

DOI: 10.17117/na.2017.03.03.262

<http://ucom.ru/doc/na.2017.03.03.262.pdf>

Поступила (Received): 23.03.2017

Кирсанов М.Н., Лафицкова М.Г., Никитина А.С. Анализ прогиба плоской стропильной фермы

**Kirsanov M.N., Lafickova M.G., Nikitina A.S.
Analysis of the deflection of flat roof trusses**

Ферма с прямолинейным верхним поясом с панелями треугольной формы, состоящими из стержней, соединенных по пять в одном узле снизу фермы, нагружена сосредоточенной силой. Выводится точная зависимость прогиба от числа панелей. Получены формулы для усилий в наиболее нагруженных стержнях

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Кирсанов Михаил Николаевич

Доктор физико-математических наук, профессор
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Лафицкова Марина Геннадьевна

Студент
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Никитина Анастасия Сергеевна

Студент
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

A truss with a straight upper belt with panels of triangular shape, consisting of rods joined at five to one node on the bottom of the truss loaded by a concentrated force. Displays an accurate dependence of the deflection of the panels. The formulas for forces in the most loaded rods are obtained

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Kirsanov Mikhail Nikolaevich

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Lafickova Marina Gennad'evna

Student
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Nikitina Anastasya Sergeevna

Student
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Trusses that have a periodic structure can be designed for stiffness in analytical form for arbitrary number of cells frequency [1-5]. Among these trusses (generally rare) the truss in figure 1. The truss is formed by rods with a length of a horizontal belt, and the front height h and the gusset (inclined rods) in length $c = \sqrt{a^2 + h^2}$ and $d = \sqrt{4a^2 + h^2}$. We find the dependence of the deflection of the truss from the number of panels n . Consider the case of loading a concentrated force P truss with an odd number of panels $n=2k-1$. The formula of Maxwell-Mohr to determine the deflection at

Midspan when it is simplified: $EF\Delta = P \sum_{i=1}^{m-3} S_i^2 l_i$. Here EF is the stiffness of the rods, S_i – the forces in the rods from a single force, l_i – the length of rods, $m=8n+4$ number of rods, including the three support bar, taken hard.

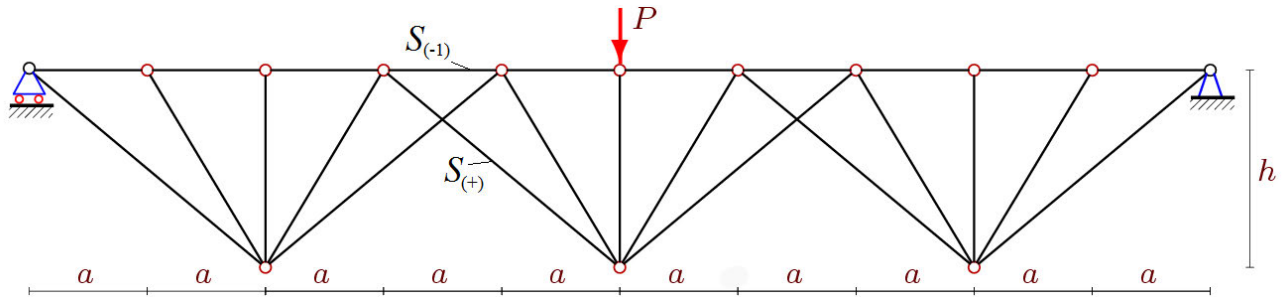


Fig. 1. Truss, $k=2, n=3$

The forces in the rods will determine by the method of cut-node and program [6] written in the language of symbolic mathematics Maple. A separate decision with different k generalize by induction. To do this, note first that for any k , the result remains the same

$$EF\Delta = P \frac{A_k a^3 + D_k d^3 + C_k c^3 + H_k h^3}{4h^2 L},$$

change only the coefficients. Having received the calculation results for individual trusses the sequence of coefficients, we apply the operator **rgf_findrecur** from the **genfunc** package of Maple that returns a recurrence equation for the General term of the sequence. For example, obtaining the sequence of coefficients 0, 50, 220, 582, 1208, 2170, 3540, 5390, 7792, 10818 of c^3 , we have the following equation for C_k

$$C_k = 4C_{k-1} - 6C_{k-2} + 4C_{k-3} - C_{k-4}.$$

The solution of this equation with initial data $C_1 = 0, \dots, C_5 = 1208$ gives the operator rsolve: $D_k = 12k^2(k-1) + 2k - 1$. Similarly we get the other coefficients:

$$A_k = 108k^2(k-1) + 18k - 2, C_k = 12k^2(k-1) + 2k - 2, H_k = 4.$$

A graph of deflection from the number of panels (Fig. 2) in the condition of constancy of the length of the span $a = L(3n+1)$ shows that the solution for the dimensionless quantities $\Delta' = \Delta EF / (PL)$ has some peculiarities.

