

DOI: 10.17117/na.2017.04.03.205

<http://ucom.ru/doc/na.2017.04.03.205.pdf>

Поступила (Received): 16.04.2017

Кирсанов М.Н., Лафицкова М.Г., Никитина А.С. Индуктивный вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей

Kirsanov M.N., Lafickova M.G., Nikitina A.S.
An inductive derivation of the dependence of the
arched truss deflection on the number of panels

Для вывода зависимости прогиба фермы применяется метод двойной индукции. Плоская статически определимая ферма имеет две опоры и нагружена силой в середине пролета. Усилия в стержнях определяются методом вырезания узлов. Для вычисления прогиба используется интеграл Мора

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

Кирсанов Михаил Николаевич

Доктор физико-математических наук, профессор
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Лафицкова Марина Геннадьевна

Студент
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

Никитина Анастасия Сергеевна

Студент
Национальный исследовательский университет
«МЭИ»
г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

For output the deflection of the truss the method of double induction is used. Flat statically determinate truss has two supports and loaded by force in the middle of the span. The forces in the rods are determined by cutting out the knots. For calculation of deflection the integral of Mohr is used

Key words: truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

Kirsanov Mikhail Nikolaevich

Doctor of Physico-mathematical Sciences, Professor
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Lafickova Marina Gennadievna

Student
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Nikitina Anastasya Sergeevna

Student
National research university "MPEI"
Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Flat statically determinate truss is loaded with a concentrated force at Midspan (Fig. 1). Derive the formula for deflection depending on the number of panels. Previously, such tasks were solved for plane [1-7] and spatial [8] trusses. As mathematical tools we take the program [9], written in the language of symbolic mathematics Maple. Solutions for the stresses in the bars will get in the form of formulas. Determine the deflection using the integral Mohr

$$\Delta = P \sum_{i=1}^{N-3} S_i^2 l_i / (EF),$$

where EF is the stiffness of the rods, S_i – the forces in the rods from a single force, l_i – the length of rods, $N=8(n+m)+10$ number of rods. The amount does not include three rigid rods, simulating the supports of the truss.

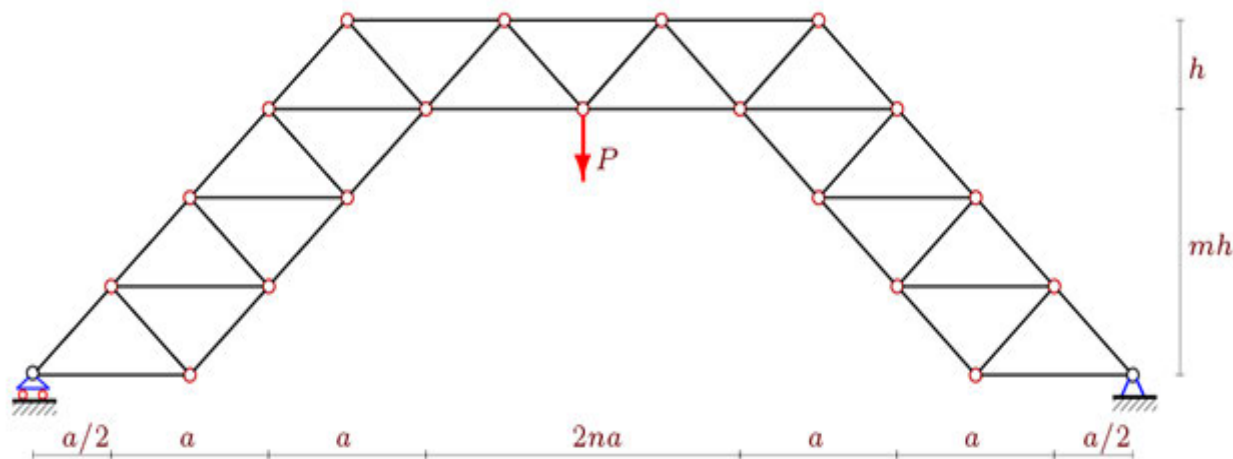


Fig. 1. Truss, $n=1, m=3$

The design feature that distinguishes it from similar trusses in the presence of two independent natural parameters defining its geometry. This number n of panels in half of the span of the crossbar (the horizontal part of the truss) and a number m of panels in the lateral parts of the truss. Take for instance $m=3$. The calculation of forces and deflection under different $n=1,2,\dots$ shows that the form of the solution does not change:

