

ANALYSIS OF FORCES AND DEFORMATIONS IN THE SHIP FRAME SIMULATED BY TRUSS

M. N. Kirsanov

National Research University “Moscow Power Engineering Institute”,
Moscow, Russian Federation

Considered a promising model of the hinge-rod statically determinate frame in a circular shape. The inner core zone design and external diagonal bars are connected by radial struts. The geometry of the truss defined by a center angle of the arc design, radius, number of panels and the distance between the belts (length of columns). Determined the stress and strain state of the structure in the two schemes of loading by concentrated forces. In the first case, the scheme operates as an arch under the action of a concentrated force at Midspan, the second structure is bent as a horseshoe in two mutually opposite forces at its ends. The forces in the rods is determined by the method of sections. The design includes four types of rods, the rods of one type have the same length, and the efforts — like shape. To determine the deflection using a formula of Maxwell - Mohr considering that all components work only in tension and compression, and the stiffness of the rods are the same. The structure of solutions for forces, has the form of finite sums. By the methods of computer algebra system Maple, one can obtain the values of these sums, which significantly simplifies the solution. Plots of deformation and geometrical parameters and distribution curves of the stresses in the bars of the structure are obtained. Separately the problem of mounting the structure with the condition of location of the rods in the absence of their bending out of the plane is solved. It is shown that this condition coincides with the condition of the edge proper coloring of the graph structure. An example of coloring is made using special operator system Maple. It is noticed that standard operator Edge Chromatic Number from the Graph Theory package does not allow to correctly solve the problem of installation of trusses with non-planar lattices. Given the recommendation to overcome this shortcoming.

Keywords: truss, deflection, analytical solution, Maple, induction, edge-coloring.

For citation:

Kirsanov, Mikhail N. “Analysis of forces and deformations in the ship frame simulated by truss.” *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova* 9.3 (2017): 560–569. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-560-569.

УДК 629.7.015 .4: 624.044.2

АНАЛИЗ УСИЛИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В КОРАБЕЛЬНОМ ШПАНГОУТЕ, МОДЕЛИРУЕМОМ ФЕРМОЙ

М. Н. Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»,
Москва, Российская Федерация

Рассмотрена перспективная модель шарнирно-стержневого статически определимого шпангоута кругового очертания. Внутренний стержневой пояс конструкции и внешний соединены раскосной решеткой с радиальными стойками. Геометрия фермы определяется центральным углом дуги конструкции, радиусом, числом панелей и расстоянием между поясами (длиной стоек). Определяется напряженное и деформированное состояние конструкции в двух схемах нагружения сосредоточенными силами. В первом случае схема работает как безраспорная арка под действием сосредоточенной силы в середине пролета, во втором — конструкция изгибается как подкова двумя взаимно противоположными силами по ее концам. Усилия в стержнях определяются методом сечений. Конструкция содержит четыре типа стержней, стержни одного типа имеют одинаковую длину. Для определения прогиба используется формула Максвелла–Мора с учетом того, что все элементы конструкции работают только на растяжение и сжатие, а жесткости стержней одинаковы. Структура решений для усилий имеет вид конечных сумм. Методами системы компьютерной математики Maple удается получить значения этих сумм, что существенно упрощает решение. Построены графики зависимости деформаций от геометрических параметров и кри-

вые распределения усилий в стержнях конструкции. Отдельно решается проблема монтажа конструкции из условия отсутствия изгиба стержней из плоскости. Показано, что это условие совпадает с условием правильной реберной раскраски графа конструкции. Приведен пример раскраски, выполненный с привлечением специального оператора системы Maple. Отмечается недостаток стандартного оператора Edge Chromatic Number из пакета Graph Theory, не позволяющий правильно решать задачу монтажа ферм с непланарными графами решеток. Дана рекомендация по устранению этого недостатка.

Ключевые слова: ферма, прогиб, аналитическое решение, Maple, индукция, реберная раскраска.

Для цитирования:

Кирсанов М. Н. Анализ усилий и деформаций в корабельном шпангоуте моделируемого фермой / М. Н. Кирсанов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2017. — Т. 9. — № 3. — С. 560–569. DOI: 10.21821/2309-5180-2017-9-3-560-569.

Введение

Основными конструктивными элементами судна, отвечающими за жесткость и прочность корпуса, являются поперечные шпангоуты, которые традиционно выполняются в виде жесткой рамы. Использование ферменных конструкций в составе корпуса судна всегда было предметом отдельного рассмотрения Российского морского и Российского речного регистров судоходства, а применение соединений шпангоутов способом рамных стоек, распоров и раскосов требует отдельного расчета.

Шпангоуты из стержневых элементов обладают лучшим сочетанием прочности и веса по сравнению с рамными элементами, но уступают по сложности технологии изготовления и монтажа. Наибольший эффект от применения ферменных конструкций можно ожидать применительно к малым (негрузовым) судам, в надстройках судов, в судах из композиционных материалов и для корпусов, которые омоноличиваются совместно с обшивкой. Здесь нет особого экономического смысла использовать рамные шпангоуты, поскольку их габаритно-массовые характеристики будут заведомо хуже, чем у рамной конструкции. Подобные решения хорошо зарекомендовали себя в авиа- и ракетостроении.

