

**О термомеханических процессах**

д.ф.-м.н. проф. Кийко И.А.  
МГУ им. М.В. Ломоносова  
8(495)9395539, [elast5539@mail.ru](mailto:elast5539@mail.ru)

*Аннотация.* Теория термомеханических процессов как рабочий аппарат при разработке уравнений состояния и термодинамики сплошной среды включает в себя все основные разделы фундаментальной механики деформируемого твердого тела. В предлагаемой работе рассматриваются два аспекта общей проблемы: 1) немонотонные процессы вязкопластических течений; 2) панельный флаттер вязкоупругих пластин. В первом случае выделяется принципиально новая проблема – определение функционала контактного трения и построение теории пластичности при сложных нагружениях тел с неоднородным начальным напряженно-деформированным состоянием. Решение предполагается искать с помощью метода СН-ЭВМ в совокупности с образованием банка данных. Во втором случае ставится проблема окончательно разъяснить известный парадокс об определении критических параметров в задаче о флаттере вязкоупругой пластины. В статье также затрагиваются вопросы научной этики и морали; побудительной причиной к этому послужили появившиеся публикации, в которых субъективно и предвзято трактуются исторические факты, касающиеся развития науки о термомеханических процессах.

*Ключевые слова:* термомеханические процессы, функционалы пластичности и контактного трения, немонотонные процессы, панельный флаттер как процесс, научная этика и мораль

Работа подготовлена по материалам доклада, прочитанного на XIV международной конференции «Современные проблемы математики, механики, информатики», посвященной 90-летию со дня рождения профессора Л.А.Голоконникова. Тула, 17–20 сентября 2013 г.

Фундаментальная механика деформируемых твердых тел – это наука о термомеханических процессах (ТМП), происходящих в телах, конструкциях, сооружениях, природных образованиях, биологических структурах при их взаимодействии между собой и с внешними физическими полями различной природы (тяготение, потоки тепла, электромагнитные поля, проникающие излучения). В данном определении ТМП содержится предмет исследования. Метод исследования – это разработка физической модели явления, соответственно ей – математической модели и ее исследование средствами современной математики и вычислительной техники. Неотъемлемой частью исследования на всех его стадиях является макроэксперимент (натурный, производственный, лабораторный). Очевидно, теория ТМП – это феноменологическая наука, активно использующая достижения физики твердого тела, материаловедения, других естественных наук.

Под термомеханическим процессом, происходящим в материальной частице сплошной среды, мы понимаем задание одних параметров (как правило, деформаций, их скоростей, температуры и др.) и определение (отклик системы) других (как правило, напряжений). Эта связь представляется в форме функционалов по времени (примеры будут приведены ниже). В рамках этих представлений не бывает упругих, упругопластических или других тел, в разных ТМП тела могут проявлять разные свойства (пример – сталь: в большинстве конструкций и сооружений она проявляет свойства упругости, с ростом нагрузок – упругопластические свойства, в области сверхвысоких давлений и температур – кумулятивная струя – она ведет себя как идеальная несжимаемая жидкость).

Теория ТМП включает в себя основные разделы современной механики деформируемого твердого тела

- термовязкопластичность, исчерпание запаса пластичности (физико–математические основы технологии обработки материалов давлением);

- пластичность при сложных нагружениях и больших деформациях;
- процессы накопления поврежденности, длительная и малоцикловая прочность, долговечность;
- механика композитов;
- механика сверхпластичности и эффект памяти формы;
- динамика и устойчивость (в том числе панельный флаттер элементов конструкций).

В предлагаемой работе мы сосредоточим внимание на двух проблемах:

- 1) постановке начально-краевых задач вязкопластического течения в немонотонных процессах;
- 2) панельном флаттере вязкоупругих пластин и оболочек.