With the increase in the number of panels the deflection is growing, but growing so that different heights truss h it turns out that the deflection is the same for some number k . Besides having an analytical form of the solution, it is possible to identify the cubic growth pattern of deflection "at infinity":

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k^3 = 6h / L.$$

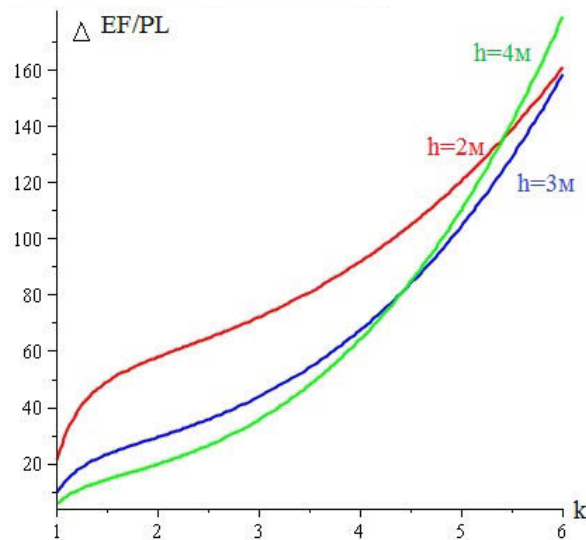


Fig. 2. The dependence of the deflection of the number of beams at various heights h

To assess the stability and strength of the truss it is needs to know the stress in the most compressed and stretched elements of the construction. Most compressed the rod is not in the middle of the upper belt, and a neighboring element (Fig. 1). We have the following expression $S_{(-)} = -P(6k - 5)a / h$. The stretched rod is also unclear. Turns out it's a side brace middle panel: $S_{(+)} = P(3k - 2)d / (2h)$. Similar patterns of trusses studied using the same approach in [7-18].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях симметричной балочной фермы // *Строительство и реконструкция*. 2017.1(69). С.19-23.
2. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // *Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова*. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
3. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // *Вестник МГСУ*. 2016. № 10. С. 35-44.
4. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type // *Architecture and Engineering*. 2016. Т. 1. № 3. С. 14-17.
5. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
6. Кирсанов М.Н. Зависимость прогиба решетчатой фермы от числа панелей // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 4 (44). С. 150-157.
7. Кирсанов М.Н. *Решебник. Теоретическая механика*. М.: Физматлит, 2008. 382 с.
8. Дегтярев Н. Р., Троцило А. П. Прогиб балочной фермы шпренгельного типа // *Актуальные вопросы образования и науки*. Ч. 10. Тамбов: Консалтинговая компания Юком, 2014. С. 52-54.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа "Butterfly" // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 4. С. 2-5.
10. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с увеличенным подферменным пространством // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 5 (262). С. 21-25.
11. Фам Ч. Т. Формула для прогиба фермы типа "Butterfly", загруженной по нижнему поясу // *Научный альманах*. 2016. №6-2 (19). С. 299-301.
12. Савиных А.С. Формула для расчета смещения подвижной опоры плоской статически определимой фермы // *Научный альманах*. 2016. N 9-2(23). С. 46-49.
13. Харик С.А. Индуктивный метод для расчета прогиба плоской статически определимой фермы, загруженной в середине пролета // *Научный альманах*. 2016. N 11-2(25). С. 332-334.

14. Тиньков Д.В. Формулы для расчёта прогиба впарушенной балочной раскосной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 2. № 13 (13). С. 10-14.
15. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №5(57). С. 66-73.
16. Ершов Л.А. Расчет прогиба балочной фермы, загруженной по верхнему поясу и половине верхнего пояса в аналитической форме // *Научный альманах*. 2016. N 9-2(23). С. 21-23.
DOI: 10.17117/na.2016.09.02.021
17. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
18. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.

© 2017, Кирсанов М.Н., Лафицкова М.Г.,
Никитина А.С.

Анализ прогиба плоской стропильной фермы

© 2017, Kirsanov M.N., Lafickova M.G., Nikitina A.S.
Analysis of the deflection of flat roof trusses