

DOI: 10.17117/na.2016.09.02.027

<http://ucom.ru/doc/na.2016.09.02.027.pdf>

Поступила (Received): 17.09.2016

## Компанеец К.А. Формула для прогиба фермы, равномерно загруженной по узлам нижнего и верхнего пояса

### Kompaneets K.A. The formula for deflection of a truss uniform loaded on the nodes of the lower and upper belt

Приведен алгоритм вывода точного выражения для прогиба статически определенной фермы с четырьмя внешними связями. В решении применен метод индукции и специальные операторы системы компьютерной математики Maple. Построены графики решения для различных высот фермы

**Ключевые слова:** ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, Maple

**Компанеец К.А.**

Студент

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

г. Москва, ул. Красноказарменная, 14

The algorithm of exact solution of the deflection of statically defined truss with four external connections is proposed. The method of induction and special operators in the computer algebra system Maple are used. Graphs of solution for different heights of truss are obtained

**Key words:** truss, deflection, Maxwell-Mohr' formula, Maple

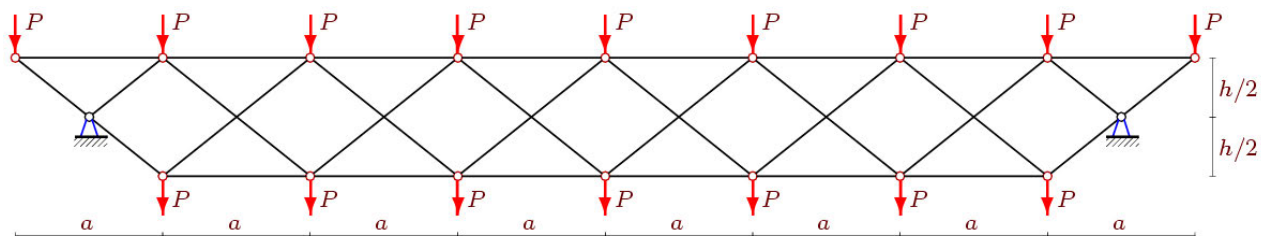
**Kompaneets K.A.**

Student

National research university "MPEI"

Moscow, Krasnokazarmennaya st., 14

Особенность исследуемой фермы – четыре внешние связи (две неподвижные опоры, рис. 1), в то время как обычные балочные фермы имеют три связи – неподвижную опору с двумя реакциями связей и подвижную с одной реакцией.



**Рис. 1. Ферма при  $k=4$**

Если вертикальные компоненты реакций связей рассматриваемой фермы найти просто, и они равны половине суммарной внешней нагрузки, то горизонтальные компоненты можно найти только из решения системы уравнений равновесия всех узлов (шарниров) фермы. Будем считать число панелей в такой

ферме по стержням верхнего пояса и рассматривать фермы с четным числом панелей в пролете. На рисунке 1 принято  $k=4$  – число панелей в половине пролета. Число стержней в ферме равно  $m=8k+4$ , а число шарниров  $4k+2$ , следовательно, система уравнений равновесия узлов замкнута. Поставим задачу определения аналитического выражения для вертикального прогиба фермы при произвольном числе панелей. Воспользуемся формулой Максвелла – Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-4} S_i N_i l_i / (EF),$$

где  $S_i$  – усилия в стержнях фермы от действия внешней нагрузки,  $N_i$  – усилия в стержнях от действия единичной силы, приложенной в середине пролета,  $l_i$  – длины стержней. Усилия найдем по программе [1], записанной в кодах системы компьютерной математики Maple. Последовательный расчет ферм с 1,2, 3 ... 14 панелями показывает, что прогиб имеет всякий раз один и тот же вид

$$EF\Delta = P(A_k a^3 + C_k c^3) / (4h^2),$$

где  $c = \sqrt{a^2 + h^2}$  – длины раскосов. Для получения общего решения остается только вывести формулы общих членов последовательностей коэффициентов. Методом индукции [2-11] с привлечением команд и операторов Maple были выведены две следующие формулы:

$$A_k = -1 + 2(-1)^{k-1} k + (-1)^k + k(2 + 8k - 20k^2 + 10k^3) / 3, C_k = 2k(k - 1) + 1.$$

