
ТЕОРИЯ СООРУЖЕНИЙ

THE THEORY OF STRUCTURES

Известия вузов. Строительство. 2021. № 11. С. 7–16.

ISSN 0536-1052

News of Higher Educational Institutions. Construction. 2021; (11): 7–16.

ISSN 0536-1052

Научная статья

УДК 624.041.5:539.4

DOI: 10.32683/0536-1052-2021-755-11-7-16

ФОРМУЛЫ ДЛЯ ДЕФОРМАЦИЙ МНОГОРЕШЕТЧАТОЙ ФЕРМЫ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПАНЕЛЕЙ

Михаил Николаевич Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия

Аннотация. Рассматривается плоская схема статически определимой на четырех опорах многорешетчатой фермы регулярного типа с криволинейным очертанием верхнего пояса. Методом индукции в системе компьютерной математики находится зависимость прогиба фермы от числа панелей, размеров и величины нагрузки. Прогиб середины пролета и горизонтальный сдвиг подвижной опоры при равномерной узловой нагрузке по верхнему или нижнему поясам находятся в аналитической форме по формуле Максвелла – Мора. Обнаружено и подтверждено схемой скоростей узлов кинематическое вырождение системы при определенном числе панелей. Приводится диаграмма распределения усилий по стержням конструкции. Найдена линейная асимптотика зависимости прогиба от числа панелей.

Ключевые слова: решетчатая ферма, прогиб Марле, индукция, число панелей, асимптотика

Благодарности: исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Фундаментальные и прикладные исследования космоса».

Для цитирования: Кирсанов М.Н. Формулы для деформаций многорешетчатой фермы с произвольным числом панелей // Известия вузов. Строительство. 2021. № 11. С. 7–16. DOI: 10.32683/0536-1052-2021-755-11-7-16.

Original article

FORMULAS FOR DEFORMATIONS OF A MULTI-LATTICE TRUSS WITH AN ARBITRARY NUMBER OF PANELS

Mikhail N. Kirsanov

National Research University «MPEI», Moscow, Russia

Abstract. A planar scheme of a statically determinate multi-lattice truss of the regular type with a curvilinear outline of the upper belt on four supports is considered. Using the method of induction by the number of panels in the computer mathematics system, the dependence of the truss deflection on the number of panels, size and load value is found. The deflection of the middle of the span and the horizontal shift of the movable support

for uniform nodal load along the upper or lower belt are in analytical form according to the Maxwell–Mohr formula. The kinematic degeneration of the system at certain numbers of panels was found and confirmed by the velocity diagram of the nodes. A diagram of the distribution of forces over the bars of the structure is given. The linear asymptotics of the dependence of the deflection on the number of panels is found.

Keywords: lattice girder, deflection Maple, induction, number of panels, asymptotics

Acknowledgments: the research was carried out with the support of the Interdisciplinary Scientific and Educational School of Moscow University «Fundamental and Applied Space Research».

For citation: Kirsanov M.N. Formulas for deformations of a multi-lattice truss with an arbitrary number of panels. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2021; (11): 7–16. (In Russ.). DOI: 10.32683/0536-1052-2021-755-11-7-16.

Расчет усилий и деформаций строительных конструкций и сооружений основан, как правило, на методе конечных элементов [1–6]. Как некоторая альтернатива для тестовых расчетов простых статически определимых моделей конструкций используются также аналитические методы расчета [7–10]. Формулы зависимости прогиба от числа панелей для плоских внешне статически неопределимых ферм в системе Maple получены в [11–13]. Аналитические методы расчета, основанные на системах компьютерной математики, применимы и в задачах определения частот собственных колебаний ферм. Нижние границы собственных частот статически определимых плоских ферм регулярного типа в аналитической форме по методу Донкерлея с использованием индукции найдены в [14, 15]. Прогиб пространственной фермы с произвольным числом панелей получен в [16]. В монографии [17] даны алгоритмы и примеры аналитических расчетов деформаций и частот колебаний регулярных стержневых конструкций. Формулы для расчета прогиба и смещения опор различных плоских регулярных статически определимых балочных и решетчатых ферм под действием различных нагрузок содержатся в [18]. Впервые постановка задачи поиска и расчета плоских и пространственных статически определимых регулярных ферм была дана в [19–21].

