

DOI: 10.17117/na.2017.02.03.260

<http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.260.pdf>

Поступила (Received): 24.02.2017

## Ильин И.А., Кирсанов М.Н. Анализ прогиба внешне статически неопределимой фермы

Ilin I.A., Kirsanov M.N.  
Analysis of the deflection of externally  
statically indeterminate truss

Балочная ферма с двумя вертикальными и двумя боковыми горизонтальными опорами нагружена по нижнему поясу. Усилия в стержнях определяются аналитически методом вырезания узлов. Прогиб находится по формуле Максвелла-Мора. Методом индукции решение обобщается на произвольное число панелей. Найдены реакции опор. Приведена схема возможных скоростей изменяемого варианта фермы для четного числа панелей

**Ключевые слова:** ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

**Ильин Иван Анатольевич**

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

**Кирсанов Михаил Николаевич**

Доктор физико-математических наук, профессор  
Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Girder with two vertical and two horizontal supports are loaded on the bottom flange. The forces in the rods are determined analytically using cut nodes. The deflection is given by the Maxwell-Mohr integral. By induction the solution is generalized to an arbitrary number of panels. Found the reactions of the supports. The scheme of possible speeds of nodes for even number of panels is presented

**Key words:** truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

**Ilin Ivan Anatolevich**

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

**Kirsanov Mikhail Nikolaevich**

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor  
National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

The calculation of the stresses in the bars of the truss usually begins with determining the reactions of the supports. The exception is the case of *externally* statically indeterminate structures [1] when finding the reactions of the supports must determine the forces in all bars of the truss (Fig. 1).

Perform this calculation in an analytical form using the computer algebra system Maple. Enter data into the program [2] starts by defining the coordinates of the nodes (Fig. 2).

