

НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ФЕРМЫ ФИНКАЕ. А. Петриченко¹Национальный исследовательский университет "МЭИ"
Россия, г. Москва

¹Студент., тел.: +7(916)766-76-63; e-mail: eliz.wetaa@gmail.com

В плоской статически определимой ферме с крестообразной решеткой типа Финка грузы расположены в узлах верхнего пояса. Поставлена задача найти аналитическое выражение нижней частоты собственных колебаний фермы в зависимости от числа панелей в предположении, что массы грузов имеют лишь вертикальные перемещения, шарниры идеальные, а упругие стержни одинаковой жесткости не наделены массой. Усилия в стержнях находятся в программе, составленной на языке символьной математики Maple, из решения системы линейных уравнений равновесия узлов фермы, в которую входят и реакции опор. Для нижней оценки частоты используется метод Донкерлея. Жесткость фермы определяется по данным матрицы податливости, полученной по формуле Максвелла – Мора. Отдельные решения, найденные для ферм с различным числом панелей, обобщаются на произвольное число панелей. Коэффициенты итоговой формулы получаются из решения линейных рекуррентных уравнений четвертого порядка. Формула для частоты собственных колебаний имеет полиномиальный по числу панелей характер.

Ключевые слова: ферма Финка, нижняя оценка частоты, Maple, индукция, число панелей, метод Донкерлея

Постановка задачи

Динамический анализ строительных конструкций, наряду с другими задачами, включает в себя частотный анализ собственных колебаний сооружения. Наибольшее практическое значение имеет нижняя (первая) частота колебаний. Как правило, эта частота вместе со всеми другими частотами спектра определяется численно в специализированных программных комплексах [1- 6]. Однако для некоторых регулярных стержневых систем возможны решения в символьном виде. На возможность использования свойства регулярности статически определимых систем для вывода удобных в практическом применении формул впервые обратили внимание Игнатъев В.А. [7], Zok F. W., Latture R. M., Begley M. R [8], Hutchinson R. G., Fleck N.A., Guest S.D. [9-11]. Эти формулы могут быть как оценкой для численных решений, так и применяться непосредственно для простейшей оценки частоты колебаний конструкции. С помощью метода индукции с использованием системы компьютерной математики Maple ранее были получены формулы для частот колебаний отдельных грузов или оценки спектров частот плоских ферм [12 - 25]. Известны также отдельные алгоритмы для получения аналитических решений задач колебаний стержневых систем [26, 27]. В данной работе выводится формула для оценки нижней частоты колебаний плоской фермы типа Финка.

Расчетная модель

Схемы ферм без нижнего пояса с раскосами, составляющими сплошную решетку (фермы Финка и Больцмана), были распространены в США в 19–20 веках в железнодорожных мостах [28]. В современных зданиях часто используют покрытия в виде ферм без сплошного нижнего пояса (рис. 1).



Рис. 1. Ферма покрытия центрального зала торгового комплекса АФИМОЛЛ Сити, Москва

Динамические характеристики ферм, спектр частот колебаний обычно определяются численно. Методы современной компьютерной математики позволяют получить оценку нижней частоты подобных систем. Рассмотрим плоскую модель фермы типа Финка (рис. 2). Аналитические решения задачи статики конструкций без нижнего пояса получены в работах [29–32].

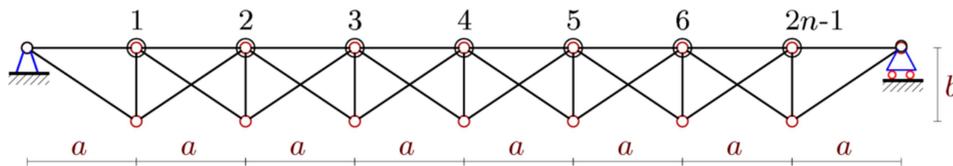


Рис. 2. Ферма, $n = 4$

Плоская статически определимая балочная ферма с $2n$ панелями имеет две опоры. Все панели кроме крайних имеют крестообразные раскосы. Массы расположены в верхних узлах стержней решетки по прямолинейному поясу. Рассмотрены только вертикальные смещения масс.

Структура соединений стержней фермы задается в программе, составленной на языке Maple [33]. Ввод данных состоит из двух основных частей — ввода координат узлов и ввода порядка соединения стержней поясов и решетки. Всего в ферме $K = 8n$ стержней. Порядок соединения стержней задается по аналогии с определением структуры графов в дискретной математике. Вводятся специальные упорядоченные списки из номеров вершин концов соответствующих стержней.