Казалось бы, это совершенно различные направления исследований; их роднит, тем не менее, наличие «внутреннего» характерного времени, входящего в определяющие соотношения: в вязкопластичности – это характерная скорость деформации, в вязкоупругости – время релаксации. В обоих случаях это заметно затрудняет возможности физического моделирования.

Отчетливое понимание того факта, что теорию пластичности надо разрабатывать в рамках теории процессов, было сформулировано А.А. Ильюшиным в 1942 году в работе [1]. Было введено понятие простого нагружения и построена хорошо всем известная и широко используемая теория малых упругопластических деформаций. По определению все непротытые процессы нагружения называются сложными; теория таких процессов изложена в фундаментальной работе А.А. Ильюшина [2] и его монографиях [3, 4]. Введены пятимерные векторные пространства деформаций и напряжений (на основе соответствующих девиаторов), механические свойства материалов разделены на векторные и скалярные, сформулированы постулат изотропии и принцип запаздывания (след запаздывания – новая характеристика материала как мера при классификации процессов по степени их сложности). В предисловии к монографии [4] написано: «Последовательно дана теория процессов деформации и напряжения – рабочий аппарат при построении уравнений состояния и термодинамики сплошной среды на базе постулата макроскопической определенности, который применительно к начально квазиизотропным средам называется постулатом изотропии». Теоретические и экспериментальные исследования, появившиеся после работ [2-4] в течение нескольких десятилетий, практически все относятся к изотермической пластичности при сложных нагружениях и малых деформациях; основная проблема – определение функционалов пластичности, входящих в векторные и скалярные определяющие соотношения. Сложилось так, что в работах последних лет, особенно в монографиях, вышедших из-под пера В.Г. Зубчанинова и его коллег, в словосочетании «теория упругопластических процессов» второе слово вовсе опускалось и речь велась вообще о «теории процессов», в которую определяющий вклад внес В.Г. Зубчанинов. Такие оценки, а в особенности самооценки, в научных исследованиях не сочетаются с принятыми нормами этики и морали (пусть это будет на совести автора!). Следовало бы хорошенько помнить (по словам выдающегося физика Р. Оппенгеймера) о том, что в научных исследованиях полезно обращаться к тому, что было сделано в данной области знаний 50 и даже 100 лет назад; такова логика развития науки. Ниже об этом еще пойдет речь.

Обратимся к теории изотермических упругопластических процессов; ее «потребители» – это в основном технологии тонколистовой прокатки и штамповки при малых и больших деформациях и перемещениях с промежуточными разгрузками и догрузками (процессы с переходами). Отсюда вытекает новая проблема: разработка теории упруго-пластических процессов при больших деформациях в телах с начальным напряженно-деформированным состоянием. Проблема лежит в области идей и методологии метода СН-ЭВМ с использованием баз данных (см. работу Р.А. Васина [5], там же приведена дополнительная библиография). «Метод СН-ЭВМ» А.А. Ильюшина – так принято в теории пластичности называть способ решения краевых задач при отсутствии (или при неполной) информации о свойствах материала. В.Г. Зубчанинов и его коллеги в Тверском ГТУ называют свою установку «Эксперимен-

тальный комплекс СН-ЭВМ им. А.А. Ильюшина». Нам представляется, что не в правилах научной этики и морали так обращаться с именем нашего Учителя. В качестве тестовой можно предложить задачу о попеременном обжатии по противоположным граням («кантовка») бруса прямоугольного поперечного сечения (с учетом трения на гранях). Полагаю, что в первом приближении (длинный брус, плоская деформация в прямоугольнике, степень обжатия  $(10 \div 15\%)$ ); эту задачу можно решить в рамках варианта теории В.С. Бондаря [6] и построить образ процесса в некоторых характерных точках области.