Традиционным способом расчета напряженно-деформированного состояния и жесткости шпангоутов является *метод конечных элементов* [1] – [4]. Другой подход, развитый в строительной механике плоских и пространственных ферм, — *аналитический*, основан на методе индукции с применением системы компьютерной математики, например, Maple. Правила Российского речного регистра судоходства содержат подробные аналитические методы для расчета местной прочности продольных переборок и ферм, раскосных ферм.

В данной работе предлагаются точные формульные решения для регулярных периодических структур и произвольной нагрузки, которые в дальнейшем при развитии предлагаемого подхода позволят моделировать судовой шпангоут фермой. Преимущество развиваемого подхода заключается в возможности широкой автоматизации расчетов с помощью использования распространённого программного обеспечения в сочетании с аналитическими оценками.

Простейшей моделью стержневого шпангоута может служить плоская ферма с криволинейным (круговым) очертанием (рис. 1) — нагружение 1. При этом наиболее важной информацией о жесткости конструкции могут служить три деформационные характеристики: вертикальный прогиб под действием вертикальной нагрузки, горизонтальное смещение опоры под действием этой же нагрузки и сближение опор под действием горизонтальных сил, приложенных к концам фермы. В отличие от работ [5] – [7], метод составления и решения системы уравнений равновесия всех узлов фермы для такой задачи не подходит — уравнения и решения получаются весьма громоздкими, а время их вывода нереально большим. Связано это с тем, что параметр индукции (число панелей) входит в этой задаче в направляющие углы фермы, в то время как в балочных фермах и фермах с параллельными поясами число различных углов, задающих направляющие косинусы, т. е. коэффициенты уравнений равновесия, ограничено и не зависит от параметра индукции. Поэтому в рассматриваемой задаче принят другой способ вычисления усилий — *метод сечений*.

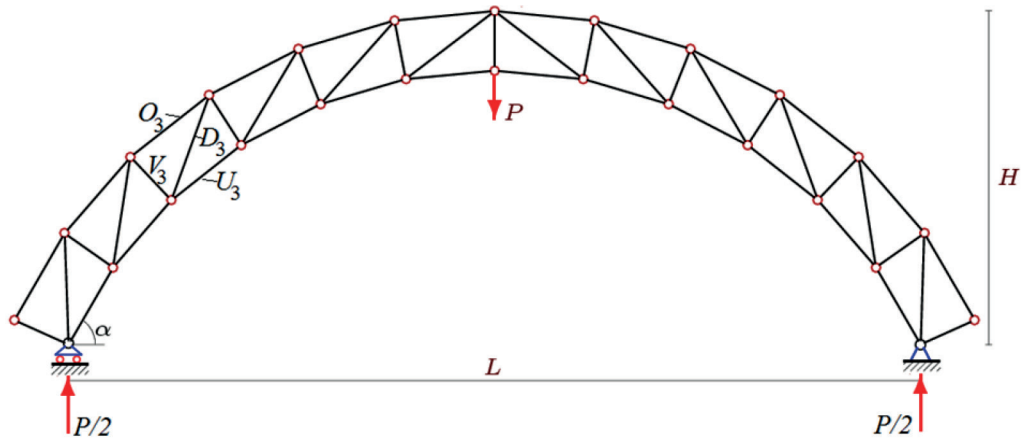


Рис. 1. Нагружение вертикальной сосредоточенной силой при $n = 2k = 12$ (схема нагрузок 1)

Ниже для получения основных формул выводятся выражения для усилий четырех типов стержней (стержни поясов, стоек и раскосов), которые включаются в интеграл Максвелла–Мора при вычислении прогиба. Большой удачей является возможность найти конечные суммы, входящие в выражения для усилий в стержнях.

Конструкция и усилия в стержнях

Рассмотрим ферму с четным числом панелей $n = 2k$ (рис. 2). Панель (ячейка периодичности) фермы состоит из пяти стержней. Нижний пояс образуют стержни длиной a , стойки — стержни длиной b , верхний пояс — стержни длиной $v = a + 2c$, где $c = b \sin(\beta/2)$. Боковые панели наклонены к горизонту под углом α , а угол β выражается как $\beta = 2\alpha / (2k - 1)$. Раскосы фермы имеют длину $d = \sqrt{(a+c)^2 + u^2}$ и образуют с поясами угол $\gamma = \arccos((a+c)/d)$. Расстояние между стержнями поясов $u = b \cos(\beta/2)$.

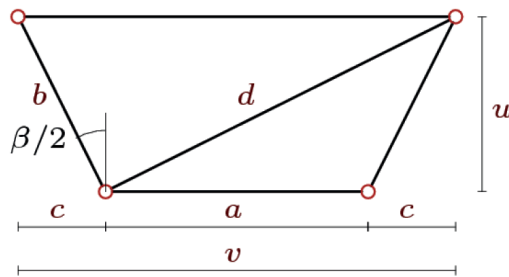


Рис. 2. Элемент шпангоута

Шарнирные опоры по концам фермы условны. В реальной конструкции (например, корабля) шпангоут крепится к внешнему корпусу судна или расположен внутри двойного корпуса, образуя наряду с основным шпангоутом дополнительный элемент жесткости. В предлагаемой схеме опоры служат только для оценки вертикальной жесткости фермы, а при оценке горизонтальной жесткости под действием горизонтальных сил, приложенных к крайним узлам, могут и вовсе не входить в расчетную схему. Высота фермы определяется другими геометрическими параметрами конструкции как конечная сумма: $H = b + a \sum_{i=1}^k a \sin(\alpha - (i-1)\beta)$. С помощью системы Maple оператором sum удается вычислить сумму:

$$H = (1/2)(a(\sin(\varphi(2k+1)) - 2\sin\varphi - \sin\alpha) + 2b(\cos(2\varphi) - 1) / (\cos(2\varphi) - 1)), \quad (1)$$

где $\varphi = \alpha / (2k - 1)$.

