

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

УДК 624.04

ЗАВИСИМОСТЬ ПРОГИБА РЕШЕТЧАТОЙ ФЕРМЫ ОТ ЧИСЛА ПАНЕЛЕЙ

М. Н. Кирсанов

*Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва, тел.: (495)362-73-14, e-mail: c216@Ya.ru
М. Н. Кирсанов, д-р физ.-мат. наук, проф.*

Постановка задачи. Рассматривается схема плоской упругой статически определимой фермы регулярного типа с произвольным числом панелей распорного типа. Ферма имеет четыре внешние связи. Разыскивается аналитическое решение для усилий в стержнях и прогиб фермы от действия нагрузок различного вида.

Результаты. В системе компьютерной математики Maple с помощью формулы Максвелла-Мора получена аналитическая зависимость прогиба среднего узла фермы от размеров фермы и числа панелей. Для получения общей формулы использован индуктивный метод. Обнаружено, что для нечетного числа панелей ферма кинематически изменяема. Найдено соответствующее поле возможных скоростей.

Выводы. Решетчатая ферма исследуемого типа имеет скрытую и достаточно опасную особенность, выявленную из аналитического решения. При неправильном выборе числа панелей на этапе конструирования ферма мгновенно изменяема. Найдена асимптотика прогиба по числу панелей.

Ключевые слова: пространственная ферма, покрытие, прогиб, предельные свойства, аналитическое решение.

Введение. Статически определимые регулярные схемы ферм немногочисленны [13, 14]. Расчет их в численной или аналитической форме, как правило, является составляющей частью более сложного расчета статически неопределимой конструкции, полученной добавлением к исходной дополнительных упрочняющих элементов или связей (заделки стержней вместо шарнирного соединения). Аналитические же решения достаточно редки [1—4, 7—11, 17, 19, 20], но представляют особую ценность для практического инженера или как тестовые решения для разрабатываемого численного алгоритма, или как простые оценочные формулы для упрощенной модели конструкции.

1. Схема фермы. Ферма представляет собой плоскую симметричную решетчатую конструкцию, опирающуюся на четыре стержневые опоры. В отличие от обычной безраспорной балочной фермы, имеющей одну неподвижную и одну подвижную опоры и представляющей собой неизменяемое тело, данная конструкция без опор имеет одну степень свободы, именно поэтому здесь четыре внешние связи. Примем в данном исследовании четное число панелей в ферме (рис. 1). В этом случае прогиб фермы можно оценить по вертикальному смещению среднего узла.

В ферме $6k + 4$ шарнирных узла, не считая четырех опорных узлов, и $M = 12k + 8$ стержней. Система статически определима. Определим усилия в стержнях фермы. Наиболее удобен для символьных преобразований метод вырезания узлов. Составляя уравнения равновесия узлов в проекциях на оси координат, получим систему уравнений, матрица которой сос-

тоит из направляющих косинусов усилий. Введем систему координат с осями x и y , начало координат поместим в основание левого наклонного опорного стержня. Имеем следующие координаты шарниров нижнего и верхнего поясов (рис. 2):

$$x_i = x_{i+n} = 2ia, \quad y_i = 0, \quad y_{i+n} = 2h, \\ i = 1, \dots, n, \quad n = 2k + 1.$$

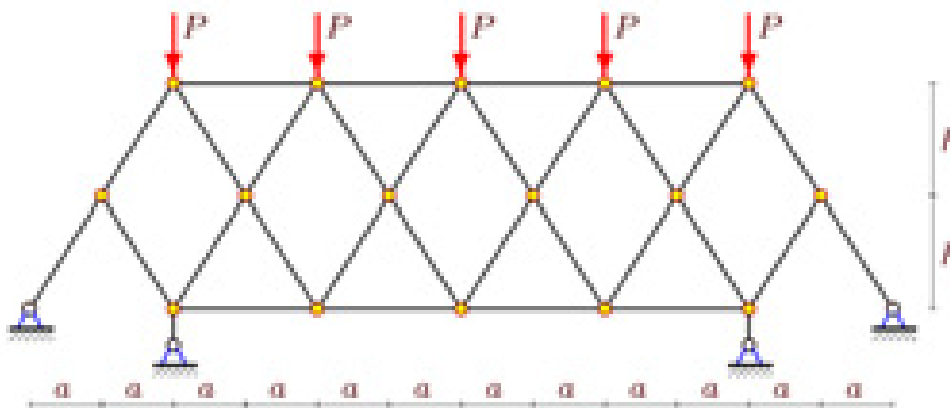


Рис. 1. Ферма. Общий вид при $k = 2$

Координаты шарниров на средней линии фермы:

$$x_{i+2n} = (2i - 1)a, \quad y_i = 0, \\ y_{i+2n} = h, \quad i = 1, \dots, n + 1. \tag{1}$$