Термомеханические процессы в условиях развитого формоизменения – это физико-математическая основа механики и технологии обработки материалов давлением (ОМД). Сложность физических явлений, происходящих в обрабатываемом материале, неизбежно приводит к упрощающим гипотезам при построении физических и соответствующих им математических моделей. Общепринятым на сегодня является представление о том, что монотонные процессы ОМД в сравнительно широком диапазоне изменения температур и скоростей деформаций с достаточной полнотой и точностью описываются теорией процессов малой кривизны. В эйлеровом представлении процесса отсюда следует векторное (или тензорное) определяющее соотношение (ОС):

$$S_{ij} = \frac{2\sigma_u}{3v_u} V_{ij}, \quad (1)$$

в котором:  $S_{ij}$  – девиатор истинных напряжений,  $V_{ij}$  – девиатор скоростей деформаций,  $\sigma_u$ ,  $v_u$  – их интенсивности соответственно.

По существу (1) – это математическое выражение Сен-Венана, но существенно более богатое по содержанию, поскольку  $\sigma_u$  может быть функционалом по времени от параметров процесса:

$$\sigma_u = F_1^{(t)} \{T, v_u, e_c, p\}. \quad (2)$$

Математическую модель процесса ОМД составляют, вместе с (1) и (2), уравнения движения, начальные и граничные условия, уравнение сохранения массы, уравнения теплопроводности для пластического потока и тел инструментов и соответствующие условия теплового контакта. В дальнейшем будем полагать, что тепловая задача отделяется – температура считается известной функцией координат и времени. В соотношении (2)  $T$  – температура,  $e_c$  – степень деформации, определяемая из уравнения  $de_c/dt = v_u$ ,  $-3p = 3\sigma = \sigma_{ij}\delta_{ij}$ . Второе скалярное ОС представляется также в форме функционала ( $\rho$  – плотность):

$$\rho = F_2^{(t)} \{p, v_u, e_c\}. \quad (3)$$

Для подавляющего большинства процессов принимается условие несжимаемости  $\rho = \rho_0 = const$ ; если оно не оправдывается (пористые спеченные материалы, керамика), то можно принять  $\rho = \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot f(\sigma, v_u))$ ,  $\alpha^2 \ll 1$ , и тогда из уравнения сохранения массы  $\partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho v) = 0$  следует:

$$\text{div}\bar{v} + \alpha \cdot \frac{\partial f}{\partial t}, \quad (4)$$

здесь  $\bar{v}$  – вектор скорости потока.

Сверхпластичность (СП) – термомеханический процесс, в котором материал в довольно узком температурном интервале и при ограничениях на скорость деформации и размер зерна приобретает свойство деформироваться без разрушения до степени деформации порядка сотен процентов при существенно пониженном сопротивлении сдвигу. Заметим, что механические свойства материала в режиме СП существенно зависят от перечисленных выше пара-

метров, в особенности от скорости деформации.

Математическую модель процесса СП составляют уравнения (1)–(4), однако они должны быть дополнены условиями существования области СП-состояния:

$$T_1 \leq T \leq T_2, \quad v_u \leq v_u^*, \quad d < d_0, \quad (5)$$

здесь:  $d$  — размер зерна, который, как правило, определяется из эволюционного уравнения  $\dot{d} = \varphi(d, T, v_u)$ ; они выделяют подобласти, занятые материалом в различных состояниях (СП-материалом и «обычным» вязкопластическим материалом), границы раздела определяются из условий непрерывности векторов скорости и напряжений, теплового потока и температуры.

Технологические процессы ОМД происходят через механическое и тепловое взаимодействие пластического потока с рабочими поверхностями тел инструмента. Будем считать, что трение между потоком и поверхностью контакта изотропно, и пренебрежем упругими деформациями инструментов; тогда движение поверхности контакта известно:  $\Phi(\bar{x}, t) = 0$ , и условие непроницаемости запишется в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \bar{v} \cdot \text{grad} \Phi = 0. \quad (6)$$

Величина контактного касательного напряжения  $\tau_{\text{кас}}$  — определяемый из опыта (или теоретически) функционал процесса:

$$\tau_{\text{кас}} = F_3^{(t)} \left\{ \sigma_N, \mu_k, \left| \overline{\Delta v} \right|, T \right\}, \quad \bar{x} \in S, \quad (7)$$

здесь:  $\sigma_N$  — нормальное напряжение,  $\mu_k$  — коэффициент трения,  $\overline{\Delta v}$  — вектор скорости относительно скольжения.