Аналогично для длины пролета фермы имеем выражение

$$L = 2a \sum_{i=1}^k a \cos(\alpha - (i-1)\beta) = a(\cos(\varphi(2k+1)) - \cos \alpha) / (\cos(2\varphi) - 1). \quad (2)$$

Заметим, что в данном случае термин «пролет» не совсем точно соответствует действительности и применен в большей степени по традиции. Рассматриваемая конструкция шпангоута может быть и практически замкнутой при $L \approx 0$, например, в конструкции корпуса подводной лодки или фюзеляжа самолета. Поэтому L — это просто одна из геометрических характеристик конструкции, зависящая от числа панелей, размера панели a и угла α . Размер конструкции можно также охарактеризовать радиусом описанной окружности $R = (a/2 + c) / \sin(\beta/2)$ и вписанной окружности $r = a / (2 \sin(\beta/2))$.

Введем обозначения для усилий стержней. Усилия в стержнях верхнего (или внешнего) пояса обозначим $O_{j,i}$ с индексами, указывающими на тип нагрузки ($j = 1, 2$) и номер панели ($i = 1, \dots, k$). Аналогично для усилий нижнего (внутреннего) пояса введено обозначение $U_{j,i}$, для стоек — $V_{j,i}$, где $i = 1, \dots, k+1$, для раскосов — $D_{j,i}$ ($i = 1, \dots, k$).

Рассмотрим нагружение сосредоточенной силой в среднем узле фермы (см. рис. 1). Методом Риттера находим усилия в стержне верхнего пояса i -й панели:

$$O_{1,i} = -(P/2)h_i / u, \quad i = 1, \dots, k,$$

где $h_i = \sum_{j=1}^{i-1} a \cos(\alpha - (j-1)\beta)$.

Конечная сумма, входящая в выражение для плеча реакции опоры, может быть вычислена средствами Maple:

$$h_i = (a/2)(\cos(\varphi(1+2k)) - \cos \alpha - \cos(\varphi(2i-2k-3)) + \cos(\varphi(2i-2k-1))) / (\cos(2\varphi) - 1).$$

Для усилий в стержнях нижнего пояса также методом Риттера из уравнения моментов получим

$$U_{1,i} = (P/2)g_i / u, \quad i = 1, \dots, k, \quad g_i = d \cos(\gamma + \alpha) + v \sum_{j=1}^{i-1} a \cos(\alpha - j\beta).$$

Конечная сумма, входящая в это выражение, также может быть найдена следующим образом:

$$g_i = d \cos(\gamma + \alpha) - \frac{v(\cos \alpha - \cos(\varphi(2k-3)) - \cos(\varphi(2i-1-2k)) + \cos(\varphi(2i-2k+1)))}{4 \sin^2 \varphi}.$$

Усилия в раскосах находим из уравнения проекций на ось, перпендикулярную поясам:

$$D_{1,i} = -(P/2) \cos(\alpha - (i-1)\beta) / \sin \gamma.$$

Усилия в стойках $2, \dots, k-1$ можно также найти методом Риттера, однако с учетом уже найденных усилий значительно проще эти величины найти методом вырезания узлов:

$$V_{1,i+1} = -(O_{1,i+1} \sin \beta + D_{1,i} \sin \gamma) / \cos(\beta/2), \quad i = 1, \dots, k-1.$$

Отдельно вычисляются усилия в крайних панелях:

$$V_{1,1} = 0, \quad V_{1,k+1} = -2(O_{1,k} \sin(\beta/2) + D_{1,k} \sin(\beta/2 + \gamma)).$$

Проверка этого решения была проведена по уже отработанной в публикациях [5]–[7] схеме и программе [8], написанной для системы Maple [9] в численной моде, где отмеченный недостаток, связанный с громоздкостью формул, отсутствует. Схожие формулы этим же методом получаются

и в случае нагружения фермы горизонтальными силами (рис. 3). При этом все моментные точки и уравнения не меняются, что упрощает решение.