Здесь предлагается схема регулярной балочной фермы с тройной решеткой (рис. 1, *a*). Ставится задача вывести формулу зависимости прогиба фермы от числа панелей. Рассматриваются три вида нагрузок. Длина пролета конструкции $L = 2(2n - 1)a$, где $2n$ – число панелей в пролете, высота фермы $5h$. Ферма состоит из $K = 8n + 10$ стержней, включая пять стержней, моделирующих три подвижные и одну неподвижную шарнирные опоры. Принимается, что вертикальная нагрузка либо сосредоточена в среднем узле нижнего пояса, либо равномерно распределена по узлам нижнего (рис. 1, *a*) или верхнего (рис. 1, *b*) пояса.

Расчет усилий. Прогиб определяется по формуле Максвелла – Мора. Усилия, входящие в эту формулу, для статически определимой конструкции вычисляются с помощью метода вырезания узлов [7–16]. Ферма внешне статически неопределимая [11–13, 18], так как четыре опоры создают пять реакций, которые можно найти только из совместной с усилиями в стержнях системы уравнений равновесия узлов. Матрица линейной системы с K неизвестными состоит из направляющих косинусов усилий, которые вычисляются по

ваются вокруг своих неподвижных концов. Большая часть узлов 10–13, 4, 5, 15–17, 8 и опоры 1, 2, 6, 7 в таком варианте распределения возможных скоростей неподвижны. Указанная картина распределения скоростей не единственная. Независимо от скоростей узлов 3, 9 и 14 узлы 11, 5 и 16 также могут иметь виртуальные скорости. Система уравнений равновесия узлов в данном случае вырождается, определитель матрицы обращается в нуль.

Для случаев, исключаяющих изменяемость системы, принята следующая последовательность чисел панелей:

$$n = (7 - 3(-1)^k + 10k) / 4, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Таким образом, в качестве условного числа панелей для рассматриваемой фермы удобно выбрать число k , последовательно пробегающее ряд натуральных чисел, начиная с единицы.

Выпишем формулы для усилий в некоторых наиболее сжатых или растянутых стержнях для случая загрузки нижнего пояса (см. рис. 1, a).

Последовательно рассчитывая усилия в стержне O из середины верхнего пояса, получаем следующие значения:

$$\begin{aligned} O_{k=1} &= -3aP/h, \quad O_{k=2} = -7aP/h, \\ O_{k=3} &= -16aP/h, \quad O_{k=4} = -24aP/h, \quad O_{k=5} = -39aP/h, \dots \end{aligned}$$

Общий член последовательности 3, 7, 16, 24, 39, ... находится средствами системы компьютерной математики Maple. Получаем искомую зависимость усилия от числа панелей: $O = -aP(10k^2 + 2(5 - (-1)^k)k - (-1)^k + 1) / (8h)$. Аналогично определяем выражения для усилий в раскосах D_1, D_2 из середины пролета и стержня U нижнего пояса:

$$\begin{aligned} D_1 &= -cP(2(-1)^k k + (-1)^k - 1) / (4h), \quad D_2 = -D_1, \\ U &= Pa(10k^2 + 2(5 - (-1)^k)k - (-1)^k - 3) / (8h). \end{aligned}$$

Здесь $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. В этом же цикле по числу панелей выводим формулы для реакций опор:

$$\begin{aligned} Y_A &= P(((-1)^k + 5)k - (-1)^k + 1) / 2, \\ Y_B &= -P(2(-1)^k k + (-1)^k + 1) / 4. \end{aligned}$$

Вертикальные компоненты реакций в двух правых опорах из симметрии задачи равны этим же значениям. Горизонтальная реакция неподвижного шарнира в отсутствие горизонтальных нагрузок равна нулю.

Распределение усилий в стержнях фермы с нагрузкой по верхнему поясу, отнесенных к нагрузке P , в численном виде при $n = 5$, $a = 3$ м, $h = 1$ м представлено на рис. 3. Толщины отрезков условно пропорциональны модулям усилий в соответствующих стержнях. Сжатые стержни выделены синим цветом, растянутые – красным. Ненагруженные стержни обозначены тонкими черными линиями. Числа, округленные до трех знаков, указывают значения относительных усилий. Верхний пояс при такой нагрузке закономерно сжат, нижний пояс (кроме крайних стержней) – растянут.