Графики найденной закономерности прогиба (отнесенного к  $P/EF$ ; высота  $h$  в метрах) показывают монотонный рост прогиба при увеличении числа панелей. Заметим, что этот результат достаточно очевиден, так как с ростом  $k$  увеличивается и пролет фермы и суммарная нагрузка. Решения в символьной форме, полученные методом индукции, для плоских статически определимых решетчатых ферм представлены в [2-6], плоских – в [7-11], вантовой системы – в [12], пространственных – в [13-18]. Более сложный вывод линий влияния методом индукции по двум параметрам приведен в [19].

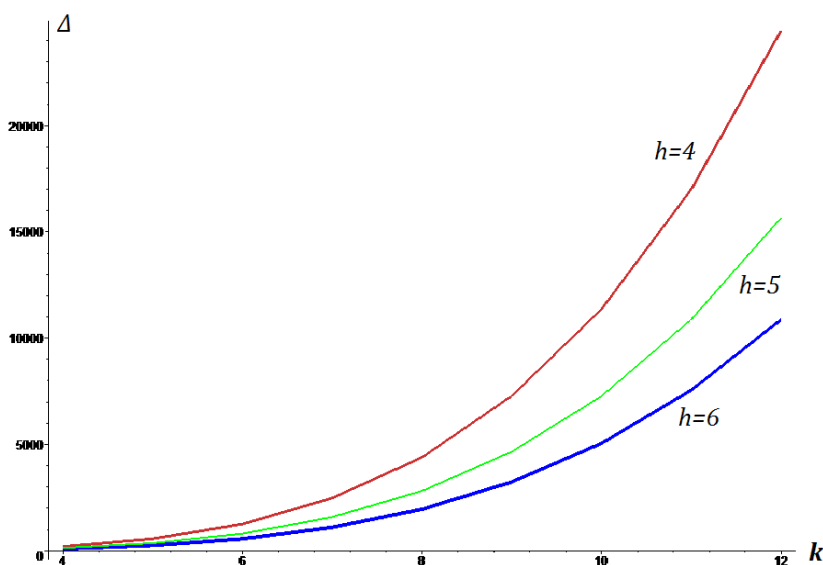


Рис. 2. Рост прогиба в зависимости от высоты  $h$  и числа панелей при  $a=3м$

## Обзоры некоторых работ с применением метода индукции даны в [20-22].

**Список используемых источников:**

1. Кирсанов М. Н. *Maple и MapleT. Решения задач механики*. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
3. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 6 (257). С. 2–6.
4. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет решетчатой фермы // *Моделирование и механика конструкций*. 2015. № 2 (2). С. 5.
6. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // *Вестник машиностроения*. 2015. № 8. С. 48–51.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. № 1 (29). С. 84–105.
8. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета плоской балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2016. Т. 1. № 12. С. 19–24.
9. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
10. Кирсанов М.Н. Скрытая особенность и асимптотические свойства одной плоской балочной фермы // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2014. № 4 (255). С. 9–13.
11. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. № 5(31). С. 38–42.
12. Кирсанов М.Н. Статический расчет вантовой системы // *Известия Московского государственного технического университета МАМИ*. 2013. Т. 1. № 3. С. 89–93.
13. Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования // *Инженерно-строительный журнал*. 2013. № 5 (40). С. 52–58.
14. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. № 6. С. 28–34.
15. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2015. № 2 (259). С. 2–6.
16. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. № 1 (53). С. 32–38.
17. Кирсанов М.Н. Напряженное состояние и деформации прямоугольного пространственного стержневого покрытия // *Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Строительство и архитектура*. 2016. № 1 (41). С. 93–100.
18. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // *Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014*. 2014. С. 239–242.
19. Dong X., Kirsanov M.N. The dependence of the deflection of the truss from the position of the load for an arbitrary number of panels // *Вестник научных конференций*. 2016. № 1–4 (5). С. 6–7.
20. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2015. №6. С. 21–28.
21. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // *Инженерно-строительный журнал*. 2015. №5(57). С. 66–73.
22. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // *Научный вестник*. 2016. № 1 (7). С. 247–254.