Усилия в стержнях находятся вместе с реакциями опор из решения общей системы уравнений равновесия узлов.

Уравнение частот

Динамические уравнения для массивных грузов записываются в матричной форме:

$$\mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{D}_N \mathbf{Y} = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ — вектор вертикальных перемещений масс $1, \dots, N$, $N = 2n - 1$ — число степеней свободы, \mathbf{M}_N — матрица инерции размером $N \times N$, \mathbf{D}_N — матрица жесткости,

$\ddot{\mathbf{Y}}$ — вектор ускорений. В случае, когда все грузы одинаковые, матрица инерции диагональная: $\mathbf{M}_N = m\mathbf{I}_N$. Матрица податливости \mathbf{B}_N , обратная к матрице жесткости \mathbf{D}_N , определяется с помощью интеграла Мора:

$$b_{i,j} = \sum_{\alpha=1}^{K-3} S_{\alpha}^{(i)} S_{\alpha}^{(j)} l_{\alpha} / (EF), \quad (2)$$

где $S_{\alpha}^{(i)}$ — усилие в стержне α от действия единичной вертикальной силы, приложенной к узлу i , l_{α} — длина стержня α , K — число стержней фермы, EF — жесткость стержней. В число стержней входят недеформируемые опорные стержни, соответствующие подвижной и неподвижной опорам. Усилия этих стержней в сумме (3) не учитываются. Умножение уравнения (2) слева на матрицу податливости \mathbf{B}_N дает уравнение:

$$m\mathbf{B}_N\mathbf{I}_N\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{Y} = 0. \quad (3)$$

Представление формы колебаний в виде $y_k = u_k \sin(\omega t + \varphi_0)$, где ω — собственная частота колебаний дает соотношение $\ddot{\mathbf{Y}} = -\omega^2\mathbf{Y}$. Отсюда из (3) следует $\mathbf{B}_N\mathbf{Y} = \lambda\mathbf{Y}$, где частота колебаний выражается через собственные числа матрицы \mathbf{B}_N : $\lambda = 1/(m\omega^2)$. Задача сводится к проблеме собственных чисел матрицы податливости, состоящей из проекций единичных усилий, направленных по искомым усилиям в стержнях. Значения координат концов стержней и данные о геометрии решетки дают значения элементов матрицы. Усилия $S_{\alpha}^{(i)}$ в стержнях фермы определяются из решения системы уравнений узлов фермы. Собственные числа матрицы в системе Maple возвращает специальный оператор Eigenvalues из пакета LinearAlgebra. Частоты колебаний соответствуют собственным числам: $\omega = \sqrt{1/(m\lambda)}$. Наименьшей является первая частота, ниже значение которой необходимо найти.

Оценка Донкерлея

По формуле Донкерлея нижняя оценка главной частоты колебаний имеет вид:

$$\omega_D^{-2} = \sum_{i=1}^N \omega_i^{-2}, \quad (4)$$

где ω_i — частота колебания груза массой m , расположенного в узле $i + 1$ верхнего пояса. Уравнение колебаний (1) для одной массы имеет вид:

$$m\ddot{y}_i + d_i y_i = 0,$$

где y_i — вертикальное смещение массы, \ddot{y}_i — ускорение массы, d_i — коэффициент жесткости (i — номер массы). Частота колебаний отдельной массы при отсутствии других масс находится по формуле: $\omega_i = \sqrt{d_i/m}$. Коэффициент жесткости определяется с помощью интеграла Мора:

$$\delta_i = 1/d_i = \sum_{\alpha=1}^{\mu-3} (S_{\alpha}^{(i)})^2 l_{\alpha} / (EF).$$

Здесь обозначено $S_{\alpha}^{(i)}$ — усилия в стержне с номером α от действия единичной вертикальной силы, приложенной к узлу $i + 1$. Частоты колебаний определяются для масс, расположенных поочередно во всех отмеченных узлах фермы. Расчет ферм с различным чис-

лом панелей n дает общий вид формулы для определения нижней оценки ω_D . Для произвольного числа панелей имеем:

$$\omega_D^{-2} = m \sum_{i=1}^N \delta_i = m(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 b^3) / (nh^2 EF), \quad (5)$$

