

ОЦЕНКА СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ ДВУХПРОЛЁТНОЙ ФЕРМЫ С УЧЁТОМ ЖЕСТКОСТИ ОПОР

В. Ф. Петренко

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Студент, тел. +7 (925) 734-96-41; e-mail: petrenko.valeri82@gmail.com

Объектом исследования является статически определимая ферма с двумя пролетами и ромбовидной решёткой. Одна из опор является неподвижным шарниром, две других – подвижными. Зависимость первой собственной частоты колебаний фермы от ее размеров, массы, а также числа панелей находится в аналитической форме в приближении по Донкерлею. Показано, что при определенном числе панелей ферма становится кинематически изменяемой. Жесткость конструкции с массами, сосредоточенными в ее узлах, определяется по формуле Максвелла – Мора. Рассчитывается нижняя аналитическая оценка первой частоты. Обобщение серии частных решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей производится методом индукции. Общие члены последовательности коэффициентов определяются из решения линейных однородных рекуррентных уравнений. Все преобразования, включая нахождение усилий в стержнях методом вырезания узлов, выполняются в системе компьютерной математики Maple. Для проверки решения весь спектр частот, включая низшую частоту, находится в численной форме. Сравнение аналитического решения с численным показывает, что точность аналитической оценки снизу достаточно высока и возрастает с увеличением числа панелей, а влияние жесткости опор на спектр частот незначительное.

Ключевые слова: ферма, Maple, оценка собственных колебаний, частота собственных колебаний; Ромбовидная ферма.

Введение. Ферменные конструкции широко применяются в строительстве для перекрытия больших пролётов с целью уменьшения расхода применяемых материалов и облегчения конструкций, в конструкциях крепления антенн, дорожных и уличных указателей. Расчет напряженно-деформированного состояний и частот собственных колебаний таких конструкций является актуальной задачей наряду с оценкой устойчивости и прочности. Как правило, расчёты производятся в численном виде в специализированных пакетах, основанных на методе конечных элементов [1]. Это позволяет получать решения задач для статически неопределимых систем и систем со сложными нагрузками и граничными условиями с учетом неупругих или нелинейных свойств материала конструкции. В справочниках [2], [3] собраны аналитические решения для плоских балочных ферм, арок, рам и консолей, полученные методом индукции в системе символьной математики Maple. Аналитические решения для некоторых статически определяемых плоских ферм даны в [4-14]. Как правило, это решения для регулярных сооружений, для которых применим метод индукции [15-21]. С помощью метода индукции определяется зависимость усилий, прогиба и частот колебаний от порядка регулярной конструкции, например, от числа панелей или периодических групп стержней. Такие решения применимы как для оценки точности численных решений, так и для предварительных расчетов проектируемых моделей, для которых можно подобрать оптимальный вариант с помощью

выбора порядка регулярной системы, ее размеров и распределения жесткостей по отдельным стержням.

Конструкция фермы и усилия в стержнях. Рассматриваемая ферма представляет собой плоскую балочную конструкцию с ромбовидной решеткой и дополнительной подвижной опорой в середине пролета (рис. 1). Дополнительная опора делает конструкцию внешне статически неопределимой. Расчет реакций опор возможен только в совместной системе уравнений равновесия всех узлов фермы. Дополнительная опора разделяет ферму на два одинаковых пролета по n_0 панелей высотой h и длиной a . Несмотря на четыре внешние связи, конструкция статически определима. Здесь опоры моделируются упругими стержнями длиной q . Ферма содержит $2n+2$ внутренних шарниров, где $n = 2n_0$. Число стержней, включая четыре опорные, $v = 4n + 4$. Записывая по два уравнения равновесия для каждого узла, можно получить замкнутую систему уравнений для усилий в стержнях и реакций опор, необходимую для решения задачи.

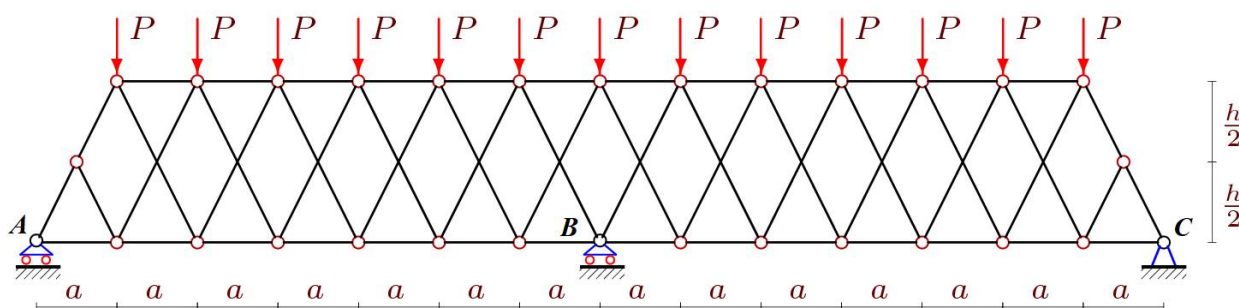


Рис. 1. Схема фермы с нагрузкой, равномерно распределенной по верхнему поясу, $n_0 = 7$

В [22] в аналитической форме с использованием системы Maple исследованы деформации аналогичной плоской фермы с двумя пролетами для произвольного числа панелей.