Вектор касательного напряжения задается соотношением:

$$\bar{\tau}_N = -\tau_{\text{кас}} \cdot \frac{\overline{\Delta v}}{\left| \overline{\Delta v} \right|}. \quad (8)$$

Определение функционалов  $F_1$  и  $F_3$  — это фундаментальная проблема в МДТТ; возникающие при этом трудности хорошо известны — достаточно ознакомиться с опытом построения функционалов пластичности в теории упругопластических процессов. В теориях ТВП и СП эти трудности усугубляются существенным влиянием температуры, скорости деформации и других параметров, а также тем, что происходят они при больших деформациях (последнее относится к функционалу  $F_1$ ). Поэтому первый и важнейший вопрос (он сформулирован в работе [7]), на который следует получить ответ: существует ли, и если да, то какие, классы термомеханических процессов, в которых функционалы  $F_1$  и  $F_3$  можно с заданной точностью заменить функциями нескольких переменных. В работе [7] предложена методика проведения двух серий экспериментов, по результатам которых можно было бы ответить на поставленный вопрос; к сожалению, нам неизвестно, были ли эти методики использованы. Приведем описание одного из экспериментов. Представим себе две тонкостенные трубки, выполненные из материалов, составляющих пару трения; внешний радиус трубок  $R$ , толщина  $h$ . Трубки прижимаются торцами осевой силой  $P(t)$  и вращаются одна относительно другой с угловой скоростью  $\omega(t)$ , так что относительная скорость скольжения  $V_0(t) \cong \omega(t) \cdot R$ . Поскольку  $h/R \ll 1$ , температура (при одинаковых условиях теплообмена на внешней и внутренней поверхностях) и напряженно-деформированное состояние в области контакта с хорошей точностью однородны. Независимо задаваемыми в опыте парамет-

рами являются давление  $p(t) = P(t)/(2\pi Rh)$  и скорость  $V_0(t)$ ; измеряемыми параметрами – касательное напряжение трения  $\tau_0(t) = M(t)/(2\pi R^2 h)$  и температура;  $M(t)$  – крутящий момент.

В плоскости параметров  $T, p$  (рисунок 1) зададим точку  $K_1(T^*, p^*)$ , где  $T^*, p^*$  значения  $T, p$  в момент  $t^*$ , начиная с которого (при постоянной заданной скорости  $V_0$ ) процесс становится установившимся (рисунок 1а); результат измерений фиксируется на плоскости  $t, \tau_0$  (рисунок 1б). В точку  $K_1$  можно прийти разными путями (история нагружения); осуществим их последовательно:

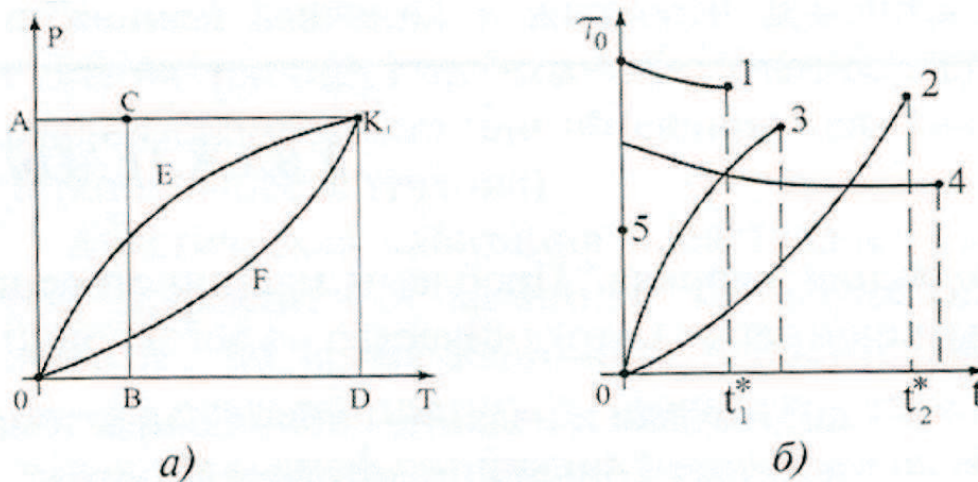


Рисунок 1.

$OAK_1$ :  $V_0 = V_0^{(1)}$ ,  $p = p^* \cdot H(t)$ ;  $\tau_0 = \tau_0(t_1^*)$  - точка 1;

$OEK_1$ :  $V_0 = V_0^{(1)}$ ,  $p = p_2 \cdot H(t)$ ;  $\tau_0 = \tau_0(t_2^*)$  - точка 2;

$OFK_1$ :  $V_0 = V_0^{(1)}$ ,  $p = p_3 \cdot H(t)$ ;  $\tau_0 = \tau_0(t_3^*)$  - точка 3.

Значения  $\tau_0(t_0^k)$  в наборе из  $k$  опытов при различных путях нагружения, вообще говоря, не совпадут (значения  $t_k^*$  очевидно не совпадут). Выберем из данного набора  $\tau_{0\min}$  и  $\tau_{0\max}$  и определим разброс  $\eta_1 = (\tau_{0\max} - \tau_{0\min}) / (\tau_{0\max} + \tau_{0\min})$ . Выберем другие точки  $K_s$ , проведем аналогичную серию опытов при той же скорости  $V_0$  и найдем разбросы  $\eta_s$ . Выберем допуск  $\delta$ ; если хотя бы в одном из опытов  $\eta_s$  заметно превосходит  $\delta$ , то  $\tau_0$  – функционал процесса. Предлагаемый эксперимент многопрограммный, то есть, например, можно провести серию опытов при другой скорости  $V_0$  и т.д.

Программу опытов в условиях однородных по области контакта состояний желательно существенно расширить, усложнив законы изменения по времени основных параметров: скорости скольжения, давления, температуры. Особенно интересны изменения скорости и давления в форме ступеньки («мгновенное» изменение), поскольку в этом случае «отклик» системы – вид функции  $\tau_{\text{кас}}(t)$  – может многое сказать о существовании явления. Из результатов таких опытов создается база данных, используемая для расчета реальных процессов. (Здесь прослеживается полная аналогия с идеями метода СН-ЭВМ).

Замечание. Выше шла речь о функционалах сухого трения; наличие смазок существен-

но усложнит задачу.

С сожалением следует отметить, что исследования в обсуждаемом направлении механиков-теоретиков, механиков-технологов (обработчиков) и трибологов консолидированы в совершенно недостаточной мере.

До сих пор мы говорили о монотонных процессах активной деформации; но в технологии ОМД большинство процессов происходит с переходами, т.е. с полными (по внешним воздействиям) разгрузками. В большинстве случаев это происходит кинематически, т.е. поток перестает контактировать с инструментом. Пусть  $\Phi_1(\bar{x}, t)$  – известный закон движения инструмента при разгрузке, а  $\tau_{\text{кас}} = F_{3p}^{(t)} \{ \sigma_N, \mu_k \}$  – закон трения, тогда на границе контакта должны быть выполнены условия (6)–(8), а приращения деформаций и напряжений в точках потока определяются по теореме о разгрузке [8] (пока ограничимся изотермическими процессами). Допустим, что к моменту разгрузки в потоке известны векторы напряжений  $\bar{\sigma}$  и деформаций  $\bar{\varepsilon}$ , т.е. в каждой точке потока построен образ процесса в пятимерном пространстве. Следующий шаг – определение параметров внутренней геометрии траектории деформации; если они отвечают условиям теории процессов малой кривизны, то можно приступить к исследованию второго этапа, обратившись к банку данных (метод СН-ЭВМ!). Если нет – теория требует уточнения.