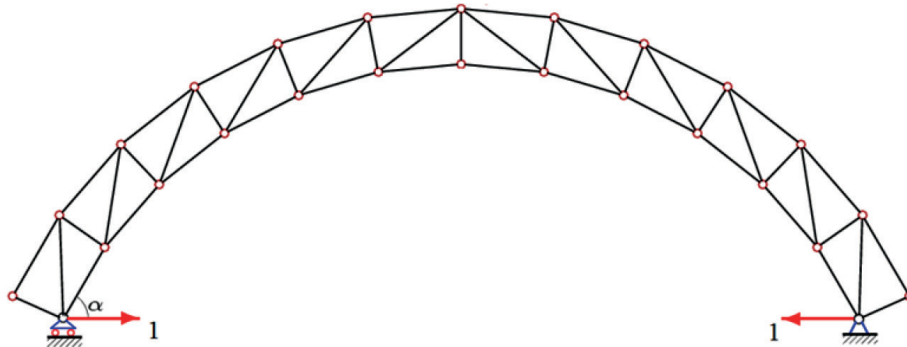


Рис. 3. Нагружение опор единичной силой (схема нагрузок 2)

Усилие в стержнях верхнего (наружного) пояса:

$$O_{2,i} = -h'_i / u, \quad i = 1, \dots, k,$$

$$h'_i = \sum_{j=1}^{i-1} a \sin(\alpha - (j-1)\beta) =$$

$$= (a/2) (\sin(\varphi(1+2k)) - \sin \alpha + \sin(\varphi(2i-2k-3)) - \sin(\varphi(2i-2k-1))) / (\cos(2\varphi) - 1).$$

Усилие в нижнем (внутреннем) поясе:

$$U_{2,i} = g'_i / u, \quad i = 1, \dots, k,$$

$$g'_i = d \sin(\gamma + \alpha) + v \sum_{j=1}^{i-1} a \sin(\alpha - j\beta) = d \sin(\gamma + \alpha) +$$

$$+ (v/2) (\sin \alpha - \sin(\varphi(2k-3)) + \sin(\varphi(2i-1-2k)) - \sin(\varphi(2i-2k+1))) / (\cos(2\varphi) - 1).$$

Усилия в раскосах:

$$D_{2,i} = \sin(\alpha - (i-1)\beta) / \sin \gamma.$$

Усилия в стойках:

$$V_{2,i+1} = -(O_{2,i+1} \sin \beta + D_{2,i} \sin \gamma) / \cos(\beta/2), \quad i = 1, \dots, k-1;$$

$$V_{2,1} = 0, \quad V_{2,k+1} = -2(O_{2,k} \sin(\beta/2) + D_{2,k} \sin(\beta/2 + \gamma)).$$

Деформации

Прогиб конструкции в упругой стадии работы определяем по формуле Максвелла–Мора, разбивая сумму на слагаемые, отвечающие отдельным группам стержней. Такое представление решения помимо наглядности формул позволит при желании легко учесть различные жесткости стержней введением поправочных коэффициентов. Вертикальное смещение (прогиб) конструкции на двух опорах под действием сосредоточенной силы (см. рис. 1) состоит из четырех слагаемых:

$$\Delta_{1,V} = \sum_{i=1}^k V_{1,i}^2 b; \quad \Delta_{1,U} = \sum_{i=1}^k U_{1,i}^2 a; \quad \Delta_{1,O} = \sum_{i=1}^k O_{1,i}^2 v; \quad \Delta_{1,D} = \sum_{i=1}^k D_{1,i}^2 d.$$

При такой нагрузке, используя решения для схем на рис. 1 и 3, определяем горизонтальное смещение опор:

$$\Delta_{2,V} = \sum_{i=1}^k V_{1,i} V_{2,i} b; \quad \Delta_{2,U} = \sum_{i=1}^k U_{1,i} U_{2,i} a; \quad \Delta_{2,O} = \sum_{i=1}^k O_{1,i} O_{2,i} v; \quad \Delta_{2,D} = \sum_{i=1}^k D_{1,i} D_{2,i} d.$$

Деформацию (сближение концов арки) при действии горизонтальных сил по ее концам получаем в виде

$$\Delta_{3,V} = \sum_{i=1}^k V_{2,i}^2 b; \quad \Delta_{3,U} = \sum_{i=1}^k U_{2,i}^2 a; \quad \Delta_{3,O} = \sum_{i=1}^k O_{2,i}^2 v; \quad \Delta_{3,D} = \sum_{i=1}^k D_{2,i}^2 d.$$

Во всех трех задачах полная деформация определяется из суммы

$$EF\Delta_j = 2(\Delta_{j,U} + \Delta_{j,D} + \Delta_{j,V} + \Delta_{j,O}) + V_{j,k+1}^2 h, \quad j = 1, 2, 3.$$

Обозначим относительный прогиб $\Delta'_j = \Delta_j EF / P$, $j = 1, 2, 3$. Приведем численный пример для случая нагружения 1. Пусть $a = 6$ м, $b = 1$ м, $\alpha = \pi/2$, $k = 10$ (рис. 4). По формулам (1) и (2) можно вычислить размеры $\underline{L} = 72,4$ м; $H = 40,3$ м. Знаки усилий по длине дуги не меняются (рис. 5), а усилия по модулю, естественно, возрастают к середине пролета:

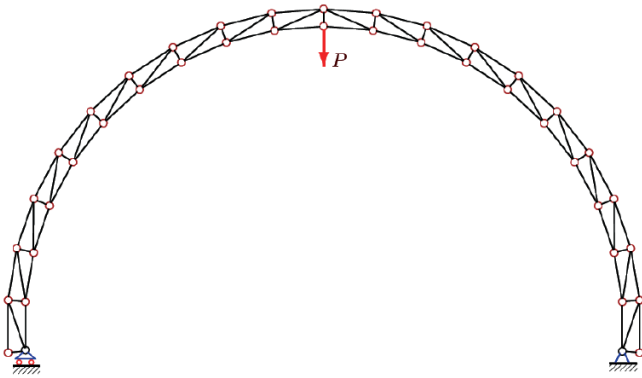


Рис. 4. Ферма при $\alpha = \pi/2$, $k = 10$

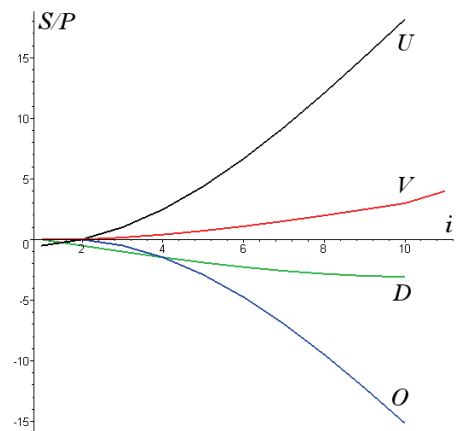


Рис. 5. Распределение усилий в стержнях

Относительный прогиб здесь $\Delta'_1 = 245,1$. Зависимость трех полученных решений от угла α при $L = 100$ м и фиксированном числе секций k представлена графически на рис. 6, а. Интересно отметить, что прогиб фермы при схеме нагружения 1 почти не зависит от угла α , а при некотором угле (в данном случае $\alpha \approx 35^\circ$) все три решения практически совпадают. Кривые на рис. 6, б иллюстрируют все три полученных решения как функции числа секций при фиксированных геометрических данных $\alpha = 30^\circ$, $\underline{L} = 100$ м, $h = 3$ м. Из графика следует, что «дробление» конструкции на большее число секций увеличивает жесткость фермы при любых нагрузках.

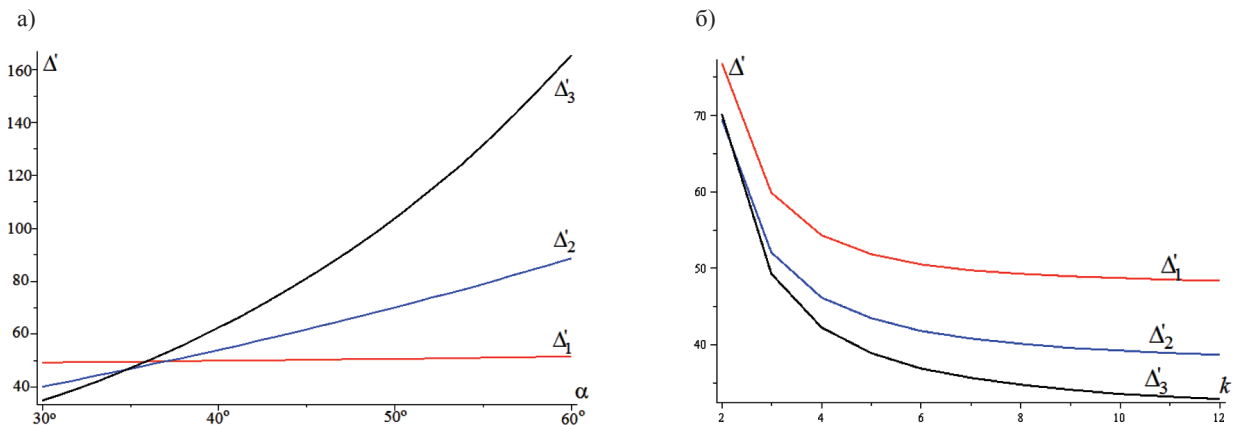


Рис. 6. Зависимости деформаций от α при $k = 8$ (а) и от k (б)

Монтажная схема

При сборке конструкции необходимо обеспечить такой порядок соединения элементов, при котором стержни будут располагаться в параллельных плоскостях, не подвергаясь перекосам за счет расположения концов в разных плоскостях. В дискретной математике (теория раскрасок графов) это задача о реберной раскраске графа, при которой ребрам графа ставятся в соответствие натуральные числа (цвета) так, чтобы одной вершине графа (узлу фермы) были инцидентны ребра разных цветов [10] – [12]. В случае монтажа фермы цвета — это условный уровень плоскости, в которой монтируется стержень.

Для решения задачи о монтаже применим специальный оператор Edge Chromatic Number из пакета Graph Theory системы Maple. Рассмотрим для примера схему монтажа фермы с шестью панелями, полученную этим оператором. Неориентированный (Undirected) граф фермы задает оператор Graph, кодируя ребра номерами его концов: $G:=\text{Graph}(\text{undirected},\{\text{un},\text{opt},\text{vr},\text{dg}\})$, где список ребер нижнего пояса — $\text{un}:=\text{seq}(\{i,i+1\},i=1..n)$, верхнего пояса — $\text{opt}:=\text{seq}(\{i,i+1\},i=n+2..2*n+1)$, стоек — $\text{vr}:=\text{seq}(\{i,i+n+1\},i=1..n+1)$, раскосов — $\text{dg}:=\text{seq}(\{i,i+n+2\},i=1..k),\text{seq}(\{i+k+1,i+n+k+1\},i=1..k)$. По заданному графу решетки оператор Edge Chromatic Number (G,col') возвращает в переменную 'col' набор ребер одного цвета: $\{\{1, 2\}, \{3, 11\}, \{4, 5\}, \{6, 7\}, \{8, 9\}, \{12, 13\}\}, \{\{1, 8\}, \{2, 3\}, \{4, 11\}, \{5, 6\}, \{7, 13\}, \{9, 10\}\}, \{\{1, 9\}, \{2, 10\}, \{3, 4\}, \{5, 11\}, \{6, 12\}, \{7, 14\}\}, \{\{2, 9\}, \{5, 12\}, \{6, 13\}, \{10, 11\}\}, \{\{3, 10\}, \{11, 12\}, \{13, 14\}\}$ и хроматический индекс 5. Это означает, что в списке пять групп ребер одного цвета (одного уровня плоскости при монтаже). Уровни I – III содержат по шесть стержней, уровень IV — четыре стержня, уровень V — три стержня: $\{\{3, 10\}, \{11, 12\}, \{13, 14\}$ (рис. 7).

