

# ФОРМУЛА ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОГИБА СОСТАВНОЙ ВНЕШНЕ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ

А. С. Илюшин<sup>1</sup>

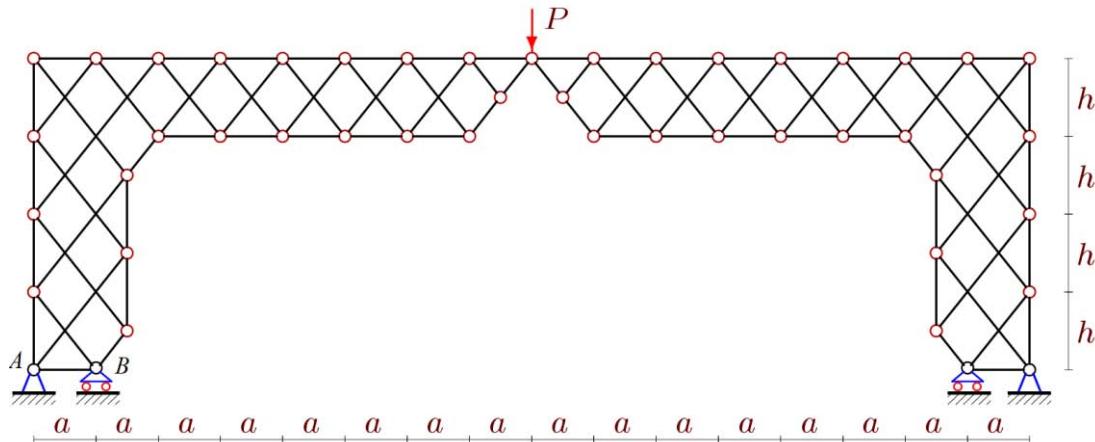
Национальный Исследовательский Университет "МЭИ"<sup>1</sup>  
Россия, г. Москва

<sup>1</sup> Студент института тепловой и атомной энергетики, тел.: +7(915)004-55-91  
e-mail: ilyushin.as@yandex.ru

Для вывода формулы зависимости прогиба от числа панелей в ригеле использована система компьютерной математики Maple и метод индукции. Рамы имеет четыре шарнирные опоры, две из которых являются неподвижными. Внешняя нагрузка приложена к сочленяющему шарниру. Найденная зависимость имеет полиномиальный характер. Получена асимптотика решения, имеющая квадратичный характер.

**Ключевые слова:** ферма, прогиб, индукция, Maple, точное решение.

Consider a composite lattice frame with a cross-shaped lattice and four supports (Fig. 1). The peculiarity of the support structures does not allow us to determine their reactions by the usual methods of mechanics from the equilibrium equation of the frame as a whole and its individual parts after breaking it into parts along the internal articulating joint. Support reactions in such “externally indefinable” structures are determined from solving the equilibrium equations of all nodes of the truss along with determining the forces in the rods. In this paper, the task is to obtain the exact formula for the dependence of the deflection of the truss on the number of panels in the cross-bar.



**Fig. 1.** Truss under load

To calculate the deflection of the frame (vertical movement of the articulating unit), a program for determining the forces in the rods of statically determined trusses is used, written in the language of the computer mathematics system Maple [1]. The method used to obtain the formula was previously used to calculate arched-type trusses [2–7], a series of trellised trusses [8–19], and regular-type spatial structures [20–29]. Analytical solutions for trusses that allow instantaneous variability were calculated in [30–33].

The induction method used in [34, 35] made it possible to obtain static ratios for scissor mechanisms. The calculation of the deflection of a flat statically determinate frame by the induction method was made in [36,37]. Analytical solutions for regular trusses such as Bolman or Fink were obtained in [38–42]. In [43], a decision was obtained on the deflection of the L-shaped bracket-truss for fixing street lighting or advertising. Surveys of works using the induction method for calculating trusses are contained in [44–46].

