

**РАСЧЕТ СМЕЩЕНИЯ ПОДВИЖНОЙ ОПОРЫ ПЛОСКОЙ АРОЧНОЙ  
РАСКОСНОЙ ФЕРМЫ ПРИ НАГРУЗКЕ В СЕРЕДИНЕ ПРОЛЕТА**  
**The calculation of the displacement of the movable support of flat arched diagonal farm  
with a load at Midspan**

**Компанеец К. А.**, студент Национального исследовательского университета «МЭИ»

(Москва, ул. Красноказарменная, 14)

*Рецензент:* Кирсанов М. Н., доктор физико-математических наук, профессор

**Аннотация**

Аналитический расчет деформации плоской арочной фермы, имеющей две опоры, одна из которых – подвижна, ферма нагружена в середине пролета. Расчет усилий в стержнях проводился методом вырезания узлов с помощью математической среды Maple. Расчет смещения подвижной опоры была получена методом индукции на основе формулы Максвелла-Мора для произвольного числа панелей и геометрических характеристик фермы.

**Ключевые слова:** ферма; Maple; смещение; прогиб; индукция.

**Abstract**

Analytical calculation of the deformation of flat arched truss with two supports, one of which is movable, the farm is loaded in the middle span. Calculation of forces in the rods was carried out using cut nodes using mathematical environment Maple. The calculation of the displacement of the movable support was obtained by the method of induction based on the formula of Maxwell-Mohr for an arbitrary number of panels and geometric characteristics of the farm.

**Keywords:** farm; Maple; offset; deflection; induction.

В работе ставится цель получения формулы для смещения подвижной (левой) опоры в зависимости от числа панелей и размеров представленной плоской арочной фермы (рис.1).

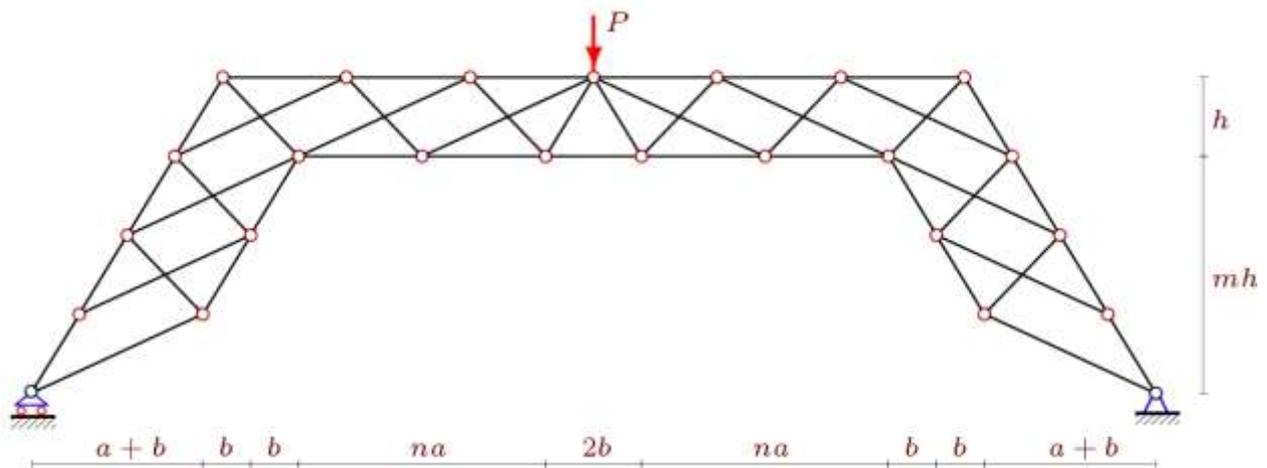


Рис.1 Изображение фермы,  $n=2$ ,  $m=3$

Решение задачи начинается с определения усилий в стержнях фермы. Усилия определяются методом вырезания узлов [5-6], а расчет смещения подвижной опоры с заданным числом стержней с помощью формулы Максвелла-Мора [1]:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{K-3} S_i N_i l_i / (EF_i), \text{ где:}$$

$EF_i$  – жесткость стержней,  $S_i$  – усилия в стержнях от нагрузки,  $N_i$  – усилия в стержнях от действия единичной горизонтальной силы, приложенной к подвижной (левой) опоре,  $l_i$  – длины стержней,  $K$  – количество стержней (причем в формуле учитываются 3 опорных стержня, моделирующих неподвижные шарниры, они приняты жесткими).

Используем метод индукции [2-4] и программу, написанную в Maple [1]. Обнаруживаем последовательность коэффициентов в выражении прогиба. Выявить рекуррентное уравнение, которому подчиняются члены этой последовательности может оператор «**rgf\_findrecur**» системы Maple. Стоит отметить, что данный оператор работает только с четным количеством аргументов. Решение уравнения дает оператор **rsolve**. Для работы программы необходимо подключить специальный пакет **genfunc**. Фрагмент программы, который составляет рекуррентную формулу для последовательностей коэффициентов:

```
>n:='n':with(genfunc):
>S:=seq(AA[i],i=1..Nmax);
>NN:=nops([S])/2:
>Z:=rgf_findrecur(NN, [S], t,n):
>ZZ:=simplify(rsolve({Z,seq(t(i)=S[i],i=1..NN)},t));
```

Также используется цикл **forntoNmaxdo**, оператор **coeff**, который определяет коэффициент заданной переменной, и оператор **seq**, создающий последовательность, для автоматизации и ускорения процесса расчетов.