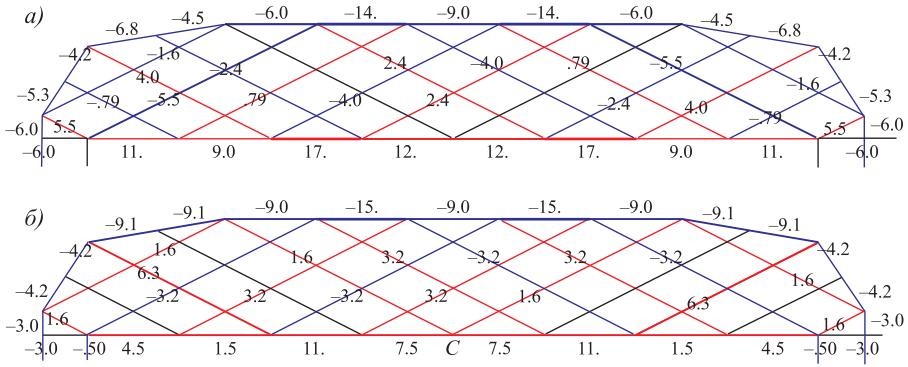


Рис. 3. Распределение усилий в стержнях, нагрузка по верхнему поясу, $n = 5$ (а) и по нижнему поясу, $n = 5$ (б)

Fig. 3. Distribution of forces in the rods, load on the upper belt, $n = 5$ (a) and on the lower belt, $n = 5$ (b)

При этом несколько неожиданно оказывается, что наиболее растянутые стержни находятся не в середине нижнего пояса, а наиболее сжатые не в середине верхнего. Такое распределение усилий характерно для решетчатых ферм [18].

Распределение усилий в стержнях фермы для случая нагружения нижнего пояса представлено на рис. 3, б. Здесь, так же как и в предыдущем случае, максимальные усилия в стержнях оказываются не в середине поясов. Усилия в стержнях решетки заметно меньше, чем в поясах.

Вычисление прогиба. Будем оценивать прогиб фермы по вертикальному смещению среднего узла C в нижнем поясе. Формулу Максвелла–Мора запишем в виде

$$\Delta = \sum_{j=1}^{K-5} S_j^{[P]} S_j^{[1]} l_j / (EF). \quad (2)$$

Суммирование ведется по всем деформируемым стержням конструкции, кроме пяти жестких в опорах. Используются обозначения: $S_j^{[P]}$ – усилие от действия внешней нагрузки в стержне с номером j ; $S_j^{[1]}$ – усилие от действия единичной безразмерной силы, приложенной к узлу C . Длина стержня $l_j = \sqrt{(x_t - x_m)^2 + (y_t - y_m)^2}$ вычисляется по координатам его концов с номерами t и m . Номера концов задаются в специальном списке стержней по аналогии списка ребер в графе. Жесткость стержня EF . Расчет прогиба по формуле (2) последовательности ферм с увеличивающимся числом панелей дает вид искомой зависимости

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3) / EF. \quad (3)$$

Коэффициенты C_1 , C_2 и C_3 зависят от условного числа панелей k и определяются методом индукции. Например, коэффициент C_1 определяется из решения линейного однородного рекуррентного уравнения девятого порядка

$$C_{1,k} = C_{1,k-1} + 4C_{1,k-2} - 4C_{1,k-3} - 6C_{1,k-4} + 6C_{1,k-5} + \\ + 4C_{1,k-6} - 4C_{1,k-7} - C_{1,k-8} + C_{1,k-9}.$$

Для определения рекуррентного уравнения используется функция `rgf_findrecur` системы Maple. Выражения для коэффициентов в случае сосредоточенной силы в середине пролета имеют вид:

$$\begin{aligned} C_1 &= (20k^3 + 30(1-(-1)^k)k^2 + 10(4-3(-1)^k)k - 9(-1)^k + 9)/12, \\ C_2 &= 5(1-(-1)^k + 2k)/4, \quad C_3 = 1-(-1)^k. \end{aligned} \quad (4)$$

Для нагрузки по узлам верхнего пояса имеем следующие решения:

$$\begin{aligned} C_1 &= (250k^4 + 4(125-89(-1)^k)k^3 + (590-534(-1)^k)k^2 + \\ &\quad + 364(1-(-1)^k)k - 57(-1)^k + 57)/48, \\ C_2 &= (5k^2 + (1-(-1)^k)k + 4 - 4(-1)^k)/4, \\ C_3 &= 2(k+2)(1-(-1)^k). \end{aligned} \quad (5)$$