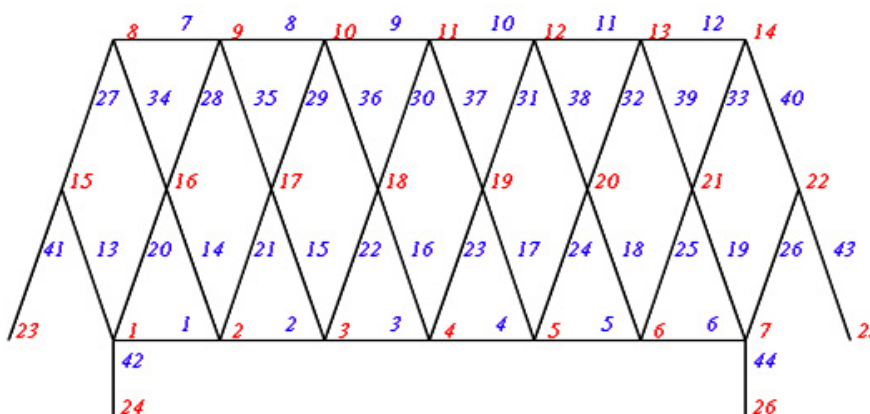


Рис. 2. Нумерация узлов и стержней фермы при $k = 3$

Структуру соединения узлов и стержней зададим условными векторами $\bar{q}_i, i = 1, \dots, M$, с координатами — номерами присоединенных узлов. В дискретной математике такой способ соответствует заданию списка ребер графа [6]. Выбранные направления стержней-векторов не влияют на усилия в стержнях и их знаки. Введем следующие векторы, определяющие конфигурацию решетки:

$$\bar{q}_i = [i, i + 1], \quad \bar{q}_{i+n-1} = [i + n, i + n + 1], \quad i = 1, \dots, n - 1, \\ \bar{q}_{i+2n-2} = [i, i + 2n], \quad \bar{q}_{i+3n-2} = [i, i + 2n + 1], \\ \bar{q}_{i+4n-2} = [i + n, i + 2n], \quad \bar{q}_{i+5n-2} = [i + n, i + 2n + 1], \quad i = 1, \dots, n.$$

Векторы, задающие опорные стержни:

$$\begin{aligned}\bar{q}_{6n-1} &= [1 + 2n, 3n + 2], \quad \bar{q}_{6n} = [1, 3n + 3], \\ \bar{q}_{6n+1} &= [1 + 3n, 3n + 4], \quad \bar{q}_{6n+2} = [n, 3n + 5].\end{aligned}$$

2. Расчет усилий. Уравнения равновесия сводятся к системе

$$G\bar{S} = \bar{R}, \quad (2)$$

где \bar{S} — вектор усилий в стержнях; \bar{R} — вектор нагрузок. В четные элементы этого вектора R_{2i} записываются вертикальные усилия, приложенные к узлу i , в нечетные — горизонтальные.

При вычислении прогиба по формуле Максвелла-Мора необходимы два варианта вектора нагрузок: нагрузка от распределенных сил P :

$$R_{p,2j} = -P, \quad j = 2, \dots, 2k,$$

и $R_{1,2n_1} = -1$ — от единичной силы, приложенной к среднему узлу верхнего пояса $n_1 = 3k + 2$ (см. рис. 2). Остальные компоненты векторов \bar{R}_p и \bar{R}_1 нулевые. Для уравнений равновесия потребуются проекции стержней-векторов на оси координат, которые вычисляем по разности координат шарниров по концам стержня:

$$l_{x,i} = x_{q_{i,1}} - x_{q_{i,2}}, \quad l_{y,i} = y_{q_{i,1}} - y_{q_{i,2}}, \quad i = 1, \dots, M.$$