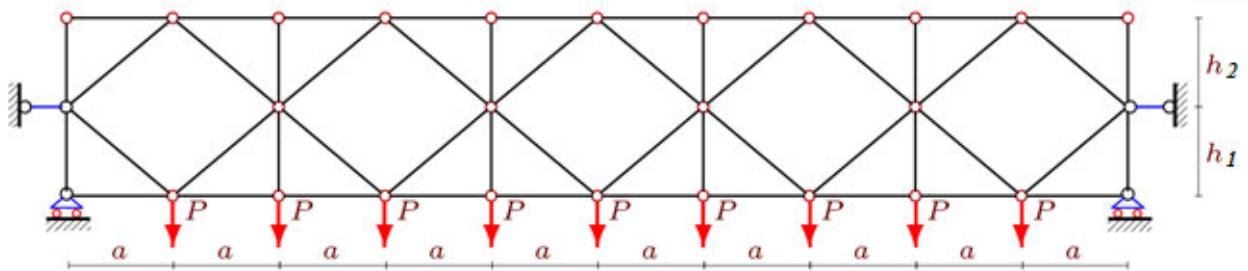


Fig. 1.  $k=3, n=5$

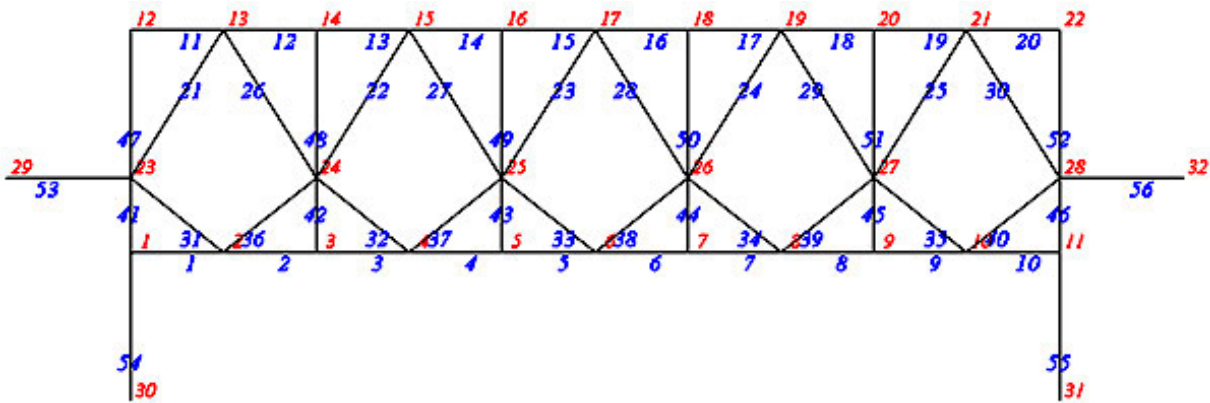


Fig. 2. The numbering of nodes and rods

The coordinates of the nodes and their connections with the rods set in cycles by the number of nodes and rods. Just truss with  $n$  panels consist of  $10n+6$  rods and  $5n+3$  nodes. Obviously, the whole truss is statically defined. However, the kinematic of its immutability from the experience of the calculations depends on the parity of the number of panels. With an even number  $n$  is the determinant of the system of equations becomes zero. This confirms the kinematic diagram of possible speeds of nodes (Fig. 3).

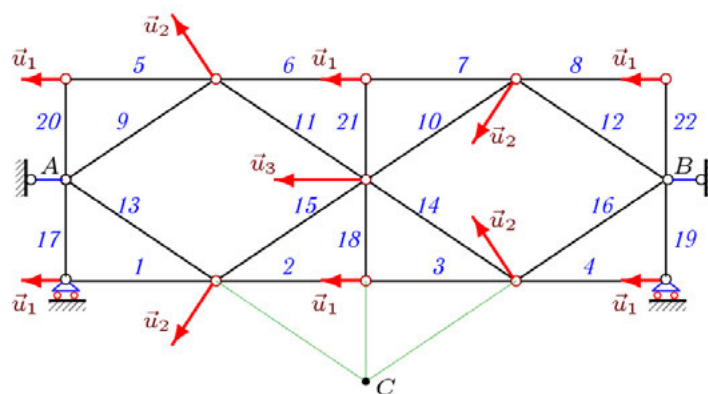


Fig. 3. Scheme of possible speeds ( $n=2$ )

As a result, we take  $n=2k-1, k=1,2,\dots$ . The method of induction gives the following result

$$EF\Delta_n = P \frac{A_n a^3 h_2 / h_1 + C_n c^3 + H_n h_1 (h_1 + h_2)^2 + f^3 h_2^2 + M_n a^3 + K_n f^3 h_2 / h_1 + B_n f^3}{2(h_1 + h_2)^2},$$

where the coefficients:

$$A_n = 4k(1 - k) - 2(-1)^k(8k^3 + 10k + 12k^2 + 3) / 3 - 2,$$

$$C_n = (-1)^k(4k - 2) + 4k(k - 1) + 2, H_n = 4k - 3, K_n = -2(-1)^k(2k - 1),$$

$$M_n = 2(-1)^k(8k^3 - 12k^2 + 10k - 3) / 3 + 4k(10k^3 - 20k^2 + 17k - 7) / 3 + 2,$$

$$B_n = 4k(k - 1) + 1, f = \sqrt{a^2 + h_1^2}, c = \sqrt{a^2 + h_2^2}, n = 2k - 1, L = 2an.$$

The result generalize the solution [1] for the case of different heights  $h_1, h_2$ . This allows to choose the optimal size at a constant altitude truss. The figure 4 shows that for smaller  $h_2$  the curve more smooth, and the results  $\Delta' = \Delta EF / (PL)$  alternate depending on the parity of  $k$ .

Simultaneously with forces in rods was found and the reactions of the supports. The reaction of the vertical supports is obvious  $S_{vert} = (2n - 1)P / 2$ . The values of the reactions the horizontal lateral supports are independent of the number of panels  $n$  and height  $h_2$ :  $S_{horiz} = Pa / (2h_1)$ .