Для случая нагрузки по нижнему поясу:

$$\begin{aligned} C_1 &= (250k^4 + 4(125-89(-1)^k)k^3 + 2(217-267(-1)^k)k^2 + \\ &\quad + 208(1-(-1)^k)k - 51(-1)^k + 51)/48, \\ C_2 &= (10k^2 + 2(1-(-1)^k)k + 3(-1)^k - 3)/8, \\ C_3 &= -(2k+1)((-1)^k - 1). \end{aligned} \quad (6)$$

Решения имеют вид полиномов по k . При этом порядок полиномов (5), (6) для распределенной нагрузки выше, чем для сосредоточенной (4). Решения для сосредоточенной нагрузки также короче. Для нахождения общих членов последовательности в этом случае не требуется иметь последовательность решений длиной до 18, как при распределенной нагрузке. При получении решений в символьной форме это существенное упрощение, особенно учитывая, что скорость символьного процессора весьма небольшая. Решения удобно проверять в той же программе, выполняя все расчеты численно.

Вычисление горизонтального смещения подвижной опоры. При действии вертикальных сил на ферму подвижная левая опора смещается. Расчет этого смещения можно выполнить, воспользовавшись тем же алгоритмом, что и при расчете прогиба. Для этого в формуле (2) в качестве силы $S_j^{[1]}$ следует принять горизонтальную силу, приложенную к подвижной опоре. Индукцией по числу панелей получим формулу для сдвига в случае сосредоточенной нагрузки:

$$\delta = Pa^2(10k^2 + 10(1-(-1)^k)k - (-1)^k + 1)/(4hEF).$$

Сдвиг от равномерно-узловой нагрузки по нижнему и верхнему поясам вычисляется соответственно по формулам:

$$\delta = Pa^2(50k^3 + 3(25-13(-1)^k)k^2 - 5(9(-1)^k + 1)k + 6(-1)^k - 6)/(6hEF),$$

$$\delta = Pa^2(50k^3 + 3(25-13(-1)^k)k^2 + (109-45(-1)^k)k - 33(-1)^k + 33)/(6hEF).$$

Численный пример. Найденную зависимость прогиба от числа панелей для фермы длины $L = 2(2n-1)a = 80$ м с общей нагрузкой на нижний пояс $P_0 = (2n-3)P$ проиллюстрируем кривыми на рис. 4. Безразмерный прогиб, отнесенный к общей нагрузке и длине пролета, обозначим $\Delta' = EF\Delta/(P_0L)$.

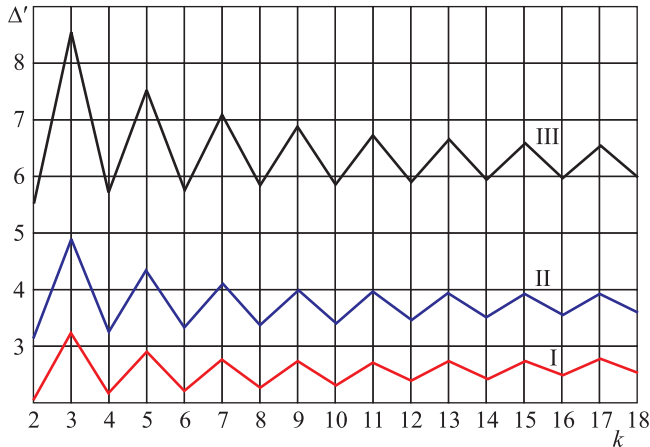


Рис. 4. Зависимость прогиба от числа панелей, $L = 80$ м,
I – $h = 5$ м; II – $h = 4$ м; III – $h = 3$ м

Fig. 4. The dependence of the deflection on the number of
panels, $L = 80$ m, I – $h = 5$ m; II – $h = 4$ m; III – $h = 3$ m

Три кривые, построенные по формулам (3), (5) и (6), соответствуют трем различным высотам фермы. Графики обнаруживают значительные скачки величины прогиба в зависимости от четности числа k , характеризующего число панелей. При изменении k от 2 до 18 соответствующее число панелей в половине пролета меняется, согласно замене (1), от 6 до 46.

Несмотря на скачкообразное изменение прогиба, прослеживается наклонная асимптота, угол наклона которой можно найти в системе Maple. Угол наклона тем больше, чем меньше отношение длины пролета к высоте фермы: $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k = 5h / (12L)$.

Зависимость сдвига от числа панелей при нагружении нижнего пояса более плавная и также имеет асимптоту. В этом случае асимптота горизонтальная и пропорциональна длине пролета: $\lim_{k \rightarrow \infty} \delta' = 25L / (324h)$, где $\delta' = EF\delta / (P_0L)$.