Допустим, что поле остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{\text{ост}}$  и деформаций  $\bar{\varepsilon}_{\text{ост}}$  известно; на втором этапе процесса (при новых граничных условиях) мы имеем новую задачу на траектории с изломом при заданном начальном НДС. В первом приближении можно принять, что второе звено траектории  $\bar{\varepsilon}$  будет кривой малой кривизны, тогда векторные ОС можно принять в форме закона течения С.-В.; наоборот, о скалярных ОС, даже в области малых деформаций, данных практически нет. Из сказанного вытекает важная в приложениях новая научная проблема: построение теории упругопластических процессов (а в дальнейшем – теории термомеханических процессов) на многозвенных траекториях малых кривизн и при произвольных деформациях. На первом этапе программа исследований могла бы включать эксперименты на двухзвенных траекториях с промежуточными разгрузками в области деформации в пределах (3~5)%.

Ознакомиться с исследованиями по проблеме панельного флаттера вязкоупругих пластин мы предлагаем читателю по обстоятельному обзору [9], там же приведена подробная библиография. В данной работе будут конспективно изложены основные идеи и результаты современных исследований по флаттеру вязкоупругих пластин.

Предположим, что механические свойства материала пластины описываются линейным функционалом Вольтерры:

$$\sigma(t) = \left( \varepsilon(t) - \lambda \int_0^t \Gamma(t-\tau) \varepsilon(\tau) d\tau \right) \equiv E_0 (1 - \lambda \hat{\Gamma}(t)) \varepsilon(t), \quad (9)$$

здесь:  $E_0$  – мгновенный модуль,  $\lambda$  – параметр вязкости; ядро интегрального оператора

$\Gamma(t)$  содержит еще один параметр – время релаксации  $\beta$ .

Колебания и устойчивость пластины в сверхзвуковом потоке газа будем рассматривать в рамках поршневой теории как начально-краевую задачу для хорошо известной математической модели:

$$D_0 (1 - \lambda \hat{\Gamma}(t)) \Delta^2 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\gamma p_0}{a_0} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + v_0 n^0 \text{grad} w \right) = 0, \quad (10)$$

$$x, y \in S, \quad w = 0, \quad M_1(w) = 0, \quad (11)$$

$$t = 0, w = w_1(x, y); \frac{\partial w}{\partial t} = w_2(x, y), \quad (12)$$

здесь введены обозначения:  $D_0 = E_0 h^3 / (12(1 - \nu^2))$ ,  $\rho$ ,  $\nu$ ,  $h$  – плотность; постоянный коэффициент Пуассона материала пластины и ее толщина,  $\gamma$ ,  $p_0$ ,  $a_0$  – показатель политропы газа, давление и скорость звука в нем,  $v_0$  – скорость потока,  $n^0 = \{\cos \theta, \sin \theta\}$  – его направление;  $M_1(w)$  – известный в теории пластин оператор.

В первых исследованиях начальное условие (12) отсутствовало, решение имело форму  $w(x, y, t) = W(x, y) \exp(\omega t)$  и использовался метод усреднения. Результат всегда вызывал неудовлетворенность: было показано, что критическая скорость флаттера (в частной постановке для прямоугольной шарнирно опертой пластины) равна примерно половине мгновенно-модульной, не зависит от характеристик вязкости  $\lambda$  и  $\beta$ , а зависит от коэффициента Пуассона. Ситуация оставалась неразъясненной до начала нынешнего столетия; о дальнейшем – речь ниже.