Earlier, the induction method was used in problems on the deflection of planar [3-12] and spatial [13] trusses. In [14] provides an overview of the analytical solutions obtained using program [2]. In [1] the problem is solved for the case of  $h_1 = h_2$ .

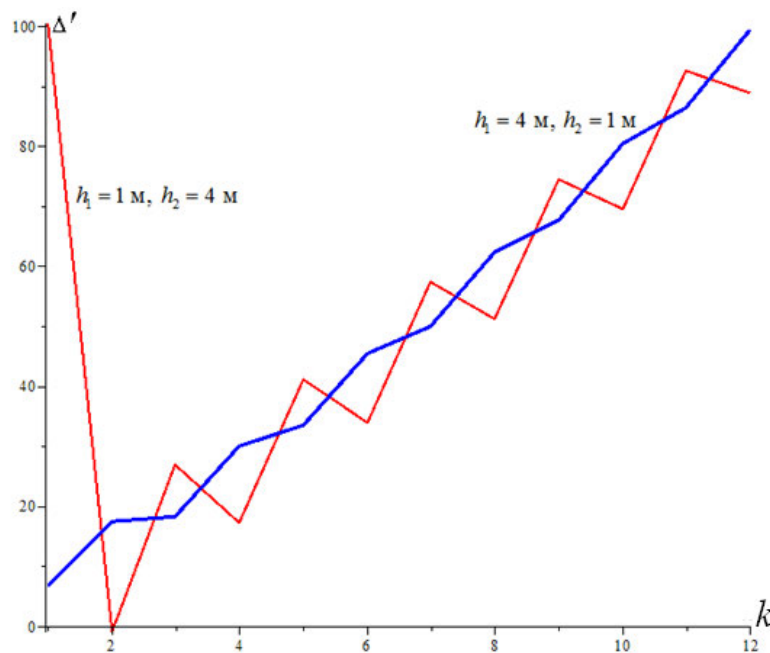


Fig. 4.  $a = L / (2n), L = 40m$

The degeneration of the system of equilibrium equations for a truss with an odd number of panels was noted also in [7] and also confirmed by the corresponding kinematic scheme. The case of the kinematic variability of the spatial truss (axisymmetric dome) found for even number of terminals of the circuit in [15].

**Список используемых источников:**

1. Ilin I.A., Kirsanov M.N. The deflection and displacement of the bearings of the truss with rhombic lattice // Science Almanac. 2016. N 12-2(26). Pp. 216-219.
2. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика/Под ред. А.И.Кириллова -М.: Физматлит, 2008. 382 с.

3. Shipaeva A.S. Calculation of the deflection of girder beam loaded on the bottom flange in the system Maple//Science Almanac. 2016. N 5-3(19). Pp. 236-239.
4. Bolotina T. D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels//Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 4-3(8). Pp.7-8.
5. Voropai R. A., Kazmiruk I.Yu. Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss// Bulletin of Scientific Conferences. 2016. № 2-1(6). Pp. 10-12
6. Voropai R. A. Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice// Science Almanac. 2016. N 4-3(18). Pp. 238-240.
7. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы//Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
8. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа «Butterfly»//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 2-5.
9. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы// Строительство и реконструкция. 2017. 1(69). С. 19–23.
10. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы//Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
11. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
12. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба вступившей балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей// Строительная механика и конструкции. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
13. Kirsanov M.N. Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice// Magazine of Civil Engineering. 2016. No. 4. Pp. 52–58. doi: 10.5862/MCE.64.
14. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
15. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость// Строительная механика и расчет сооружений. 2012. N 3. С. 48-51.

© 2017, Ильин И.А., Кирсанов М.Н.

Анализ прогиба внешне статически неопределимой фермы

© 2017, Ilin I.A., Kirsanov M.N.

Analysis of the deflection of externally statically indeterminate truss