Квадратная матрица $M \times M$ направляющих косинусов G имеет компоненты

$$\begin{aligned}G_{2q_{i,1}-1,i} &= l_{x,i} / l_i, \quad G_{2i-1,i} = l_{y,i} / l_i, \\ G_{2q_{i,2}-1,i} &= -l_{x,i} / l_i, \quad G_{2q_{i,2},i} = -l_{y,i} / l_i,\end{aligned}$$

где

$$l_i = \sqrt{l_{x,i}^2 + l_{y,i}^2}, \quad i = 1, \dots, M.$$

Первый индекс $q_{i,j}$ — номер стержня i , второй $j = 1, 2$ — номер проекции (на оси x, y). Для решения системы линейных уравнений (2) в символьном виде применим операцию вычисления обратной матрицы, имеющую в системе *Maple* [5] простой вид: $G^{-1} = 1/G$. С ее помощью решение системы получается простой операцией умножения матрицы на вектор нагрузок:

$$\bar{S}_p = G^{-1}\bar{R}_p; \quad \bar{S}_1 = G^{-1}\bar{R}_1,$$

где \bar{S}_p, \bar{S}_1 — векторы усилий от действия нагрузки и единичной вертикальной силы, приложенной к центру конструкции. Такой прием ускоряет символьные преобразования, так как не требует вызова специализированного пакета *LinearAlgebra*, а для пересчета результатов на другую нагрузку нет необходимости повторного обращения матрицы. Результатом работы программы являются аналитические выражения для усилий в стержнях фермы.

Заметим характерную особенность данной конструкции. Рассчитать усилия в стержнях фермы традиционными методами «вручную» здесь не удастся. Более того, даже реакции опор конструкции нельзя найти без составления уравнений равновесия всех узлов фермы, что особенно затруднительно для большого числа панелей, но хорошо реализуется компьютерными методами. Программа находит аналитические выражения для усилий во всех стержнях. Выпишем, например, усилия в опорных стержнях. В вертикальных стойках (на рис. 2 стержни № 42, 44):

$$S_{p,M} = S_{p,M-2} = -(k-1)P/2.$$

Усилия в наклонных опорных стержнях:

$$S_{p,M-1} = -Pkd / (2h),$$

где d — длина наклонных стержней решетки:

$$d = \sqrt{a^2 + h^2}.$$

3. Прогиб. Для вычисления прогиба узла, к которому приложена нагрузка, воспользуемся формулой Максвелла-Мора:

$$\Delta = \sum_{j=1}^{M-4} \frac{S_{p,j} S_{1,j} l_j}{EF}, \quad (3)$$

где E — модуль упругости стержней; F — площади сечения стержней; l_j — длина j -го стержня; $S_{p,j}$ — усилия в j -м стержне от действия нагрузки; $S_{1,j}$ — усилие от единичной вертикальной силы, приложенной к среднему узлу нижнего пояса. Суммирование ведется по всем стержням фермы, кроме четырех опорных, которые предполагаются жесткими. Анализируя формулы прогиба, полученные для ферм с $k = 1, 2, \dots, 18$, заметим, что при любом значении k выражение для прогиба имеет один и тот же вид:

$$\Delta EF = P \frac{A_k a^3 + D_k d^3}{12h^2}. \quad (4)$$

Для последовательности коэффициентов 2, 56, 162, 616, 1170, ..., 189336 при a^3 с помощью оператора *rgf_findrecur* пакета *genfunc* системы *Maple* можно получить однородное рекуррентное уравнение:

$$A_k = A_{k-1} + 4A_{k-2} - 4A_{k-3} - 6A_{k-4} + 6A_{k-5} + 4A_{k-6} - 4A_{k-7} - A_{k-8} + A_{k-9}.$$

Решение этого уравнения оператором *rsolve* дает выражение общего члена:

$$A_k = 10k^4 + 2(2(-1)^k + 5)k^3 + 2(3(-1)^k + 4)k^2 + (5(-1)^k - 1)k.$$

Для последовательности коэффициентов при d^3 рекуррентное уравнение проще, и для его получения необходимо проанализировать только десять ферм:

$$D_k = D_{k-1} + 2D_{k-2} - 2D_{k-3} - D_{k-4} + D_{k-5}.$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$D_k = 6k^2 + 3((-1)^k + 1)k + 6.$$

Проверку полученных коэффициентов можно провести численно, сравнивая при различных k величину прогиба по формуле (4) с результатом работы программы в режиме численных преобразований, которые не требуют столько времени, сколько преобразования символьные.