где обозначена длина раскоса $c = \sqrt{a^2 + b^2}$. Коэффициенты $C_1(n), C_2(n), C_3(n)$ в этой формуле определяются методом индукции. Сначала выписываются последовательности коэффициентов, полученных из решения задачи для отдельных ферм, и находятся их общие члены. Длина таких последовательностей должна быть достаточной для того, чтобы определить общий член. Специальный оператор `rgf_findrecur` системы Maple дает рекуррентное уравнение, из которого можно найти искомую зависимость. В случае определения коэффициента C_1 имеем рекуррентное уравнение:

$$C_{1,n} = 3C_{1,n-1} - 3C_{1,n-2} + C_{1,n-3}.$$

Решение его дает оператор `rsolve`:

$$C_1 = 16n^2 - 18n + 5. \quad (6)$$

Аналогично находятся и другие коэффициенты:

$$C_2 = 16n^2 - 12n + 2, C_3 = 8n^2 - 6n + 1. \quad (7)$$

Формула (5) с коэффициентами (6), (7) представляет собой решение поставленной задачи — выражение нижней границы ω_D первой частоты колебаний фермы с грузами $m = 200$ кг, распределенными по нижнему поясу в зависимости от числа панелей и размеров фермы. График на рис. 3 построен при $EF = 2,0 \cdot 10^4$ кН, $a = 3$ м.

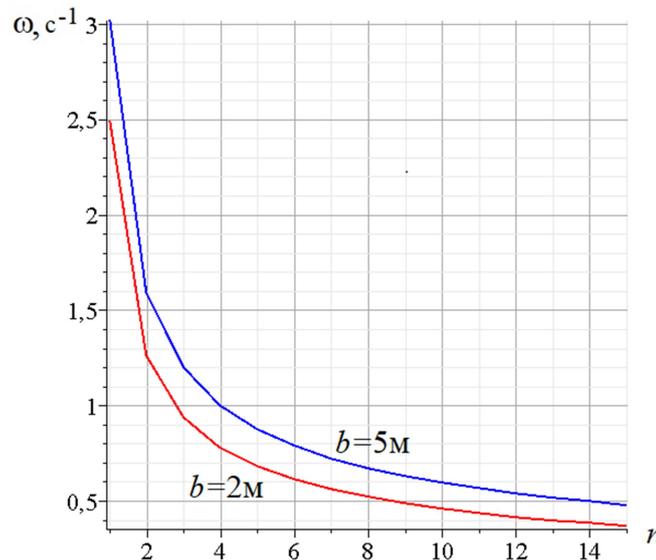


Рис. 3. Зависимость частоты колебаний от числа панелей n при $a=3$ м

С увеличением числа панелей увеличивается и длина фермы, а частота колебаний монотонно уменьшается. Для фермы с большей высотой $b = 5$ м (жесткость больше) частота выше. На рис. 4 дана зависимость частоты от высоты стоек фермы.

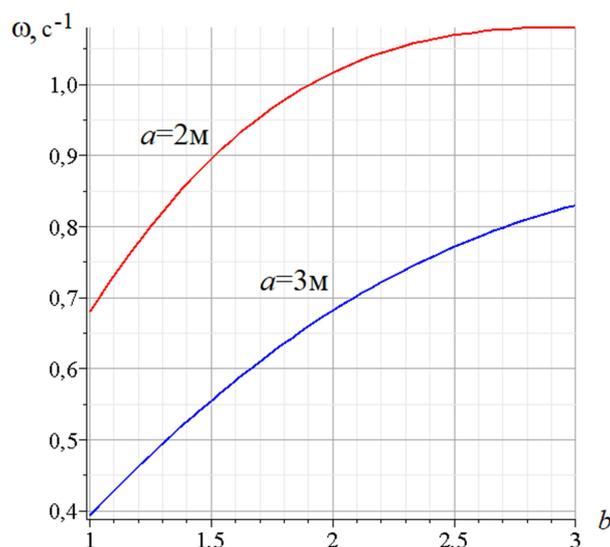


Рис. 4. Зависимость частоты колебаний от высоты стоек b

Заключение

Дан алгоритм вывода формулы для нижней оценки первой собственной частоты колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей. Для решения использованы метод индукции и система Maple. Алгоритм применим для тех регулярных ферм, для которых доступно аналитическое решение задачи о прогибе, как плоских [33–36], так и пространственных [37]. Выбор системы компьютерной математики был произволен. С таким же успехом можно использовать систему Wolfram Mathematica. Определяющим свойством выбранной программы явилась ее возможность находить общие члены последовательностей и быстродействие в режиме символьных преобразований.