As a result of calculations of a number of trusses with different successively increasing number of panels, an expression is obtained for the deflection of the truss, which does not depend on the number of panels:

$$EF\Delta = P(Aa^3 + Bc^3 + Ch^3) / (2h^2), \quad (1)$$

where  $c = \sqrt{a^2 + h^2}$  — length of short brace in crossbar. The constancy of the shape of the final solution for a different number of panels is a characteristic feature of *regular* designs [47,48]. All three coefficients depending on the number of panels were found using the induction method [8–14].

The **rgf\_findrecur** operator from the specialized **genfunc** package, according to the calculation of twelve farms, gives linear homogeneous recurrence equations of orders 6 and 5:

$$A_n = 2A_{n-1} + A_{n-2} - 4A_{n-3} + A_{n-4} + 2A_{n-5} - A_{n-6};$$

$$B_n = B_{n-1} + 2B_{n-2} - 2B_{n-3} - B_{n-4} + B_{n-5};$$

$$C_n = C_{n-1} + 2C_{n-2} - 2C_{n-3} - C_{n-4} + C_{n-5}.$$

Using the **rsolve** operator, we find solutions to these equations in the form of polynomials of the third and second order in the number of panels:

$$A = \frac{10n^3 + 66n^2 + 5n(19 - 3(-1)^n) - 39(-1)^n + 63}{48};$$

$$B = \frac{34n^2 + (38 + 14(-1)^n)n - 11(-1)^n + 43}{16};$$

$$C = \frac{4n^2 + 3n(1 + (-1)^n) - 2(-1)^n + 6}{2}.$$

The obtained solution (1) can easily be generalized to an arbitrary ratio of stiffnesses of rods of various lengths:

$$EF\Delta = P(A\gamma_a a^3 + B\gamma_b c^3 + C\gamma_c h^3) / (2h^2),$$

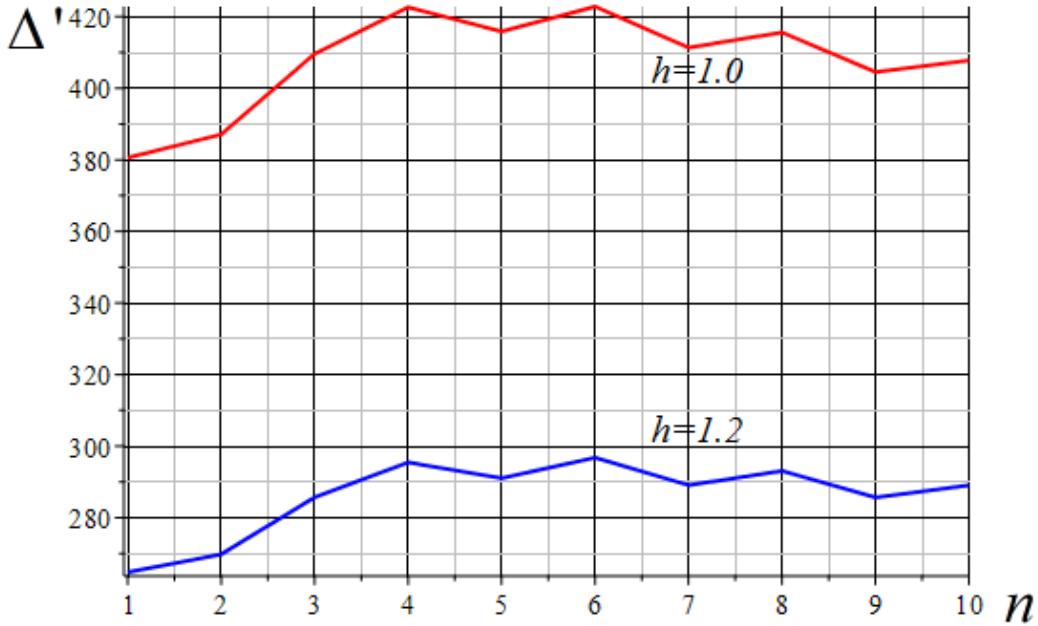
where the stiffness coefficients of the rods of the corresponding length are introduced:

$$EF_a = EF / \gamma_a; EF_b = EF / \gamma_b; EF_c = EF / \gamma_c.$$

The elastic modules of the rods are taken equal, and the cross-sectional areas vary with respect to a certain constant area  $F$ .