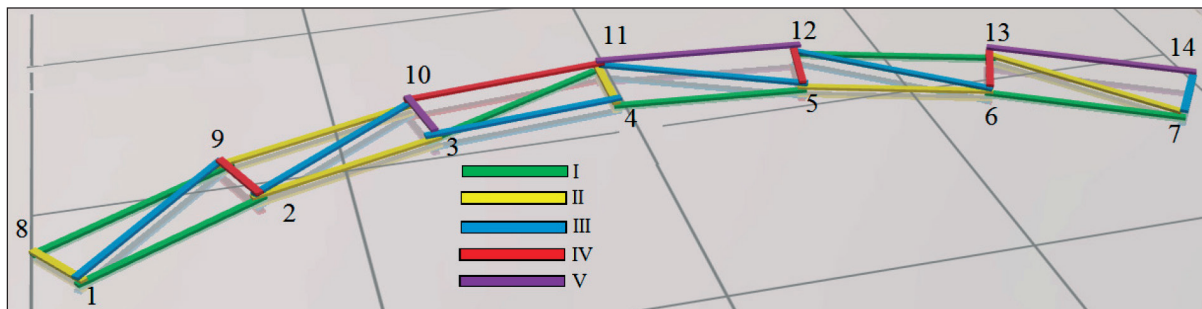


Рис. 7. Реберная раскраска и монтажная схема фермы, $k = 3$

При этом обнаруживается, что в узлах 3 и 14 между стержнями III и V уровня образуются промежутки по высоте, требующие дополнительных шайб с толщиной, равной толщине стержня (рис. 8). Очевидно, эффективность предлагаемого автоматического составления монтажной схемы растет с увеличением числа панелей, где вручную назначить порядок сборки узлов представляется практически невыполнимой задачей.

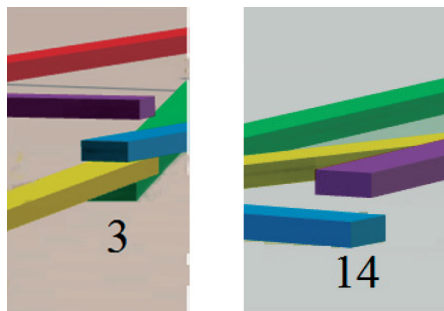


Рис. 8. Места для дополнительных выравнивающих шайб

Следует также отметить, что время работы оператора Edge Chromatic Number по алгоритму, встроенному в Maple, существенно, но немонотонно и зависит от размера графа. При $n = 6$ расчет

выполняется практически мгновенно (0,05 с), при $n = 8$ за 6,42 с, при $n = 5$ за 1,17 с, а при $n = 7$ — уже за 92,61 с. При $n = 6$ решение не было получено, работа программы была остановлена после 20 мин работы. Кроме того, замечена, в какой-то степени, парадоксальная особенность решения: симметричная конструкция имеет несимметричное распределение расположения стержней по уровням — картина соответствующих цветов ребер графа несимметричная. Хроматический индекс 5 не зависит от числа панелей.

Описанный метод имеет ограничение. Граф фермы, к которой он применим, должен быть плоским. В случае пересечения стержней (крестообразная решетка) алгоритм дает сбой. Оператор Edge Chromatic Number возвращает правильные цвета в узлах, но в точках пересечения стержни могут оказаться в одной плоскости, что, конечно, недопустимо, если поставлена цель избежать изгиб элементов. В этом случае стандартный оператор можно модифицировать, представив ферму в виде псевдографа, в котором ребра имеют более двух вершин. Условную фиктивную вершину следует поместить в точках пересечения ребер, что обеспечивает разнесение стержней в точке пересечения в разные плоскости. Усовершенствованный алгоритм удобно также использовать для составления монтажной схемы тех ферм, в которых имеются прямолинейные пояса и в которых нет смысла резать длинные элементы только для того, чтобы стержни располагались в разных плоскостях, удовлетворяя свойству правильной реберной раскраски.

Выводы

Расчет различных типов шпангоутов судов на статические и динамические нагрузки является актуальной задачей [13] – [18]. Предложена схема статически определимой шарнирно-стержневой конструкции для упрочнения корпусов судов.