Полученная оценка частоты имеет достаточно простой вид и может служить предварительной оценкой частотной характеристики проектируемой конструкции.

Библиографический список

1. Ufimtsev E., Voronina M. Research of Total Mechanical Energy of Steel Roof Truss during Structurally Nonlinear Oscillations // *Procedia Engineering*. 2016. Т. 150. С. 1891–1897.
2. Ufimtcev E. Dynamic Calculation of Nonlinear Oscillations of Flat Trusses Part 2: Examples of Calculations // *Procedia Engineering*. 2017. Т. 206. С. 850–856.
3. Chen J. et al. Vibration reduction in truss core sandwich plate with internal nonlinear energy sink // *Composite Structures*. 2018. Vol. 193. Pp. 180–188.
4. Baeza L., Ouyang H. Vibration of a truss structure excited by a moving oscillator // *Journal of Sound and Vibration*. 2009. Vol. 321. №. 3–5. Pp. 721–734.
5. Shu J. et al. Assessment of a cantilever bridge deck slab using multi-level assessment strategy and decision support framework // *Engineering Structures*. 2019. Т. 200. С. 109666.
6. Tejani G. G., Savsani V.J., Patel V.K., Mirjalili S. Truss optimization with natural frequency bounds using improved symbiotic organisms search // *Knowledge-Based Systems*. 2018. № 143. С. 162–178.
7. Игнатъев В.А. Расчет регулярных стержневых систем. Саратов: Саратовское высшее военно-химическое военное училище, 1973.

8. Zok F. W., Latture R. M., Begley M. R. Periodic truss structures. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2016. Vol. 96. С. 184–203.
9. Hutchinson R. G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // *ZAMM Z. Angew. Math. Mech.* 2005. Т. 85. №. 9. С. 607–617.
10. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. Vol. 54 № 4. Pp. 756–782.
11. Guest S.D., Hutchinson J.W. On the determinacy of repetitive structures // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2003. 51. Pp. 383–391.
12. Тиньков Д.В. Аналитические решения задач о собственных частотах колебаний регулярных стержневых систем: дис. ... к.т.н. 2019. 113 с.
13. Воробьев О.В. О методах получения аналитического решения для проблемы собственных частот шарнирных конструкций // *Строительная механика и конструкции*. 2020. № 1 (24). С. 25–38.
14. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Формулы для частоты колебания груза в произвольном узле балочной фермы // *Транспортное строительство*. 2018. №12. С. 21–23.
15. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитическое решение задачи о частоте колебания груза в произвольном узле балочной фермы в системе Maple // *Строительство: наука и образование*. 2018. Т. 8. № 4(30). С. 3.
16. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Спектр собственных частот колебаний внешне статически неопределимой фермы // *Транспортное строительство*. 2019. №2. С. 20–23.
17. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитические выражения частот малых колебаний балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2019. №1(20). С. 14–20.
18. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ собственных частот колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей // *Вестник МГСУ*. 2019. Т.14. №.3(126). 284–292.
19. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ частот колебаний груза в зависимости от его положения в узлах плоской фермы // *Строительство и реконструкция*. 2020. № 1 (87). С. 14–19.
20. Кирсанов М. Н., Бука-Ваиваде К. Аналитические выражения частот малых колебаний балочной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2019. Т. 4(23). С. 7–14.
21. Кирсанов М.Н. Формула для основной частоты колебания многопролетной фермы // *Строительная механика и конструкции*. 2020. № 1 (24). С. 19–24.
22. Кирсанов М.Н. Формула зависимости низшей частоты колебания балочной фермы от числа панелей // *Строительная механика и расчет сооружений*. 2019. № 3(284). С. 45–49.
23. Кирсанов М.Н. Нижняя оценка основной частоты собственных колебаний фермы с произвольным числом панелей // *Вестник МГСУ*. 2019. Т. 14. №7. С. 844–851.
24. Ахмедова Е.Р., Канатова М.И. Собственные частоты колебаний плоской балочной фермы регулярной структуры // *Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции*. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 31 октября 2014. С. 17–18.
25. Канатова М.И. Частотное уравнение и анализ колебаний плоской балочной фермы // *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. М: Инфра-М. 2015. Т. 1. С. 31–34.
26. Рыбаков Л.С., Мишустин И.В. Собственные колебания плоских регулярных упругих ферм ортогональной структуры // *Механика композиционных материалов и конструкций*. 1999. Т. 5. № 2. С. 3–16.