Аналогичная формула для прогиба будет в случае нагружения $2k-1$ узлов нижнего пояса, но с коэффициентами:

$$A_k = 10k^4 + 2(2(-1)^k + 5)k^3 + 2(3(-1)^k + 1)k^2 + (5(-1)^k - 1)k + 3(-1)^k - 3,$$

$$D_k = 6k^2 + 3((-1)^k + 1)k + 3(-1)^k - 3.$$

3. Анализ. Зафиксируем длину пролета $L = 4ka$ и суммарную нагрузку на ферму. Для равномерной нагрузки верхнего пояса

$$P_{sum} = (4k + 1)P, \quad P_{sum} = (4k - 1)P.$$

Введем относительный прогиб

$$\Delta' = \Delta EF / P.$$

Зависимость (4) прогиба от числа панелей содержит «мигающие» слагаемые вида $(-1)^k$. На графике кривой это проявляется в виде изломов (рис. 3, размеры в метрах). Отсутствие монотонности предупреждает инженера о возможности рационального выбора числа панелей проектируемой конструкции. Если в целом с увеличением числа панелей прогиб растет, то локальные минимумы позволяют уменьшить жесткость фермы, всего лишь изменив число панелей на одну.

Кроме того, аналитическая зависимость (4) дает возможность провести асимптотическое исследование конструкции и получить дополнительную информацию, недоступную для численных методов. Можно найти, например, характер изменения прогиба при увеличении числа панелей для фиксированной длины пролета и заданной суммарной нагрузки. Оператор *limit* системы *Maple* для случая нагружения как нижнего, так и верхнего пояса дает один и тот же результат:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k = h / 8,$$

что согласуется с общим характером кривых на рис. 3, в пределе стремящихся к прямой.

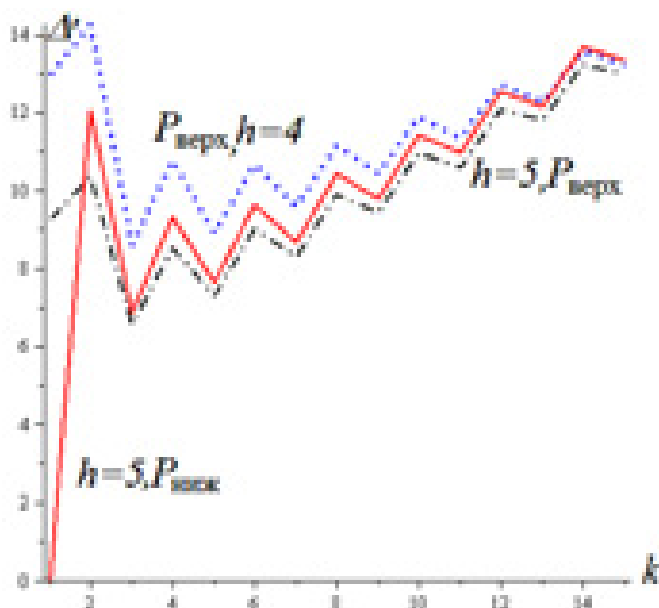


Рис. 3. $L = 30$ м

4. Случай кинематической изменяемости. В рассчитываемой ферме было выбрано четное число панелей в пролете. Попытка решить эту же задачу с нечетным числом панелей оказалась безуспешной. Определитель системы уравнений равновесия узлов в этом случае всегда равен нулю. Особенно ясно это становится при символьной форме преобразований.

Численные же расчеты (как правило, при больших числах панелей) могут дать просто ошибочный результат, вызванный погрешностью счета, при котором определитель получается весьма малой, но не нулевой величиной. Более внимательное рассмотрение схемы фермы с нечетным числом панелей показывает, что ферма становится кинематически изменяемой.

Схема возможных скоростей для фермы с одной панелью представлена на рис. 4.

Все четыре опорных стержня совершают мгновенно вращательное движение вокруг своих опор, стержни 1, 4, 5, 7 и 10 имеют поступательное смещение, стержни 2, 3, 6, 8 и 9

вращаются вокруг мгновенных центров скоростей этих стержней. Скорости \vec{u} и \vec{v} концов стержня 6 связаны условием равенства проекций на этот стержень: $u \sin 2\alpha = v \sin \alpha$, где $\sin \alpha = a/d$.