$$EF\Delta = P \frac{A_m a^3 + C_m c^3}{16h^2}. \tag{1}$$

This property is inherent not all of the regular and symmetric structures, allows the inductive method to find the General members of the formula coefficients. Ten trusses have been examined. We obtain the total members of the sequence ($m=3$)

$$A_3 = n(16n^2 + 120n + 302) / 3 + 33, C_3 = 2n + 24.$$

Graph of the dependences for the dimensionless deflection $\Delta' = \Delta EF / (PL)$ built for fixed length $L=an=10$ m (Fig. 2), shows the absence of a characteristic extrema. Elevation values h are in meters.

Much more community gets built when you take an arbitrary number m of panels in the lateral parts of the truss (fig.3).

Repeating the solution (1) for $m=1,2,3,\dots,8$, we obtain a sequence of formulas for the coefficients. When $m=2$ and $m=4$ have the following formulas

$$A_2 = n(16n^2 + 96n + 194) / 3 + 22, C_2 = 2n + 13.$$

$$A_4 = n(16n^2 + 144n + 434) / 3 + 46, C_4 = 2n + 40$$

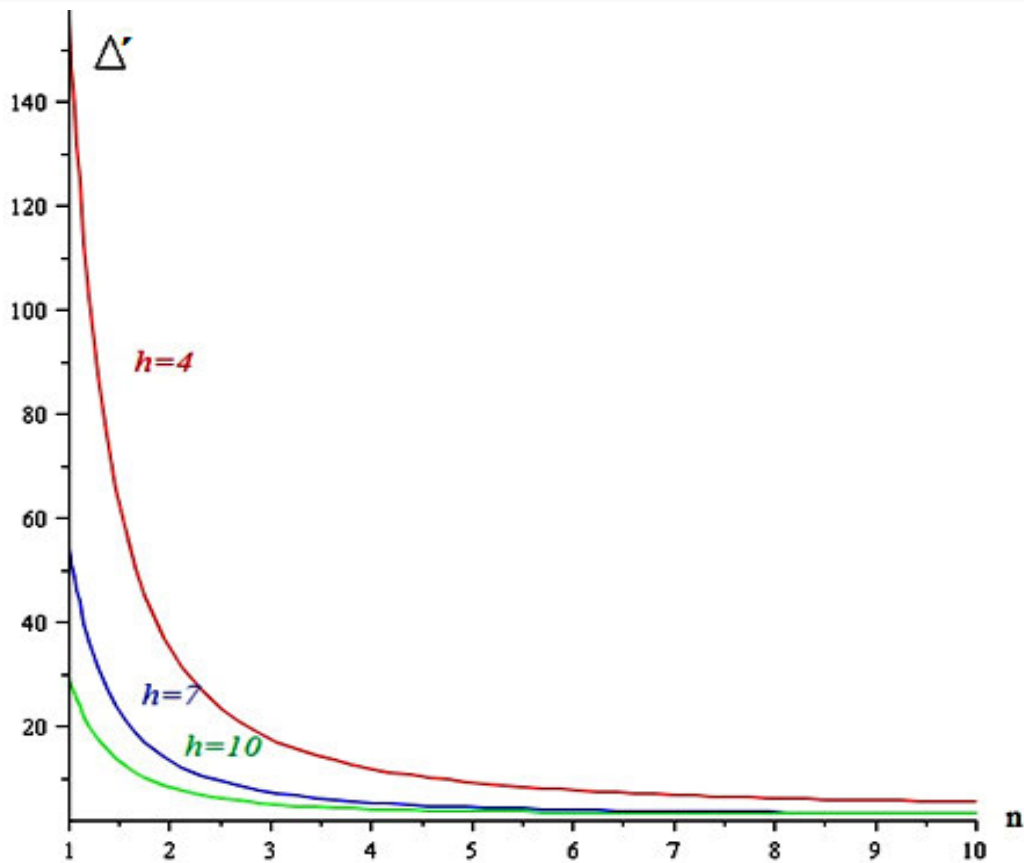


Fig. 2. A graph of deflection from the number of panels, $m=3$

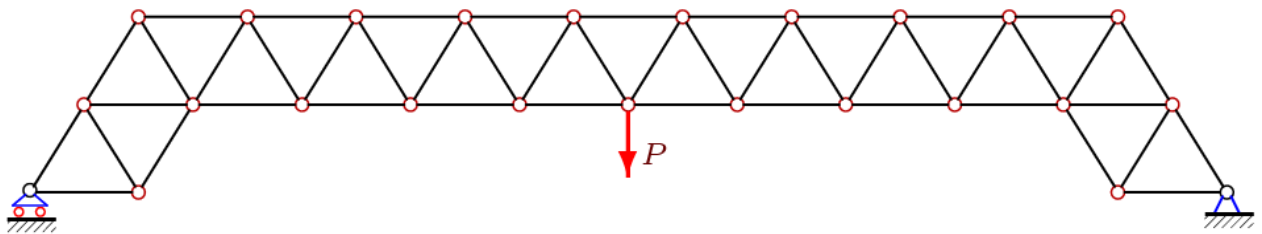


Fig. 3. Truss, $n=4, m=1$

Applying the method of induction of a sequence of solutions, we find a General expressions

$$A_m = n(16n^2 + 24(m + 2)n + 12m^2 + 48m + 50) / 3 + m^2 + 6m + 6,$$

$$C_m = 2n + (m^3 + 6m^2 + 17m + 2) / 6.$$

For the derivation of the formula for the coefficients the operators **rgf_findrecur** and **rsolve** of Maple are involved. For example, to obtain the term $m^2 + 6m + 6$ in the expression A_m for the received sequence of values 13, 22, 33, 46, 61, 78, operator **rgf_findrecur** (it requires an even number of arguments) derived the recurrence equation $Z_m = 3Z_{m-1} - 2Z_{m-2} + Z_{m-3}$. The solution of this equation using the operator **rsolve** with given initial conditions yields the desired summand.