The found analytical dependence of the deflection on the number of panels and the size of the truss can be used as an estimate for the outline design of the truss or for testing numerical methods.

The curves in Fig. 2 are constructed according to formula (1) for the dimensionless relative deflection  $\Delta' = \Delta EF / (LP)$  with span length  $L = 100$  m. Panel length  $a$  depends on span:  $a = L / (2n + 5)$ . Height  $h$  indicated in meters.

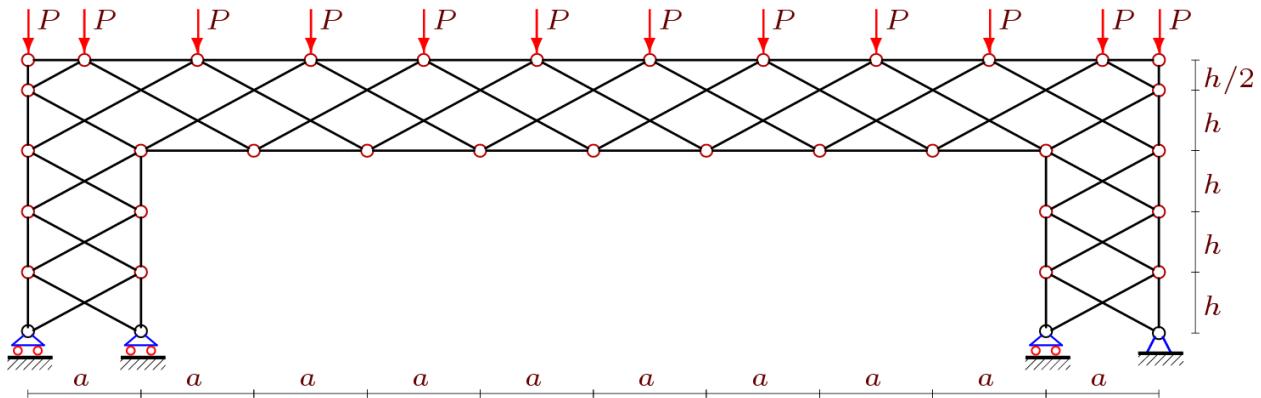


**Fig. 2.** Dependence of the deflection on the number of panels

Characterized by an increase in deflection with an increase in the number of panels to. Then the dependence takes on an oscillatory character, where the maximum replaces the minimum. For large numbers  $n$ , the curves have a parabolic shape. This follows from the limit obtained by Maple (limit operator) using the formula (1):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta / n^2 = 33h / (8L).$$

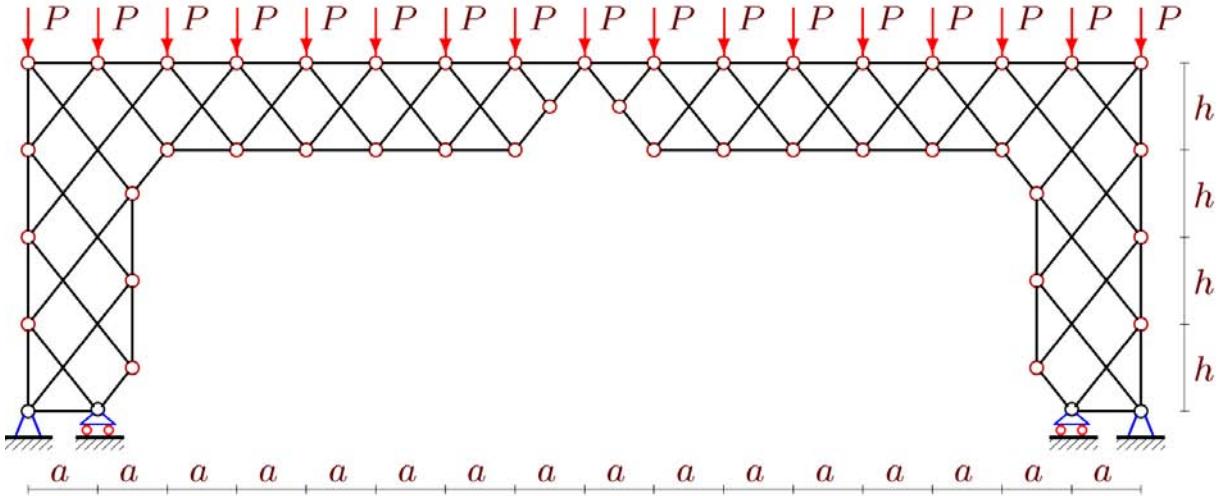
A similar “sawtooth” dependence of the deflection on the number of panels was obtained in [15] for the frame (Fig. 3).