Расчет усилий производится в программе, написанной на языке символьной математики Maple. Стержни и узлы нумеруются (рис. 2). В программу вносятся координаты узлов и порядок соединения стержней в виде специальных списков, указывающих на номера концов стержней. Матрица системы уравнений равновесия содержит направляющие косинусы усилий.

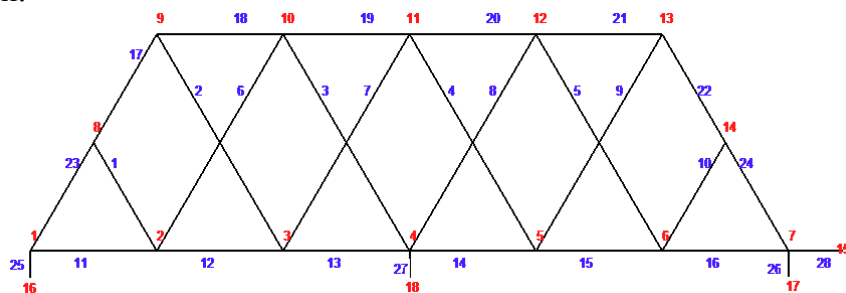


Рис. 2. Нумерация стержней и узлов, $n_0 = 3$

Приведем численное решение задачи о распределении усилий по стержням фермы при $n=6$, $a=3$ м, $h=6$ м (рис. 3). Синим цветом обозначены сжатые стержни, красным – растянутые. Тонкие черные отрезки соответствуют ненагруженным стержням. Величина усилия, отнесенная к P , округлена до двух значащих цифр. Верхний пояс, как и следовало ожидать, сжат, нижний – растянут. Большая часть стержней решетки при $n=6$ сжата или не напряжена. Два раскоса растянуты. Следует отметить, что наиболее сжатые стержни находятся не в середине верхнего пояса.

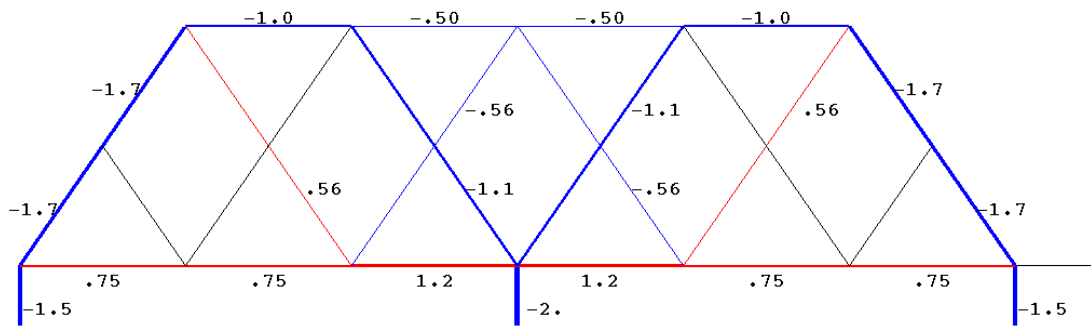


Рис. 3. Распределение усилий, $n_0 = 3$

Расчет усилий для ферм с различным числом панелей показывает, что для четного числа панелей n_0 задача не имеет решения. Отдельное вычисление определителя системы уравнений равновесия показало, что в этом случае он равен нулю. Объяснение этого эффекта связано с кинематической изменяемостью конструкции. В качестве примера рассмотрим случай допустимой картины распределения скоростей узлов при $n_0 = 2$ (рис. 4). Стержни 1, 6, 7, 10, 15 и 16 совершают вращательные движения вокруг опорных шарниров. Неподвижными остаются опорные шарниры 1, 3, 5, а также 7 и 9. Стержни 3 и 4 движутся поступательно со скоростью u , стержни 2 и 5 неподвижны. Остальные стержни совершают мгновенно вращательные движения. Треугольники с вершинами 1, 2 и 6 и 4, 5, 10 жесткие. Отсюда имеем соотношение скоростей: $u/a = 2u'/c$, где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$.