Для того, чтобы программа могла правильно найти коэффициенты при  $a^3$ ,  $c^3$ ,  $g^3$  и  $h^3$ , составить последовательности и формулы этих последовательностей, зависящие от числа панелей  $n$ , мы должны привести формулу к удобному виду, то есть, на время операции избавиться от знаменателя  $2h^2$ , который в данном случае будет одинаков при любом  $n$ . Поэтому умножим формулу Максвелла-Мора на этот самый знаменатель.

Так, программа составила последовательности коэффициентов и их рекуррентные формулы:

при  $a^3$ :  $S := 104, 189, 304, 449, 632, 853, 1120, 1433, 1800, 2221, 2704, 3249$

$$ZZ := \frac{2n^3}{3} + 10n^2 + \frac{154n}{3} + \frac{83}{2} + \frac{(-1)^{(n+1)}}{2},$$

при  $c^3$ :  $S := 48, 49, 48, 49, 48, 49, 48, 49, 48, 49, 48, 49$

$$ZZ := \frac{97}{2} + \frac{(-1)^n}{2},$$

при  $g^3$ :  $S := 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8$

$$ZZ := \frac{(-1)^{(n+1)}}{4} + \frac{n}{2} + \frac{9}{4},$$

при  $h^3$ :  $S := 17, 18, 18, 19, 19, 20, 20, 21, 22, 22, 23$

$ZZ := \frac{(-1)^n}{4} + \frac{67}{4} + \frac{n}{2}$ , где S – последовательность коэффициентов, а ZZ – рекуррентная

формула последовательности.

Теперь не составит труда составить формулу смещения опоры, зависящую от числа панелей и задаваемых размеров фермы:

$$EF\Delta = P(C_n c^3 + G_n g^3 + H_n h^3 + A_n a^3) / (2h^2), \text{ где}$$

$$C_n = ((-1)^n + 97) / 2,$$

$$G_n = ((-1)^{n+1} + 2n + 9) / 4,$$

$$H_n = ((-1)^n + 2n + 67) / 4,$$

$$A_n = (2n^3 + 30n^2 + 154n) / 3 + ((-1)^{n+1} + 83) / 2.$$

Для уверенности можем сравнить начальный и конечный результаты, для этого выведем формулы смещения опоры для n = 1 и n=2 на экран с помощью команды **print**:

```
>print('del',n,del);
```

```
>print('DEL',n,DEL);od:
```

$$del, 1, \frac{104 a^3 + 48 c^3 + 3 g^3 + 17 h^3}{2 h^2}$$

$$DEL, 1, \frac{104 a^3 + 48 c^3 + 3 g^3 + 17 h^3}{2 h^2}$$

$$del, 2, \frac{189 a^3 + 49 c^3 + 3 g^3 + 18 h^3}{2 h^2}$$

$$DEL, 2, \frac{189 a^3 + 49 c^3 + 3 g^3 + 18 h^3}{2 h^2}$$

При построении графика зависимости прогиба  $\Delta' = \Delta EF / P$  от числа панелей (рис. 2), мы должны указать, как зависят геометрические параметры c и g от задаваемых размеров фермы:

$$c = \sqrt{4h^2 + a^2},$$

$$g = \sqrt{a^2 + c^2}.$$

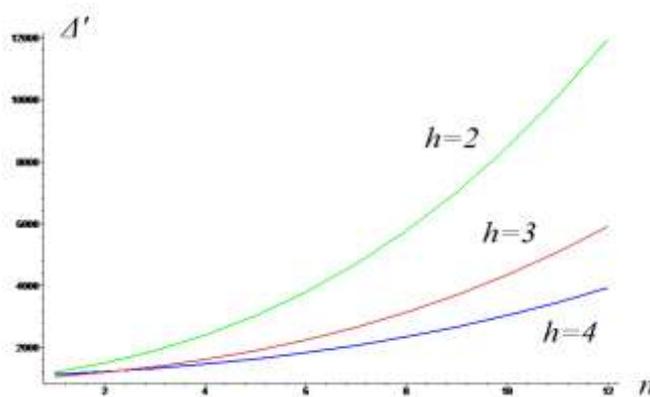


Рис.2 Зависимость прогиба фермы от числа панелей  $n$  при заданных  $a=b=3$ .

**Библиографический список**

1. *Кирсанов М.Н.* Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб. : Лань, 2012. 512 с.
2. *Кружков Е. П.* Горизонтальное смещение опоры плоской арочной фермы с треугольной решеткой в зависимости от числа панелей // Вестник научных конференций. 2015. № 4-1(4). С. 90–91.
3. *Поляков В.К.* Формула для горизонтального смещения опоры безраспорной арочной фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности. Ч. 10. Тамбов, 2015. С. 98–99.
4. *Максимов Д.В.* Анализ горизонтального смещения опоры арочной фермы треугольного очертания при загрузке верхнего пояса // Вестник научных конференций. 2015. № 2-3(2). С. 90–91.
5. *Кирсанов М.Н.* Аналитический расчет регулярной балочной фермы с произвольным числом панелей со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 3 (266). С. 16–19.
6. *Кирсанов М.Н.* Анализ прогиба решетчатой балочной фермы распорного типа // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 5 (57). С. 58–65.
7. *Кошман В.С.* О методе оценки текущего технического состояния агроинженерных систем с использованием закона Видемана-Франца-Лоренца // Пермский аграрный вестник. 2017. № 1. С. 73–78.