Основным результатом работы является аналитическое решение для усилий во всех ее элементах для произвольных размеров фермы, двух типов нагрузок и при произвольном числе секций. Учет числа секций оказался наиболее сложной задачей. Методы индукции с решением общей системы уравнений равновесия всех узлов конструкции здесь оказались непригодны. Формальное использование готовых алгоритмов привело к весьма громоздкому решению, не поддающемуся анализу. Поэтому для решения поставленной задачи здесь был применен другой способ получения решения. Усилия были получены сочетанием метода сечений и метода вырезания узлов. При этом оказался весьма удобным приём поворота системы координат при переходе от одного узла к другому. Уравнения для усилий не меняются, меняются только на постоянную величину углы в этих уравнениях, что делает решение легко алгоритмируемым применительно к системам символьной математики. К сожалению, до конца в аналитической форме решение для прогибов получить не удалось. Однако достаточно компактные аналитические выражения для усилий позволяют получить решение в виде конечных сумм.

Другим результатом работы является уточнение алгоритма составления монтажной схемы, впервые предложенной в [7]. Даны рекомендации для составления монтажных схем ферм с пересекающимися стержнями. Несколько численных примеров, проиллюстрированных графически, показали физически достоверные результаты.

Рассмотренная схема является статически определимой, однако известно, что на практике статически определимые конструкции применяются редко. Как правило, шарниры заменяются жесткими соединениями и добавляются дополнительные стержни. В этом случае полученное решение будет, во-первых, являться готовым решением задачи об основной системе, на котором базируется метод сил раскрытия статической неопределимости, во-вторых, это решение представляет нижнюю оценку жесткости проектируемой системы. Такие схемы могут быть использованы для усиления как поперечной, так и продольной жесткости корпуса судна.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тряскин В. Н.* Автоматизированное параметрическое проектирование конструкций корпуса судна: учеб. пособие / В. Н. Тряскин. — СПб.: СПбГМТУ, 2010. — 152 с.

2. Сафронова Т. Д. Применение метода отсеков к расчету колебаний круговых цилиндрических оболочек с тонкостенными шпангоутами / Т. Д. Сафронова, Ф. Н. Шклярчук // МТТ. — 1992. — № 2. — С. 151–159.
3. Чжунбум Р. Расчет колебаний составных оболочек вращения с соединительными шпангоутами по методу конечных элементов / Р. Чжунбум // Труды МАИ. — 2013. — № 69. — С. 2.
4. Болдырев А. В. Оптимизация тонкостенной каркасированной конструкции с ограничениями по прочности и жесткости / А. В. Болдырев, В. А. Комаров // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. — 2006. — № 1 (9). — С. 42–47.
5. Кирсанов М. Н. Формулы для расчета прогиба балочной многорешетчатой фермы / М. Н. Кирсанов, А. Н. Маслов // Строительная механика и расчет сооружений. — 2017. — № 2 (271). — С. 6–10.
6. Кирсанов М. Н. Анализ прогиба фермы пространственного покрытия с крестообразной решеткой / М. Н. Кирсанов // Инженерно-строительный журнал. — 2016. — № 4 (64). — С. 52–58. DOI: 10.5862/МСЕ.64.5.
7. Кирсанов М. Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы / М. Н. Кирсанов // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. — 2016. — № 5 (39). — С. 61–68. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-5-61-68.
8. Кирсанов М. Н. Решебник. Теоретическая механика / М. Н. Кирсанов; под ред. А. И. Кириллова. — М.: Физматлит, 2008. — 382 с.
9. Голоскоков Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple / Д. П. Голоскоков. — СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. — 644 с.
10. Andersen L. D. On edge-colourings of graphs / L. D. Andersen // *Mathematica Scandinavica*. — 1977. — Vol. 40. — No. 2. — Pp. 161–175.
11. Baudon O. Equitable neighbour-sum-distinguishing edge and total colourings / O. Baudon, M. Pilśniak, J. Przybyło, M. Senhaji, É. Sopena, M. Woźniak // *Discrete Applied Mathematics*. — 2017. — Vol. 222. — Pp. 40–53. DOI: 10.1016/j.dam.2017.01.031.
12. Venkateswarlu A. On acyclic edge-coloring of complete bipartite graphs / A. Venkateswarlu, A. Sarkar, S. M. Ananthanarayanan // *Discrete Mathematics*. — 2017. — Vol. 340. — Is. 3. — Pp. 481–493. DOI: 10.1016/j.disc.2016.08.026.
13. Драгун Д. К. Моделирование прочностных свойств силовых шпангоутов в каркасных конструкциях / Д. К. Драгун, А. В. Ульяненок, А. В. Языков // Машины и установки: проектирование, разработка и эксплуатация. — 2016. — № 5. — С. 17–32. DOI:10.7463/aplts.0516.0847809.
14. Драгун Д. К. Моделирование поперечного силового набора в каркасных конструкциях / Д. К. Драгун, А. В. Ульяненок, А. В. Языков // Машины и установки: проектирование, разработка и эксплуатация. — 2016. — № 3. — С. 9–22. DOI: 10.7463/aplts.0316.0843865.
15. Григорьев В. Д. Методика поверочных расчетов прочности конструкций из композиционных материалов / В. Д. Григорьев, А. С. Дзюба, А. А. Ионов, Ю. А. Камышов, В. Ф. Кутьинов // Ученые записки ЦАГИ. — 1991. — Т. XXII. — № 3. — С. 81–91.
16. Фомичев П. А. Применение метода конечных элементов на этапе предварительной тарировки препарированных сечений стреловидного крыла самолета / П. А. Фомичев, С. Ф. Мандзюк, И. В. Ледовских // Авиационно-космическая техника и технология. — 2014. — № 5. — С. 64–69.
17. Maron A. Design of a ship model for hydro-elastic experiments in waves / A. Maron, G. Kapsenberg // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. — 2014. — Vol. 6. — Is. 4. — Pp. 1130–1147. DOI: 10.2478/IJNAOE-2013-0235.
18. Maroun W. J. Steel truss/composite skin hybrid ship hull, Part II: Manufacturing and sagging testing / W. J. Maroun, J. Cao, J. L. Grenestedt // *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. — 2007. — Vol. 38. — Is. 7. — Pp. 1763–1772. DOI: 10.1016/j.compositesa.2006.11.003.