27. Мишустин И.В., Рыбаков Л.С. Колебания плоских упругих ферм ортогональной структуры // Известия Академии наук. Механика твердого тела. 2003. № 2. С. 168–184.
28. Гордон Дж. Конструкции или почему не ломаются вещи. М.: Мир, 1980. 230 с.
29. Васильченко Д.И. Формула для смещения опоры балочной фермы типа Больмана // Научный альманах. 2016. N 8-1(22). С. 261-263.
30. Васильков И.Д., Кирсанов М.Н. Формулы для определения прогиба и смещения опоры фермы Больмана с произвольным числом панелей // Научный альманах. 2016. №11–2(25). С. 289–292.
31. Салимов М.С. Формула для прогиба фермы типа Больмана под действием распределенной нагрузки // Постулат 2018. №10 (36).
32. Шикин К. Однопараметрический вывод формулы для прогиба балочной фермы типа Финка // Постулат. 2018. № 10(36).
33. Бука-Вайваде К., Кирсанов М.Н., Сердюк Д.О. Calculation of deformations of a cantilever frame planar truss model with an arbitrary number of panels // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. Вып. 4. С. 510–517.
34. Кирсанов М.Н. Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник. М.: ИНФРА-М, 2019. 238 с.
35. Кирсанов М.Н., Заборская Н.В. Деформации периодической фермы с раскосной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 3 (71). С. 61–67.
36. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
37. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. № 5 (238). С. 11–15.

References

1. Ufimtcev E. Dynamic Calculation of Nonlinear Oscillations of Flat Trusses Part 2: Examples of Calculations. Procedia Engineering. 2017. Vol. 206. Pp. 850–856.
2. Ufimtsev E., Voronina M. Research of Total Mechanical Energy of Steel Roof Truss during Structurally Nonlinear Oscillations. Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. Pp. 1891–1897.
3. Chen J. et al. Vibration reduction in truss core sandwich plate with internal nonlinear energy sink. Composite Structures. 2018. Vol. 193. Pp. 180–188.
4. Baeza L., Ouyang H. Vibration of a truss structure excited by a moving oscillator. Journal of Sound and Vibration. 2009. Vol. 321. №. 3–5. Pp. 721–734.
5. Shu J. et al. Assessment of a cantilever bridge deck slab using multi-level assessment strategy and decision support framework. Engineering Structures. 2019. Vol. 200. Pp. 109666.
6. Tejani G. G., Savsani V.J., Patel V.K., Mirjalili S. Truss optimization with natural frequency bounds using improved symbiotic organisms search. Knowledge-Based Systems. 2018. 143. Pp. 162–178.
7. Ignatiev V.A. Calculation of regular core systems. Saratov: Saratov Higher Military Chemical Military School, 1973.
8. Zok F. W., Latture R. M., Begley M. R. Periodic truss structures. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2016. Vol. 96. Pp. 184–203.
9. Hutchinson R. G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. Vol. 85. №. 9. Pp. 607–617.
10. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. Vol. 54. №. 4. Pp. 756–782.