**Fig. 3.** Shaft externally statically indefinable frame [15]

The design of this frame and the one considered (Fig. 1) combines the type of lattice and the presence of external static indeterminacy. It is possible that this is precisely the reason for the step-wise dependence of the deflection on the number of panels. The practical use of the discovered fact of sharp changes in the rigidity of the frame when changing the number of panels may be in optimizing its design a reasonable choice of its parameters.

For the case of a load uniformly distributed over the upper zone (Fig. 4), the recurrence relations are complicated, their order increases, and the order of polynomials in the coefficients of equation (1) increases:



**Fig. 4.** Truss under the uniform load

$$A = \frac{8n^4 + ((-1)^n + 69)n^3 + (133 - 3(-1)^n)n^2 + (42 - 34(-1)^n)n - 60(-1)^n + 36}{24};$$

$$B = \frac{34n^3 + (7(-1)^n + 49)n^2 - (11(-1)^n + 69)n - 55(-1)^n + 7}{8};$$

$$C = \frac{(8n^3 + 3(3 + (-1)^n)n^2 - 4(3 + (-1)^n)n - 17(-1)^n + 17)}{2}.$$

The obtained dependencies can be used as estimates for the control of numerical calculations, where with an increase in the dimension of the system (increase in the number of panels), an increase in the error of the account is possible. In addition, the analytical form of the solution allows you to use it in optimization problems [49-51].

#### Библиографический список

1. Кирсанов М. Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. – 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. – 2015. - № 9 (36). - С. 44-55.
3. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2018. Т. 14. - № 1. - С. 64-70.
4. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2015. - № 3 (31). - С. 42-48.
5. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // Строительная механика и конструкции. – 2018. Т. 1. - № 16. - С. 7-11.

6. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета деформаций арочной фермы с произвольным числом панелей // Строительство уникальных зданий и сооружений. – 2018. - №4 (67). - С. 86-94. doi: 10.18720/CUBS.67.7.
7. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. – 2017. - № 9. - С. 8-10.
8. Кирсанов М.Н., Москвин В.Г. Деформации плоской фермы с усиленной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. – 2018. - №4(279). - С.10-14.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. - № 6 (257). - С. 2-6.
10. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. - № 3. - С. 23-27.
11. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа "Butterfly" //Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. - № 4 (267). - С. 2-5.
12. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме//Механизация строительства. – 2017. Т. 78. - № 4. - С. 20-23.
13. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. – 2015. - № 3 (260). - С. 7-12.
14. М.Н. Аналитический метод расчета прогиба плоской фермы со сложной решеткой шпренгельного типа // Транспортное строительство. – 2017. - № 5. - С. 11-13.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет рамы с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. – 2018. - №6(82). - С. 127–135. doi: 10.18720/MCE.82.
16. Кирсанов М.Н. Статический расчет плоской фермы с двойной треугольной решеткой // Справочник. Инженерный журнал с приложением. – 2017. - № 11 (248). - С. 32-36.
17. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. - № 3 (266). - С. 16-19.
18. Белянкин Н.А., Бойко А.Ю., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба балочной фермы с усиленной треугольной решеткой // Строительство и архитектура. – 2017. Т. 5. - № 2. - С. 122-125.
19. Кирсанов М.Н., Горбунова А.С., Лепетюха В.А. Расчет прогиба симметричной фермы с решеткой "Star" в аналитической форме // Строительная механика и конструкции. – 2017. Т. 1. - № 14. - С. 36-41.
20. Кирсанов М.Н. Анализ зависимости прогиба фермы прямоугольного покрытия от числа панелей // Строительная механика и конструкции. – 2018. - №4(19). - С. 52-57.
21. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. – 2012. - № 5. - С. 5-8.
22. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. – 2015. - № 1 (53). - С. 32-38.
23. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. – 2011. - № 6 (24). - С. 28-34.
24. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура. – 2016. - № 1 (41). - С. 93-100.
25. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. – 2014. - С. 239-242.
26. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. – 2016. - № 5 (268). - С. 19-22.

27. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2012. - № 1. - С. 49-53.
28. Кирсанов М.Н. Учет строительного подъема в аналитическом расчете пространственной балочной фермы // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. – 2014. Т. 4. - № 2 (20). - С. 36-39.
29. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба пространственного прямоугольного покрытия // Вестник МГСУ. – 2018. Т. 13. - № 5 (116). - С. 579-586.
30. Кирсанов М.Н. Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость // Строительная механика и расчет сооружений. – 2012. - № 3 (242). - С. 48-51.
31. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. – 2017. Т. 1. - № 14. - С. 27-30.
32. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитическое решение задачи о частоте колебания груза в произвольном узле балочной фермы в системе Maple // Строительство: наука и образование. – 2018. Т. 8. Вып. 4. Ст. 3. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.4.3.
33. Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решетчатой фермы // Строительная механика и конструкции. – 2017. Т. 2. - № 15. - С. 5-10.
34. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет параллелограммного механизма с произвольным числом секций // Вестник машиностроения. – 2018. - № 1. - С. 37-39.
35. Кийко Л.К., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет подъемника параллелограммного типа с произвольным числом секций // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2016. - № 3. - С. 48-53.
36. Кирсанов М.Н. Расчетная модель плоской фермы рамного типа с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. – 2018. Т. 13. Вып. 9. - С. 1184–1192. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.10.1184-1192.
37. Кирсанов М.Н. Формулы для прогиба шарнирно-стержневой рамы с произвольным числом панелей в ригеле и опорах // Строительная механика и расчет сооружений. – 2019. №4. С. 31-36.
38. Пережилова Е.Д. Точное решение задачи о смещении подвижной опоры фермы с произвольным числом панелей // Научный альманах. – 2016. - № 9-2(23). - С. 42-45.
39. Харик С.А. Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета // Научный альманах. – 2016. - № 11-2(25). - С. 332-334.
40. Васильченко Д.И. Формула для смещения опоры балочной фермы типа Больмана // Научный альманах. – 2016. - N 8-1(22). - С. 261-263.
41. Савиных А.С. Формула для расчета смещения подвижной опоры плоской статически определимой фермы // Научный альманах. – 2016. - № 9-2(23). - С. 46-49.
42. Васильков И.Д., Кирсанов М.Н. Формулы для определения прогиба и смещения опоры фермы Больмана с произвольным числом панелей // Научный альманах. 2016. - N11-2(25). - С. 289-292.
43. Кирсанов М.Н. Расчет Г-образной фермы крепления дорожных знаков и оборудования / М.Н. Кирсанов // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2019. - № 1 (53). - С. 84-92. - DOI: 10.25987/VSTU.2019.53.1.008.

44. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. – 2015. - №5(57). - С. 66–73.
45. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа// Строительная механика и конструкции. – 2018. - №. 1. - С.12-33.
46. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. – 2017. - №12
47. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. 85, No. 9. P.607 – 617.
48. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2006 Vol.54, No. 4, P. 756-782.
49. LeiH., Zhu X., Chen H., Fan H., Chen M., Fang D. Macroscopic response of carbon-fiber pyramidal truss core panel taking account of local defect // Composites Part B: Engineering, –2015. Vol.79, N 15. 2015.– P. 311-321.
50. Richardson J.N., Coelho R.F., Adriaenssens S. Robust topology optimization of truss structures with random loading and material properties: A multiobjective perspective // Computers & Structures. –2015. –Vol. 154. N 1.– P. 41-47.
51. Biegus A. Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling // Archives of Civil and Mechanical Engineering. –2015. Vol. 15, No. 3, –P. 735-741.

#### References

1. Kirsanov M. N. Maple i Maplet. Resheniya zadach mekhaniki. SPb.: Izd-vo Lan', 2012. – 512 s.
2. Kirsanov M.N. Sravnitel'nyj analiz zhestkosti dvuh skhem arochnoj fermy. Stroitel'stvo unikal'nyh zdanij i sooruzhenij. 2015. - № 9 (36). - P. 44-55.
3. Kirsanov M.N. Induktivnyj analiz deformacii arochnoj fermy. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2018. Vol.14. - № 1. - P.64-70.
4. Kirsanov M.N. Analiticheskoe issledovanie deformacij ploskoj fermy arochnogo tipa. Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O. Makarova. 2015. - № 3 (31). - P. 42-48.
5. Kirsanov M.N. Formuly dlya rascheta progiba arochnoj fermy. Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii. 2018. Vol.1. - № 16. - P. 7-11.
6. Kirsanov M.N. Formuly dlya rascheta deformacij arochnoj fermy s proizvol'nym chislom panelej. Stroitel'stvo unikal'nyh zdanij i sooruzhenij. 2018. - №4 (67). - P. 86-94. doi: 10.18720/CUBS.67.7.
7. Kirsanov M.N. Analiticheskaya ocenka progiba i usilij v kriticheskikh sterzhnyah arochnoj fermy. Transportnoe stroitel'stvo. 2017. - № 9. - P. 8-10.
8. Kirsanov M.N., Moskvin V.G. Deformacii ploskoj fermy s usilennoj reshetkoj. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2018. - №4(279). - P.10-14.
9. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet mnogoreshetchatoj fermy. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2014. - № 6 (257). - P. 2-6.
10. Kirsanov M.N. K vyboru reshetki balochnoj fermy. Stroitel'naya mekhanika inzhenernyh konstrukcij i sooruzhenij. 2017. - № 3. - P. 23-27.
11. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet balochnoj fermy s reshetkoj tipa "Butterfly". Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2016. - № 4 (267). - P. 2-5.