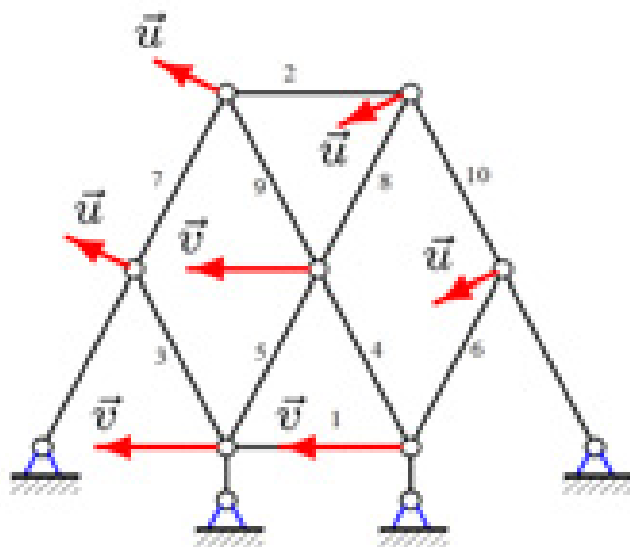


Рис. 4. Схема возможных скоростей

Выводы

Рассмотренная схема фермы изначально несколько необычна: без опорных стержней, в отличие от обычных балочных ферм она является механизмом. Более того, при нечетном числе панелей ферма мгновенно изменяема.

Схема скоростей, найденная для одной панели (рис. 4), почти без изменений переносится на другие фермы с нечетным числом панелей. Ранее эффект влияния четности панелей был обнаружен автором в решетчатых системах [2, 3] и пространственной ферме [4]. Для неизменяемых ферм найдено аналитическое выражение для прогиба от действия нагрузки по нижнему и от действия нагрузки по верхнему поясу. В силу линейности задачи это позволяет получать решение для различных комбинаций нагрузок. Несмотря на внешнюю простоту, ферма имеет также принципиальные трудности расчета усилий. Простые методы, такие как метод вырезания отдельных узлов и метод сечений, известные в строительной и теоретической механике, здесь не подходят. Даже для определения реакций опор, с которого традиционно начинается решение задачи, необходимо рассчитать всю ферму, составив матрицу системы уравнений равновесия всех узлов. Число же этих узлов и число неизвестных может быть велико, особенно если ферма служит перекрытием большой длины.

Преимущество полученного аналитического решения в этом случае очевидно. Это решение не содержит дефект накопления ошибок. Однако и символьный метод вывода решения также не безгрешен. Попытка получить аналитическое решение сразу для некоторой конкретной фермы с заданным числом панелей обречена на неудачу, если число панелей велико. Это связано с особенностью символьных преобразований, скорость которых существенно зависит от объема работы. В рассмотренном примере, начиная с 20—30 панелей, скорость символьных преобразований настолько мала, что время счета становится нереально большим. Единственный способ в этом случае — метод индукции. Закономерность образования коэффициентов прослеживается, как правило, при небольшом числе панелей и практически не занимает времени, а полученная формула (проверенная численно) справедлива при абсолютно любом числе стержней.

Рассмотренный алгоритм вывода аналитического решения применим и для решения более сложных задач, например, при выводе линий влияния прогиба в фермах [9, 11, 15], где требуется индукция по двум параметрам. Критические обзоры некоторых работ на тему по-

лучения символьных решений содержатся в [1, 7]. Аналитические оценки прогиба могут быть полезны в нелинейном анализе [12] и задачах оптимизации ферм [18].