Идею исследования системы (9)-(12) изложим на примере прямоугольной пластины. Система (9)-(12) переводится в пространство изображений Лапласа по времени, ее решение представляется по Галеркину в виде суперпозиции координатных функций ( $s$  – параметр преобразования Лапласа)

$$W(s, x, y) = a_k(s) \cdot \varphi_k(x, y), \quad k = 1, \dots, N$$

и проводится обычная проекционная процедура. В результате получается система линейных уравнений относительно  $a_k(s)$ :

$$A_{ik}(s) \cdot a_k(s) = B_i(s),$$

в которой правые части зависят только от начальных данных. Решение системы имеет вид:

$$a_k(s) = \frac{\Delta_k(s)}{\Delta(s)}, \quad \Delta(s) = \|A_{ik}(s)\| \quad (13)$$

Исследование асимптотической устойчивости решения (13) основано на известных теоремах операционного исчисления: асимптотическое поведение  $a_k(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  определяется полюсами и точками ветвления аналитических функций  $a_k(s)$ , т.е. корнями и точками ветвления определителя  $\Delta(s)$ . Если корни уравнения  $\Delta(s) = 0$  и точки ветвления лежат в левой полуплоскости комплексной плоскости  $s$ , то решение устойчиво. Если ядро  $\Gamma(t)$  – регулярное (сумма экспонент), то  $\Delta(s)$  – многочлен, и задача упрощается; если ядро – сингулярное (типа Ржаницина – Колтунова), то точка ветвления, будучи отрицательной, вклад в неустойчивость не вносит, и дело сводится к определению корней уравнения  $\Delta(s) = 0$ .

Отмеченный выше парадокс в определении критической скорости флаттера вязкоупругой пластины в рамках теории процессов близок, как нам представляется, к окончательному разъяснению; совсем недавно [10] на примере точного решения тестовой задачи о флаттере полосы при продольном обтекании показано, что критическая скорость флаттера может лежать в диапазоне от мгновенно-модульной до предельно-модульной: в зависимости от того, как соотносится между собой время релаксации и период основного тона собственных колебаний упругой полосы с модулем  $E_0$ .

Приведенный выше краткий обзор исследований по некоторым научным направлениям в проблеме термомеханических процессов, а также материалы различных научных собраний последних лет свидетельствуют о том, что эти исследования проводятся регулярно и успешно (международные симпозиумы в МГУ, конференции в ТулГУ, школы-семинары в Университете машиностроения и др.). В частности, в последнем сборнике «Упругость и неупругость» (изд. МГУ, 2012) половина статей посвящена различным аспектам теории термомеханических процессов, в том числе перспективам ее развития. Наоборот, бесперспективными мне представляются попытки устанавливать приоритеты в развитии науки – гораздо полезней было бы устанавливать более тесные контакты между научными коллективами различных школ. Здесь я обращаюсь к нашему учителю А.А. Ильюшину; на своих семинарах он учил нас бескомпромиссно, но в то же время бережно относиться к успехам – своим и своих коллег. Мне приходилось от него слышать: «Неужели в нашей прочности стало тесно от мыслей?»; в его творчестве мыслям действительно было тесно, и он ими не задумываясь делился с коллегами.

Эти соображения пришли мне в голову после прочтения статьи В.Г. Зубчанинова «О моих учителях» (См. Вестник Чувашского гос. пед. ун-та; серия Механика предельного состояния. № 1(19), 2011). В этой статье, изобилующей самооценками, которые не сочетаются с принятыми нормами научной этики (пусть это будет на совести автора), содержатся утверждения, искажающие истинное положение вещей. Читаем: «Московский государственный университет существенно ослабил свои исследования в области пластичности и прочности... Смею утверждать, что «ильюшинское» направление в теории пластичности с конца 80-х годов прошлого столетия сместилось в Тверь, в технический университет, а также в ряд других научных центров страны. В Твери продолжают интенсивно вестись фундаментальные теоретические и экспериментальные исследования в области процессов пластического деформирования материалов... Построенную мною общую теорию определяющих соотношений в теории пластичности можно отнести к моему третьему самому крупному достижению мирового уровня в этой области познания».