REFERENCES

1. Tryaskin, V. N. *Avtomatizirovannoe parametricheskoe proektirovanie konstruksii korpusa sudna: uchebnoe posobie*. SPb.: SPbGMTU, 2010.
2. Safronova, T. D., and F. N. Shklyarchuk. “Primenenie metoda otsekov k raschetu kolebanii krugovykh tsilin-dricheskikh obolochek s tonkostennymi shpangoutami.” *MTT* 2 (1992): 151–159.
3. Chzhunbum, R. “Raschet kolebanii sostavnykh obolochek vrashcheniya s soedinitel’nyimi shpangoutami po metodu konechnykh elementov.” *Trudy MAI* 69 (2013): 2.

4. Boldyrev, A. V., and V. A. Komarov. "Optimization of a thin-walled wireframe structure with strength and stiffness limitations." *VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering* 1(9) (2006): 42–47.
5. Kirsanov, M. N., and A. N. Maslov. "Formuly dlya rascheta progiba balochnoi mnogoreshetchatoi fermy." *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii* 2(271) (2017): 6–10.
6. Kirsanov, M. N. "Analysis of the buckling of spatial truss with cross lattice." *Magazine of Civil Engineering* 4(64) (2016): 52–58. DOI: 10.5862/MCE.64.5.
7. Kirsanov, M. N. "Static analysis and mounting diagram of flat truss." *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S.O. Makarova* 5(39) (2016): 61–68. DOI: 10.21821/2309-5180-2016-8-5-61-68.
8. Kirsanov, M. N. *Reshebnik. Teoreticheskaya mekhanika*. Edited by A. I. Kirillov. M.: Fizmatlit, 2008.
9. Goloskokov, D. P. *Prakticheskij kurs matematicheskoy fiziki v sisteme Maple*. SPb.: Izd-vo ParkKom, 2010.
10. Andersen, L. D. "On edge-colourings of graphs." *Mathematica Scandinavica* 40.2 (1977): 161–175.
11. Baudon, Olivier, Monika Pilśniak, Jakub Przybyło, Mohammed Senhaji, Éric Sopena, and Mariusz Woźniak. "Equitable neighbour-sum-distinguishing edge and total colourings." *Discrete Applied Mathematics* 222 (2017): 40–53.
12. Venkateswarlu, Ayineedi, Santanu Sarkar, and Sai Mali Ananthanarayanan. "On acyclic edge-coloring of complete bipartite graphs." *Discrete Mathematics* 340.3 (2017): 481–493.
13. Dragun, D. K., A. V. Ul'yanenkov, and A. V. Yazykov. "Modeling the Strength Properties of Power Bulkheads in the Frame Structures." *Machines and Plants: Design and Exploiting* 5 (2016): 17–32.
14. Dragun, D. K., A. V. Ul'yanenkov, and A. V. Yazykov. "Simulation of Cross Set in Frame Structures." *Machines and Plants: Design and Exploiting* 3 (2016): 9–22.
15. Grigor'ev, V. D., A. S. Dzyuba, A. A. Ionov, Yu. A. Kamyshev, and V. F. Kut'inov "Metodika poverochnykh raschetov prochnosti konstruksii iz kompozitnykh materialov." *Uchenye zapiski TsAGI XXII.3* (1991): 81–91.
16. Fomichev, P. A., S. F. Mandzyuk, and I. V. Ledovskih. "Finite element method application in the pre-calibration stage of an airplane sweptwing dissected sections." *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya* 5 (2014): 64–69.
17. Marón, Adolfo, and Geert Kapsenberg. "Design of a ship model for hydro-elastic experiments in waves." *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering* 6.4 (2014): 1130–1147. DOI: 10.2478/IJNAOE-2013-0235.
18. Maroun, William J., Jun Cao, and Joachim L. Grenestedt. "Steel truss/composite skin hybrid ship hull, Part II: Manufacturing and sagging testing." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38.7 (2007): 1763–1772. DOI: 10.1016/j.compositesa.2006.11.003.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Кирсанов Михаил Николаевич —
 доктор физико-математических наук, профессор
 Национальный исследовательский
 университет «МЭИ»
 111250, Российская Федерация, г. Москва,
 ул. Красноказарменная, 14
 e-mail: C216@Ya.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Kirsanov, Mikhail N. —
 Dr. of Physical and Mathematical Sciences, professor
 National Research University
 "Moscow Power Engineering Institute"
 14 Krasnokazarmennaya Str., Moscow, 111250,
 Russian Federation
 e-mail: C216@Ya.ru

Статья поступила в редакцию 25 апреля 2017 г.
 Received: April 25, 2017.