Библиографический список

1. **Кийко, Л. К.** Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки / Л. К. Кийко // Научный вестник. — 2016. — № 1 (7). — С. 247—254.
2. **Кирсанов, М. Н.** Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа / М. Н. Кирсанов // Инженерно-строительный журнал. — 2015. — № 5 (57). — С. 58—65.
3. **Кирсанов, М. Н.** Аналитический расчет решетчатой фермы / М. Н. Кирсанов // Моделирование и механика конструкций. — 2015. — № 2 (2). — С. 5.
4. **Кирсанов, М. Н.** Расчет пространственной стержневой системы, допускающей мгновенную изменяемость / М. Н. Кирсанов // Строительная механика и расчет сооружений. — 2012. — № 3. — С. 48—51.
5. **Кирсанов, М. Н.** Maple и Maplet. Решение задач механики / М. Н. Кирсанов. — СПб: Лань, 2012. — 512 с.
6. **Кирсанов, М. Н.** Графы в Maple / М. Н. Кирсанов. — М.: Физматлит, 2007. — 168 с.
7. **Тиньков, Д. В.** Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций / Д. В. Тиньков // Инженерно-строительный журнал. — 2015. — № 5 (57). — С. 66—73.
8. **Тиньков, Д. В.** Оптимальная геометрия плоской балочной раскосной фермы с учетом линейной ползучести материала / Д. В. Тиньков // Инженерно-строительный журнал. — 2016. — № 1 (61). — С. 25—32.
9. **Al-Shahrabi, A. M.** Line of influence of the deflection for cantilever truss / A. M. Al-Shahrabi, M. N. Kirsanov // Вестник научных конференций. — 2016. — № 2—1 (6). — P. 6—7
10. **Bolotina, T. D.** The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels / T. D. Bolotina // Вестник научных конференций. — 2016. — № 4—3 (8). — P. 7—8.
11. **Dong, X.** The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels / X. Dong, M. N. Kirsanov // Вестник научных конференций. — 2016. — № 1—4 (5). — P. 6—7.
12. **Galishnikova, V. V.** Geometrically Nonlinear Analysis of Plane Trusses and Frames / V. V. Galishnikova, P. Dunaiski, P. J. Pahl. — Stellenbosch: SUN MeDIA, 2009. — 382 p.
13. **Hutchinson, R. G.** Microarchitected cellular solids — the hunt for statically determinate periodic trusses / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // Math. Mech. — 2005. — Vol. 85, № 9. — P. 607—617.
14. **Hutchinson, R. G.** The structural performance of the periodic truss / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2006. — Vol. 54, № 4. — P. 756—782.
15. **Jiang, H.** An analytical expression for the influence line of the truss / H. Jiang, M. N. Kirsanov // Вестник научных конференций. — 2016. — № 1—5 (5). — P. 10—11.
16. **Kirsanov, M. N.** Effect of the choice of the instability criterion in creep on the solution of the rod structure optimization problem / M. N. Kirsanov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 1992. — Vol. 33, № 4. — P. 573—576.
17. **Ponamareva, M. A.** The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load / M. A. Ponamareva // Научный альманах. — 2016. — № 4—3 (18). — P. 257—259.
18. **Richardson, J. N.** Robust topology optimization of truss structures with random loading and material properties: A multiobjective perspective / J. N. Richardson, R. F. Coelho, S. Adriaenssens // Computers & Structures. — 2015. — Vol. 154, № 1. — P. 41—47.
19. **Voropai, R. A.** Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss / R. A. Voropai, I. Yu. Kazmiruk // Вестник научных конференций. — 2016. — № 2—1 (6). — P. 10—12
20. **Voropai, R. A.** Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice / R. A. Voropai // Научный альманах. — 2016. — № 4—3 (18). — P. 238—240.

References

1. **Kiiko, L. K.** Analiticheskaya otsenka progiba arochnoi fermy pod deistviem vetrovoi nagruzki / L. K. Kiiko // Nauchnyi vestnik. — 2016. — № 1 (7). — S. 247—254.
2. **Kirsanov, M. N.** Analiz progiba reshetchatoi balochnoi fermy raspornogo tipa / M. N. Kirsanov // Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal. — 2015. — № 5 (57). — S. 58—65.
3. **Kirsanov, M. N.** Analiticheskii raschet reshetchatoi fermy / M. N. Kirsanov // Modelirovanie i mekhanika konstruktssii. — 2015. — № 2 (2). — S. 5.
4. **Kirsanov, M. N.** Raschet prostranstvennoi sterzhnevoi sistemy, dopuskayushchei mgnovennuyu izmenyaemost' / M. N. Kirsanov // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii. — 2012. — № 3. — S. 48—51.
5. **Kirsanov, M. N.** Maple i Maplet. Reshenie zadach mekhaniki / M. N. Kirsanov. — SPb: Lan', 2012. — 512 s.
6. **Kirsanov, M. N.** Grafy v Maple / M. N. Kirsanov. — M.: Fizmatlit, 2007. — 168 s.