12. Kirsanov M.N. Formuly dlya rascheta progiba i usilij v reshetchatoj ferme//Mekhanizaciya stroitel'stva. 2017. Vol.78. - № 4. - P. 20-23.
13. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet balochnoj fermy so slozhnoj reshetkoj. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2015. - № 3 (260). - P. 7-12.
14. Kirsanov M.N. Analiticheskij metod rascheta progiba ploskoj fermy so slozhnoj reshetkoj shprengel'nogo tipa. Transportnoe stroitel'stvo. 2017. - № 5. - P. 11-13.
15. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet ramy s proizvol'nym chislom panelej. Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal. 2018. - №6(82). - P. 127–135. doi: 10.18720/MCE.82.
16. Kirsanov M.N. Staticheskij raschet ploskoj fermy s dvojnoj treugol'noj reshetkoj. Spravochnik. Inzhenernyj zhurnal s prilozheniem. 2017. - № 11 (248). - P. 32-36.
17. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet regulyarnoj balochnoj fermy s proizvol'nym chislom panelej so slozhnoj reshetkoj. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2016. - № 3 (266). - P. 16-19.
18. Belyankin N.A., Bojko A.YU., Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet progiba balochnoj fermy s usilenoj treugol'noj reshetkoj. Stroitel'stvo i arhitektura. 2017. Vol.5. - № 2. - P. 122-125.
19. Kirsanov M.N., Gorbunova A.S., Lepetyuha V.A. Raschet progiba simmetrichnoj fermy s reshetkoj "Star" v analiticheskoy forme. Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii. 2017. Vol.1. - № 14. - P. 36-41.
20. Kirsanov M.N. Analiz zavisimosti progiba fermy pryamougol'nogo pokrytiya ot chisla panelej. Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii. 2018. - №4(19). - C. 52-57.
21. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet i optimizaciya prostranstvennoj balochnoj fermy. Vestnik Moskovskogo energeticheskogo instituta. 2012. - № 5. - P. 5-8.
22. Kirsanov M.N. Analiz progiba fermy pryamougol'nogo prostranstvennogo pokrytiya. Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal. 2015. - № 1 (53). - P. 32-38.
23. Kirsanov M.N. Staticheskij raschet i analiz prostranstvennoj sterzhnevoj sistemy. Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal. 2011. - № 6 (24). - P. 28-34.
24. Kirsanov M.N. Napryazhennoe sostoyanie i deformacii pryamougol'nogo prostranstvennogo sterzhnevogo pokrytiya. Nauchnyj vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'stvo i arhitektura. 2016. - № 1 (41). - P. 93-100.
25. Leonov P.G., Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet i analiz prostranstvennoj sterzhnevoj konstrukcii v sisteme Maple. V sbornike: Informatizaciya inzhenernogo obrazovaniya IN-FORINO-2014 Trudy mezhdunarodnoj nauchno-metodicheskoy konferencii. 2014. - P. 239-242.
26. Kirsanov M.N. Ocenka progiba i ustojchivosti prostranstvennoj balochnoj fermy. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2016. - № 5 (268). - P. 19-22.
27. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet prostranstvennoj sterzhnevoj sistemy. Stroitel'naya mekhanika inzhenernyh konstrukcij i sooruzhenij. 2012. - № 1. - P. 49-53.
28. Kirsanov M.N. Uchet stroitel'nogo pod"ema v analiticheskem raschete prostranstvennoj balochnoj fermy. Izvestiya Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta MAMI. 2014. Vol.4. - № 2 (20). - P. 36-39.
29. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet progiba prostranstvennogo pryamougol'nogo pokrytiya. Vestnik MGSU. 2018. Vol.13. - № 5 (116). - P. 579-586.
30. Kirsanov M.N. Raschet prostranstvennoj sterzhnevoj sistemy, dopuskayushchej mnogovennuyu izmenyaemost'. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2012. - № 3 (242). - P. 48-51.
31. Kirsanov M.N. Vyvod formuly dlya progiba reshetchatoj fermy, imeyushchej sluchai kinematiceskoy izmenyaemosti. Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii. 2017. Vol.1. - № 14. - S. 27-30.

