S.** Fatigue Analysis of Sign-Support Structures During Transportation Under Road-Induced Excitations / S. Arabi, B. Shafei, B. M. Phares // *Engineering Structures*. — 2018. — Vol. 164. — С. 305—315. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.02.031>.
9. **Belyankin, N. A.** Analysis of the Deflection of the Flat Statically Determinate Girder / N. A. Belyankin, A. Y. Boyko // *Научный Альманах*. — 2017. — № 2—3 (28). — P. 246—249.
10. **Chen, G.** Fatigue Assessment of Traffic Signal Mast Arms Based on Field Test Data Under Natural Wind Gusts / G. Chen, J. Wu, J. Yu, L. Dharani, M. Barker // *Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board*. — 2001. — № 1770. — P. 188—194. — DOI: <http://dx.doi.org/10.3141/1770-24>.

11. **Hutchinson, R. G.** Microarchitected Cellular Solids — the Hunt for Statically Determinate Periodic Trusses / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. — 2005. — Vol. 85, № 9. — P. 607—617.
12. **Hutchinson, R. G.** The Structural Performance of the Periodic Truss / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. — 2006. — Vol. 54, № 4. — P. 756—782.
13. **Kacin, J.** Fatigue Analysis of Overhead Sign Support Structures / J. Kacin, P. Rizzo, M. Tajari // *Engineering Structures*. — 2010. — № 32. — P. 1659—1670. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.02.014>.
14. **Kirsanov, M. N.** Parallelogram Mechanism with Any Number of Sections / M. N. Kirsanov // *Russian Engineering Research*. — 2018. — Vol. 38, Issue 4. — P. 268—271. — DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068798X18040135>.
15. **Kirsanov, M. N.** A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels / M. N. Kirsanov // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. — 2018. — № 1 (37). — P. 92-99.
16. **Kirsanov, M. N.** Analytical Calculation of the Deflection of the Lattice Truss / M. N. Kirsanov, D. V. Tinkov // *MATEC Web of Conferences*. — 2015. — Vol. 193, 03015. — DOI: <https://doi.org/10.1051/mateconf/201819303015>.
17. **Rakhmatulina, A. R.** The Formula for the Deflection of a Truss Loaded at Half-Span by a Uniform Load / A. R. Rakhmatulina, A. A. Smirnova // *Постулат*. — 2018. — № 3. — Available at: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/download/1293/1324>.
18. **Rakhmatulina, A. R.** Two-Parameter Derivation of the Formula for Deflection of the Console Truss / A. R. Rakhmatulina, A. A. Smirnova // *Постулат*. — 2018. — № 5. — Available at: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/download/1456/1487>.
19. **Rice, J. A.** Field Testing and Analysis of Aluminum Highway Sign Trusses / J. A. Rice, D. A. Foutch, J. M. La Fave, S. Valdovinos // *Engineering Structures*. — 2012. — № 34. — P. 173—186. — DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.09.021>.
20. **Tinkov, D. V.** Design Optimization of Truss Bridge Structures of Composite Materials / D. V. Tinkov, A. A. Safonov // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. — 2017. — Vol. 46, № 1. — P. 46—52.
21. **Rakhmatulina, A. R.** The Dependence of the Deflection of the Arched Truss Loaded on the Upper Belt, on the Number of Panels / A. R. Rakhmatulina, A. A. Smirnova // *Научный Альманах*. — 2017. — № 2—3 (28). — P. 268—271.

CALCULATION OF G-SHAPED FARMING OF ROAD SIGNS AND EQUIPMENT

M. N. Kirsanov¹

*National Research University «Moscow Power Engineering University»¹
Russia, Moscow*

¹ *D. Sc. in Physics and Mathematics, Prof. of the Dept. of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machinery, tel.: (495)362-73-14, e-mail: c216@Ya.ru*

Statement of the problem. A possible scheme of a flat externally statically indefinable hinge-rod construction with a console is considered. Rack and console trusses have a periodic structure. The analytical dependence of the truss deformations under various loads on the number of panels in the vertical rack and in the console is deduced.

Results. For the three types of loads, the analytical dependencies of the truss on the number of panels, sizes and loads were found using the Maxwell — Mohr formula. The solution has a polynomial form in the number of panels. When generalizing particular solutions to an arbitrary number of panels, the inductive method and the operators of the Maple computer math system were applied. The distribution of forces in the truss rods and analytical expressions for the reactions of the supports are found. Asymptotic properties of the solutions are found.

Conclusions. The proposed scheme of a console with a cruciform lattice in the supporting part allows an exact solution of the problem of deflection with arbitrary proportions of the structure to be identified. The resulting formulas are compact and allow us to estimate the rigidity, strength and stability of the structure.

Keywords: console truss, deflection, double induction, external static indeterminacy, analytical solution.