7. **Tin'kov, D. V.** Sravnitel'nyi analiz analiticheskikh reshenii zadachi o progibe fermennykh konstruksii / D. V. Tin'kov // Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal. — 2015. — № 5 (57). — S. 66—73.
8. **Tin'kov, D. V.** Optimal'naya geometriya ploskoi balochnoi raskosnoi fermy s uchetom lineinoi polzuchesti materiala / D. V. Tin'kov // Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal. — 2016. — № 1 (61). — S. 25—32.
9. **Al-Shahrabi, A. M.** Line of influence of the deflection for cantilever truss / A. M. Al-Shahrabi, M. N. Kirsanov // Vestnik nauchnykh konferentsii. — 2016. — № 2—1 (6). — P. 6—7
10. **Bolotina, T. D.** The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels / T. D. Bolotina // Vestnik nauchnykh konferentsii. — 2016. — № 4—3 (8). — P. 7—8.
11. **Dong, X.** The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels / X. Dong, M. N. Kirsanov // Vestnik nauchnykh konferentsii. — 2016. — № 1—4 (5). — P. 6—7.
12. **Galishnikova, V. V.** Geometrically Nonlinear Analysis of Plane Trusses and Frames / V. V. Galishnikova, P. Dunaiski, P. J. Pahl. — Stellenbosch: SUN MeDIA, 2009. — 382 p.
13. **Hutchinson, R. G.** Microarchitected cellular solids — the hunt for statically determinate periodic trusses / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // Math. Mech. — 2005. — Vol. 85, № 9. — P. 607—617.
14. **Hutchinson, R. G.** The structural performance of the periodic truss / R. G. Hutchinson, N. A. Fleck // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2006. — Vol. 54, № 4. — P. 756—782.
15. **Jiang, H.** An analytical expression for the influence line of the truss / H. Jiang, M. N. Kirsanov // Vestnik nauchnykh konferentsii. — 2016. — № 1—5 (5). — P. 10—11.
16. **Kirsanov, M. N.** Effect of the choice of the instability criterion in creep on the solution of the rod structure optimization problem / M. N. Kirsanov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 1992. — Vol. 33, № 4. — P. 573—576.
17. **Ponamareva, M. A.** The displacement of the support trusses with parallel belts under uniform load / M. A. Ponamareva // Nauchnyi al'manakh. — 2016. — № 4—3 (18). — P. 257—259.
18. **Richardson, J. N.** Robust topology optimization of truss structures with random loading and material properties: A multiobjective perspective / J. N. Richardson, R. F. Coelho, S. Adriaenssens // Computers & Structures. — 2015. — Vol. 154, № 1. — P. 41—47.
19. **Voropai, R. A.** Analytical study of the horizontal stiffness of the flat statically determinate arch truss / R. A. Voropai, I. Yu. Kazmiruk // Vestnik nauchnykh konferentsii. — 2016. — № 2—1 (6). — P. 10—12
20. **Voropai, R. A.** Analysis of the deflection of the regular truss with cross type lattice / R. A. Voropai // Nauchnyi al'manakh. — 2016. — № 4—3 (18). — P. 238—240.

DEPENDENCE OF THE DEFLECTION OF THE TRUSSES OF THE NUMBER OF PANELS

M. N. Kirsanov

*National Research University «Moscow Energy Institute»
Russia, Moscow, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@Ya.ru
M. N. Kirsanov, D. Sc. in Physics and Mathematics, Prof.*

Statement of the problem. A scheme of a flat elastic statically determinate farm of a regular type with an arbitrary number of panes of a spacer type is investigated. The farm has four external connections. An analytical solution for the stresses in the bars and the deflection of the farm under the impact of loads of different types is sought.

Results. In the system of computer mathematics Maple using the formula of Maxwell-Mohr an analytical dependence of the deflection of the middle node in the farm size of farm and number of panels is obtained. In order to obtain a general formula the inductive method is used. It was found that for an odd number of panels the farm is kinematically altered. A matching field of possible speeds is found.

Conclusions. A lattice farm of the investigated type has a hidden and rather dangerous feature that emerged from the analytical solution. An inappropriate choice of the number of panels at the design stage the farm is instantly changeable. The asymptotics of a deflection according to the number of panels is identified.

Keywords: spatial farm, surfacing, deflection, ultimate properties, analytical solution.