The double induction used in [10-12].

Список используемых источников:

1. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
2. Кирсанов М.Н. О влиянии наклона подвижной опоры на жесткость балочной фермы // Вестник МГСУ. 2016. № 10. С. 35-44.
3. Кирсанов М.Н. Точное решение задачи о прогибе балочной фермы с произвольным числом панелей в системе Maple // Строительство: наука и образование. 2017. Том 7. Выпуск 1 (22). Ст. 1. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2017.1.1
4. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
5. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчета прогиба балочной многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. 2(271). С. 4-10.
6. Дегтярев Н. Р., Троцило А. П. Прогиб балочной фермы шпренгельного типа // Актуальные вопросы образования и науки. Ч. 10. Тамбов: Консалтинговая компания Юком, 2014. С. 52-54.
7. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66-73.
8. Ершов Л.А. Формулы для расчета деформаций пирамидального купола // Научный альманах. 2016. N11-2(25). С.315-318. DOI: 10.17117/na.2016.11.02.315
9. Кирсанов М.Н. Решебник. Теоретическая механика. М.: Физматлит, 2008. 382 с.
10. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // Вестник научных конференций. 2016. № 1-4 (5). С. 6-7.
11. Jiang H., Kirsanov M.N. An analytical expression for the influence line of the truss // Вестник научных конференций. 2016. № 1-5 (5). С. 10-11.
12. Al-Shahrabi A.M., Kirsanov M.N. Line of influence of the deflection for cantilever truss // Вестник научных конференций. 2016. № 2-1 (6). С. 6-7.

© 2017, Кирсанов М.Н., Лафицкова М.Г.,
Никитина А.С.
Индуктивный вывод зависимости прогиба
арочной фермы от числа панелей

© 2017, Kirsanov M.N., Lafickova M.G., Nikitina A.S.
An inductive derivation of the dependence of the
arched truss deflection on the number of panels