32. Kirsanov M.N., Tin'kov D.V. Analiticheskoe reshenie zadachi o chaste kolebaniya gruza v proizvol'nom uzle balochnoj fermy v sisteme Maple. Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie. 2018. Vol.8. Vyp. 4. St. 3. URL: <http://nsr-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.4.3.
33. Kirsanov M.N. Formula dlya progiba i analiz kinematicheskoj izmenyaemosti reshetchatoj fermy. Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii. 2017. Vol.2. - № 15. - S. 5-10.
34. Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet parallelogrammnogo mekhanizma s proizvol'nym chislom sekciy. Vestnik mashinostroeniya. 2018. - № 1. - S. 37-39.
35. Kijko L.K., Kirsanov M.N. Analiticheskij raschet pod"emnika parallelogrammnogo tipa s proizvol'nym chislom sekciy. Problemy mashinostroeniya i avtomatizacii. 2016. - № 3. - S. 48-53.
36. Kirsanov M.N. Raschetnaya model' ploskoj fermy ramnogo tipa s proizvol'nym chislom panelej. Vestnik MGSU. 2018. Vol.13. Vyp. 9. - S. 1184–1192. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.10.1184-1192.
37. Kirsanov M.N. Formuly dlya progiba sharnirno-sterzhnevoj ramy s proizvol'nym chislom panelej v rigele i oporah. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenij. 2019. №4. S. 31-36.
38. Perezhilova E.D. Tochnoe reshenie zadachi o smeshchenii podvizhnoj opory fermy s proizvol'nym chislom panelej. Nauchnyj al'manah. 2016. - № 9-2(23). - S. 42-45.
39. Harik S.A. Induktivnyj metod dlya rascheta progiba ploskoj staticheski opredelimoj fermy, zagruzhenoj v seredine proleta. Nauchnyj al'manah. 2016. - № 11-2(25). - S. 332-334.
40. Vasil'chenko D.I. Formula dlya smeshcheniya opory balochnoj fermy tipa Bol'mana. Science Almanace. 2016. - N 8-1(22). - S. 261-263.
41. Savinyh A.S. Formula dlya rascheta smeshcheniya podvizhnoj opory ploskoj staticheski opredelimoj fermy. Nauchnyj al'manah. 2016. - № 9-2(23). - S. 46-49.
42. Vasil'kov I.D., Kirsanov M.N. Formuly dlya opredeleniya progiba i smeshcheniya opory fermy Bol'mana s proizvol'nym chislom panelej. Nauchnyj al'manah. 2016. - N11-2(25). - S. 289-292.
43. Kirsanov M.N. Raschet G-obraznoj fermy krepleniya dorozhnyh znakov i oborudovaniya / M.N. Kirsanov. Nauchnyj zhurnal stroitel'stva i arhitektury. 2019. - № 1 (53). - S. 84-92. - DOI: 10.25987/VSTU.2019.53.1.008.
44. Tin'kov D.V. Sravnitel'nyj analiz analiticheskikh reshenij zadachi o progibe fermennyh konstrukcij. Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal. 2015. - №5(57). - S. 66–73.
45. Osadchenko N.V. Analiticheskie resheniya zadach o progibe ploskih ferm arochnogo tipa// Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii. 2018. - №. 1. - S.12-33.
46. Osadchenko N.V. Raschyt progiba ploskoj nerazreznoj staticheski opredelimoj fermy s dvumya prolyotami. Postulat. 2017. - №12.
47. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Z. Angew. Math. Mech. – 2005. 85, No. 9. – P. 607 – 617.
48. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. Journal of the Mechanics and Physics of Solids.– 2006. Vol. 54, Issue 4, P. 756-782.
49. LeiH., Zhu X., Chen H., Fan H., Chen M., Fang D. Macroscopic response of carbon-fiber pyramidal truss core panel taking account of local defect. Composites Part B: Engineering.– 2015 .– Vol.79, N 15.– P. 311-321.
50. Richardson J.N., Coelho R.F., Adriaenssens S. Robust topology optimization of truss structures with random loading and material properties: A multiobjective perspective. Computers & Structures.– 2015. Vol. 154. N 1. P. 41-47.
51. Biegus A. Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling. Archives of Civil and Mechanical Engineering. – 2015. Vol. 15, No. 3,, P. 735-741.

# THE FORMULA FOR CALCULATING THE DEFLECTION OF A COMPOUND EXTERNALLY STATICALLY INDETERMINATE FRAME

A.S. Ilyushin<sup>1</sup>

National Research University «MPEI»<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Student of Institute of Thermal and Nuclear Power Engineering, ph.: +7(915)0045591  
e-mail: ilyushin.as@yandex.ru

---

Using a computer mathematics system and induction method, a formula is derived for the dependence of the deflection of a flat rod frame of a composite type, based on four articulated supports, two of which are movable. The external load is the vertical concentrated load in the articulated joint. It is shown that the dependence of the deflection on the number of panels in the crossbar is polynomial. The asymptotic behavior of the solution is obtained, which has a quadratic character.

**Keywords:** truss, deflection, induction, Maple, exact solution.