Что же, действительно в Твери стало тесно от новых мыслей? Можно усомниться (см. примеры); от чего действительно там тесно, так это от избытка публикаций и книг, которые во многом повторяют одна другую.

Пример 1. В большой серии публикаций В.И. Гулятьева (соавторы почти во всех отец и сын Зубчаниновы) представлены результаты опытов по сложному нагружению, которые названы тестовыми. Для каких реальных процессов (в технологии и машиностроении) они являются тестовыми, не указано; это производит впечатление случайного набора экспериментов, не объединенных какой-либо общей идеей. И это называется фундаментальными исследованиями?

Пример 2. В том же журнале (2011, № 2(10)) опубликованы две статьи В.Г. Зубчанинова и В.И. Гулятьева об экспериментах по устойчивости цилиндрической оболочки при сжатии после предварительного нагружения по двум различным траекториям. Первый вопрос – тот же: из каких соображений выбраны траектории предварительного нагружения? Как и в первом случае, ответа нет. Второй вопрос – какой принят экспериментальный критерий потери устойчивости – также оставлен без ответа. Эти эксперименты тоже из разряда фундаментальных?

\* \* \*

А.А. Ильюшин довольно скромно написал о своем вкладе в науку: «В 60-е годы я снова оказался на своей кафедре теории упругости МГУ. Начался этап оформления идей, создания теории упругопластических процессов, общей математической теории термовязкопластичности и термодинамики сплошных сред». Помня об этом, нам надлежит в свободных дискуссиях, бережно относясь к научному наследию Алексея Антоновича, преумножать и развивать его. Проходило заседание семинара, на котором делал доклад один из коллег Алексея Анто-



новича. Шло стандартное обсуждение научных проблем, и вот в момент, когда докладчик дошел до основного тезиса в своем сообщении, раздался возглас А.А. Ильюшина: «А вот тут-то, дорогой мой, я Вам и скажу: «Ха-ха!»». Докладчик изумленно замолчал, а А.А. повторил «Да-да, мой дорогой, ха-ха!». Кое-как доклад был завершен; в обсуждении А.А. все поставил на свои места. Прежде чем заниматься оценками достижений коллег и особенно своих, полезно мысленно обратиться к Учителю и подумать, не скажет ли он свое знаменитое «Ха-ха!».

### Литература

1. Ильюшин А.А. Механика упругих и пластических деформаций твердых тел.//Труды. Т. 1 (1935–1945). М., Физматект. 2003. С. 232-272. (Рукопись, ноябрь 1942 г. Работа полностью опубликована в журнале ПММ, т. УІІ, вып.4, 1943 г. под названием «Некоторые вопросы теории пластичности»).
2. Ильюшин А.А. О связи между напряжениями и малыми деформациями в механике сплошных сред.//ПММ. 1954. т. 18. вып. 6. С. 641-666.
3. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М. Изд. АН СССР. 1963. 271 с.
4. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М., Изд. Московского университета. 1971. 247 с.
5. Васин Р.А. Теория упругопластических процессов и исследование структурно-механических свойств материалов.//Изв. РАН. Механика твердого тела. 2011. № 1. С. 19-26.
6. Бондарь В.С., Даншин. Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения. М., Физматлит., 2008. 176 с.
7. Кийко И.А. О сухом трении твердых тел при упругопластических деформациях.//Проблемы машиностроения и автоматизации. 2004, № 4. С. 67-72.
8. Ильюшин А.А. Пластичность. М., Логос. 2004. С. 376.
9. Kiiiko I.A., Pokazeev V.V. Flutter of a viscoelastic strip//Jornal of Engineerig Mathematics. 2012. Vol. 78. № 1. pp. 1-10.
10. Кийко И.А., Показеев В.В. К вопросу о флаттере вязкоупругой полосы.// Вестник Моск. ун-та. Серия 1. Математика. Механика. 2013. № 1. С. 62-65.