11. Guest S.D., Hutchinson J.W. On the determinacy of repetitive structures. *J. Mech. Phys. Solids*. 2003. Vol. 51. Pp. 383–391.
12. Tinkov D.V. Analytical solutions of problems on natural vibration frequencies of regular rod systems: dis. ... Ph.D. 2019. 113 p.
13. Vorobiev O.V. On methods of obtaining an analytical solution for the problem of natural frequencies of hinged structures. *Structural Mechanics and Structures*. 2020. No. 1 (24). Pp. 25–38.
14. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Formulas for the oscillation frequency of the load in an arbitrary node of the girder. *Transport construction*. 2018. No. 12. Pp. 21–23.
15. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analytical solution of the problem of the frequency of oscillation of the load in an arbitrary node of the beam girder in the Maple system. *Construction: Science and Education*. 2018. Vol. 8. No. 4 (30). P. 3.
16. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Spectrum of natural frequencies of oscillations of an externally statically indeterminate truss. *Transport construction*. 2019. No. 2. Pp. 20–23.
17. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Analytical expressions of frequencies of small vibrations of a beam truss with an arbitrary number of panels. *Structural Mechanics and Structures* 2019. No. 1(20). Pp. 14–20.
18. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analysis of the natural frequencies of oscillations of a planar truss with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2019; 14:3:284–292.
19. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Analysis of cargo vibration frequencies depending on its position in the nodes of a planar truss. *Construction and reconstruction*. 2020. No. 1 (87). Pp. 14–19.
20. Kirsanov M.N., Buka-Vaivade K. Analytical expressions of frequencies of small oscillations of a beam truss with an arbitrary number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2019. Vol. 4. No. 23. Pp. 7–14.
21. Kirsanov M. N. Formula for the main frequency of vibration of a multi-span truss // *Construction mechanics and structures*. 2020. No. 1 (24). Pp. 19–24.
22. Kirsanov M. N. Formula for the dependence of the lowest frequency of vibration of the beam truss on the number of panels. *Construction mechanics and calculation of structures*. 2019. No. 3(284). Pp. 45–49.
23. Kirsanov M.N. Lower estimate of the fundamental frequency of natural oscillations of a truss with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2019; 14:7:844- 851. (rus.)
24. Akhmedova E.R., Kanatova M.I. Natural vibration frequencies of a flat beam girder of regular structure. *Science and education in the XXI century: collection of scientific papers based on the materials of the International scientific and practical conference*. Tambov: LLC "Consulting company Ucom", October 31, 2014. Pp. 17–18.
25. Kanatova M.I. Frequency equation and analysis of vibrations of a flat girder. *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. M: Infra-M. 2015. Vol. 1. Pp. 31–34.
26. Rybakov L.S. & Mishustin I.V. Natural vibrations of flat regular elastic trusses of orthogonal structure. *Mechanics of composite materials and structures*. 1999. Vol. 2(5). Pp. 3–16.
27. Mishustin I.V. & Rybakov L.S. Oscillations of flat elastic trusses of orthogonal structure. *News of the Academy of Sciences. Solid mechanics*. 2003. 2. Pp. 168–184.
28. Gordon J. *Constructions or why things don't break*. M.: Mir, 1980. 230 p
29. Vasilchenko D.I. Formula for displacement of the support of a Bolman-type beam girder. *Science Almanac*. 2016. N 8–1 (22). Pp. 261–263.
30. Vasilkov I.D., Kirsanov M.N. Formulas for determining the deflection and displacement of the support of the Bolman truss with an arbitrary number of panels. *Science Almanac*. 2016. No. 11–2 (25). Pp. 289–292.
31. Salimov M.S. Formula for the deflection of a Bolman-type truss under the action of a distributed load. *Postulate*. 2018. No. 10 (36).

32. Shikin K. One-parameter derivation of the formula for the deflection of a Fink-type beam girder. *Postulate*. 2018. No. 10 (36).
33. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever frame planar truss model with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2020. 15(4). Pp. 510–517.
34. Kirsanov M. N. Planar trusses. Schemes and calculation formulas: handbook. M.: INFRA-M, 2019. 238 p.
35. Kirsanov M. N., Zaborskaya N. V. Deformations of a periodic truss with a diagonal lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. No. 3 (71). Pp. 61–67.
36. Kirsanov M. N. comparative analysis of the rigidity of two arch truss schemes. *Construction of unique buildings and structures*. 2015. No. 9 (36). Pp. 44–55.
37. Kirsanov M. N. Features of analytical calculation of spatial rod systems. *Construction mechanics and calculation of structures*. 2011. No. 5 (238). Pp. 11–15.

LOWER BOUND OF THE NATURAL OSCILLATION FREQUENCY OF THE FINK TRUSS

E. A. Petrichenko

National Research University "MPEI"

Moscow, Russia

Student, tel.: +7(916)766-76-63; e-mail: eliz.wetaa@gmail.com

In a planar statically determinate truss with a Fink-type cross-shaped grid, the loads are located at the nodes of the upper belt. The task is to find an analytical expression of the lower frequency of natural vibrations of the truss as a function of the number of panels, assuming that the masses of loads have only vertical movements, the hinges are ideal, and elastic rods of the same stiffness are not endowed with mass. The forces in the rods are found in a program compiled in the language of symbolic mathematics Maple, from the solution of a system of linear equations of equilibrium of truss nodes, which includes the reactions of supports. For the lower evaluation frequency method is used for Dunkerley. The rigidity of the truss is determined from the data of the compliance matrix obtained by the Maxwell – Mohr's formula. Individual solutions found for trusses with different numbers of panels are generalized to an arbitrary number of panels. The coefficients of the final formula are obtained from solving linear recurrent equations of the fourth order. The formula for frequency is polynomial in the number of panels.

Keyword: Fink truss, lower bound of frequency, Maple, induction, the number of panels, the method of Dunkerley