Заключение. Вывод формул для прогиба и смещения подвижной опоры многорешетчатой фермы с четырьмя опорами выполнен методом индукции в системе компьютерной математики Maple. Для предложенного алгоритма внешняя статическая неопределимость конструкции не является помехой. Формулы для зависимостей реакций опор от числа панелей получены одновременно с усилиями в стержнях решетки. Формулы для прогиба фермы оказались сравнительно несложными, полиномиального типа, удобными для получения предварительной оценки деформаций конструкции. Найдены некоторые асимптотики решения. Замечено кинематическое вырождение предложенной схемы фермы и дана формула для общего члена последовательности допустимого числа панелей.

Построенная картина распределения усилий в решетке конструкции показала, что наиболее нагруженные стержни находятся не в серединах поясов. Выведены формулы для усилий в наиболее сжатых и растянутых стержнях. Использованный алгоритм вывода расчетных формул может быть применен в других строительных конструкциях регулярного типа.

Список источников

1. *Lianto F., Trisno R., Teh S.W.* The truss structure system // International Journal of Civil Engineering and Technology. 2018. Vol. 9, no. 11.
2. *Azad K.S., Aminbakhsh S.* High-dimensional optimization of large-scale steel truss structures using guided stochastic search // Structures. 2021. Vol. 33. P. 1439–1456. DOI:10.1016/J.ISTRUC.2021.05.035
3. *Shao X., He G., Shen X., Zhu P., Chen Y.* Conceptual design of 1000 m scale steel-UHPFRC composite truss arch bridge // Engineering Structures. 2021. Vol. 226. P. 111430. DOI:10.1016/j.engstruct.2020.111430
4. *Rybakov V.A., Gamayunova O.* The stress-strain state of frame constructions' elements from thin-walled cores // Construction of Unique Buildings and Structures. 2013. Vol. 12, no. 7. P. 79–123. DOI: 10.18720/CUBS.12.10. URL: <https://unistroy.spbstu.ru/article/2013.12.10> (дата обращения: 04.07.2021).
5. *Tyukalov Y.* Optimal Shape of Arch Concrete Block Bridge // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 93, no. 8. P. 9307. DOI:10.18720/CUBS.93.7
6. *Vatin N., Ivanov A., Rutman Y., Chernogorskiy S., Shvetsov K.* Earthquake engineering optimization of structures by economic criterion // Magazine of Civil Engineering. 2017. No. 8. P. 67–83. DOI:10.18720/MCE.76.7
7. *Dai Q.* Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels // AlfaBuild. 2021. No. 2. P. 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
8. *Овсянникова В.М.* Зависимость деформаций балочной фермы трапециевидной формы от числа панелей // Строит. механика и конструкции. 2020. № 3. С.13–20.
9. *Петриченко Е.А.* Нижняя граница частоты собственных колебаний фермы Финка // Строит. механика и конструкции. 2020. № 3. С. 21–29.
10. *Суд И.Б.* Формулы для прогиба шпренгельной балочной фермы с произвольным числом панелей // Строит. механика и конструкции. 2020. № 2. С. 25–32.
11. *Овсянникова В.М.* Зависимость прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы от числа панелей // Строит. механика и конструкции. 2020. № 4. С. 16–25.
12. *Комержан Е.В., Свириденко О.В.* Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // Строит. механика и конструкции. 2021. № 2. С. 29–37.
13. *Астахов С.В.* Вывод формулы для прогиба внешне статически неопределимой плоской фермы под действием нагрузки в середине пролета // Стр-во и архитектура. 2017. Т. 5, №. 2. С. 50–54.
14. *Воробьев О.В.* О методах получения аналитического решения для проблемы собственных частот шарнирных конструкций // Строит. механика и конструкции. 2020. № 1. С. 25–38.
15. *Vorobev O.V.* Bilateral Analytical Estimation of the First Frequency of a Plane Truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92, no. 7. P. 9204–9204. DOI:10.18720/CUBS.92.4. URL: <https://unistroy.spbstu.ru/article/2020.92.4> (дата обращения: 27.02.2021).
16. *Кирсанов М.Н.* Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строит. механика и расчет сооружений. 2015. № 2. С. 2–6.
17. *Игнатьев В.А.* Расчет регулярных стержневых систем. Саратов: Саратовское высшее военно-химическое училище, 1973. 433 с.
18. *Кирсанов М.Н.* Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник. М.: ИНФРА-М, 2019. 238 с.
19. *Zok F.W., Latture R.M., Begley M.R.* Periodic truss structures // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2016. Vol. 96. P. 184–203.

20. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. Vol. 85, no. 9. P. 607–617.
21. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. Vol. 54, no. 4. P. 756–782.

References

1. Lianto F., Trisno R., Teh S.W. The truss structure system. *International Journal of Civil Engineering and Technology*. 2018; 9(11).
2. Azad S.K., Aminbakhsh S. High-dimensional optimization of large-scale steel truss structures using guided stochastic search. *Structures*. 2021; (33): 1439–1456. DOI:10.1016/J.ISTRUC.2021.05.035
3. Shao X., He G., Shen X., Zhu P., Chen Y. Conceptual design of 1000 m scale steel-UHPFRC composite truss arch bridge. *Engineering Structures*. 2021; (226): 111430. DOI:10.1016/j.engstruct.2020.111430
4. Rybakov V.A., Gamayunova O. The stress-strain state of frame constructions' elements from thin-walled cores. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2013; 12(7): 79–123. DOI: 10.18720/CUBS.12.10. Available at: <https://unistroy.spbstu.ru/article/2013.12.10> (date of application: 04.07.2021).
5. Tyukalov Y. Optimal Shape of Arch Concrete Block Bridge. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020; 93(8): 9307. DOI:10.18720/CUBS.93.7
6. Vatin N., Ivanov A., Rutman Y., Chernogorskiy S., Shvetsov K. Earthquake engineering optimization of structures by economic criterion. *Magazine of Civil Engineering*. 2017; (8): 67–83. DOI:10.18720/MCE.76.7
7. Dai Q. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels. *AlfaBuild*. 2021; (2): 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
8. Ovsyannikova V.M. Dependence of the deformations of a trapezoidal girder on the number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Structural mechanics and structures*. 2020; (3): 13–20. (In Russ.).
9. Petrichenko E.A. The lower limit of the frequency of natural vibrations of the Fink truss. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Structural mechanics and structures*. 2020; (3): 21–29. (In Russ.).
10. Sud I.B. Formulas for the deflection of a truss girder with an arbitrary number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Structural mechanics and structures*. 2020; (2): 25–32. (In Russ.).
11. Ovsyannikova V.M. Dependence of the deflection of a planar externally statically indeterminate truss on the number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Structural mechanics and structures*. 2020; (4): 16–25. (In Russ.).
12. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Structural mechanics and structures*. 2021; (2): 29–37. (In Russ.).
13. Astakhov S.V. The derivation of formula for deflection of statically indeterminate externally flat truss under load at midspan. *Stroitel'stvo i arkhitektura = Construction and Architecture*. 2017; 5(2): 50–54. (In Russ.).
14. Vorobiev O.V. On methods of obtaining an analytical solution for the problem of natural frequencies of hinged structures. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii = Structural mechanics and structures*. 2020; (1): 25–38. (In Russ.).
15. Vorobiev O.V. Bilateral Analytical Estimation of the First Frequency of a Plane Truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020; 92(7): 9204–9204. DOI: 10.18720 / CUBS.92.4. Available at: <https://unistroy.spbstu.ru/article/2020.92.4> (date of application: 27.02.2021).

16. Kirsanov M.N. Analytical calculation of a spatial rod regular structure with a planar face. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy = Building mechanics and calculation of structures*. 2015; (2): 2–6. (In Russ.).
17. Ignatiev V.A. Calculation of regular rod systems. Saratov: Saratov Higher Military Chemical School, 1973. 433 p. (In Russ.).
18. Kirsanov M.N. Planar trusses. Schemes and formulas: a handbook. Moscow: INFRA-M, 2019. 238 p. (In Russ.).
19. Zok F.W., Latture R.M., Begley M.R. Periodic truss structures. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2016; (96): 184–203.
20. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Z. Angew. Math. Mech.* 2005; 85(9): 607–617.
21. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006; 54(4): 756–782.

Информация об авторе

М.Н. Кирсанов – доктор физико-математических наук, профессор

Information about the author

M.N. Kirsanov – DSc, Professor

Статья поступила в редакцию 20.09.2021
Одобрена после рецензирования 21.10.2021
Принята к публикации 28.10.2021

The article was submitted 20.09.2021
Approved after reviewing 21.10.2021
Accepted for publication 28.10.2021