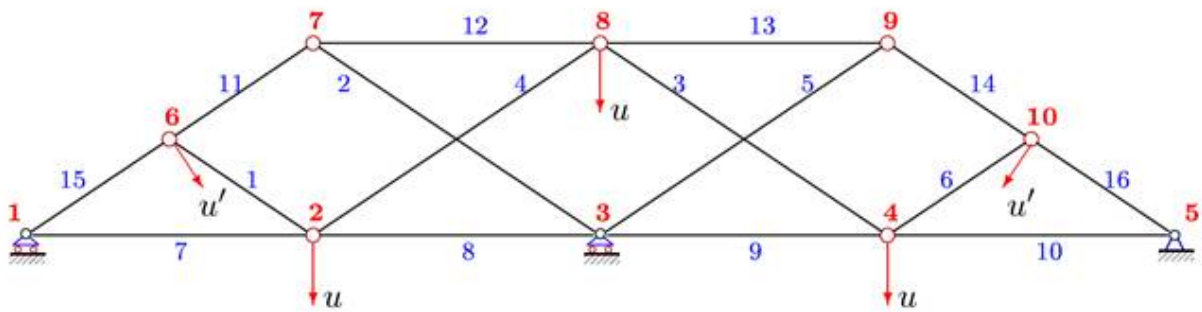


Рис. 4. Виртуальные скорости узлов, $n_0 = 2$

Далее принимаем нечетное число панелей в половине пролета $n_0 = 2k + 1$.

Методом индукции найдем реакции опор для случая нагружения фермы распределенной нагрузкой (рис. 1). Последовательно рассчитывая усилия во всех стержнях, включая стержни, моделирующие опоры, получаем для различных k :

$$k = 1: Y_A = 3P/2,$$

$$k = 2: Y_A = 5P/2,$$

$$k = 3: Y_A = 7P/2,$$

$$k = 4: Y_A = 9P/2, \dots$$

Общая формула очевидна: $Y_A = Y_C = P(2k + 1)/2$. Аналогично получаем $Y_B = 2kP$. Таким образом, большая часть нагрузки приходится на среднюю опору.

Первая частота собственных колебаний. Инерционные свойства фермы моделируем массами, расположенными в узлах нижнего пояса. Предполагая, что массы

двигаются только по направлению оси y , получаем, что число степеней свободы конструкции равно $K = 2n_0 - 1$. В матричном виде система записывается следующим образом:

$$m\mathbf{I}_K \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{D}_K \mathbf{Y} = 0.$$

Здесь \mathbf{Y} – вектор всех смещений масс в узлах фермы, $\ddot{\mathbf{Y}}$ – вектор ускорений, \mathbf{I}_K – единичная матрица, \mathbf{D}_K – матрица жесткости. В случае гармонических колебаний с частотой ω справедлива связь $\ddot{\mathbf{Y}} = -\omega^2 \mathbf{Y}$. Матрица \mathbf{D}_K является обратной к матрице податливости \mathbf{B}_K . Элементы этой матрицы вычисляются с помощью формулы Максвелла – Мора:

$$b_{i,j} = \sum_{\alpha=1}^{v-3} S_{\alpha}^{(i)} S_{\alpha}^{(j)} l_{\alpha} / (EF) + \sum_{\alpha=v-2}^v S_{\alpha}^{(i)} S_{\alpha}^{(j)} l_{\alpha} / (EF_h).$$

Введены стандартные обозначения: $b_{i,j}$ – перемещение узла i от действия единичной вертикальной безразмерной силы, приложенной к узлу j , $S_{\alpha}^{(i)}$ – усилия в стержнях с номерами α от действия единичной силы, приложенной к узлу i , где расположена масса m по направлению движения массы, l_{α} – длина стержня α . Первая сумма относится к стержням поясов и решетки, для которых принимается одинаковая жесткость EF , вторая сумма соответствует трем вертикальным опорным стержням с жесткостью $EF_h = EF / r$, где r – безразмерный коэффициент относительной жесткости опорных стержней длиной q .

Умножая равенство на матрицу \mathbf{B}_K , сводим задачу к проблеме собственных значений матрицы \mathbf{B}_K : $\mathbf{B}_K \mathbf{Z} = \lambda \mathbf{Z}$, где $\lambda = 1 / (\omega^2 m)$ – собственные числа матрицы \mathbf{B}_K . Приближенное аналитическое решение для нижней оценки ω_D первой частоты ω_1 разыскивается по формуле Донкерлея:

$$\omega_D^{-2} = \sum_{p=1}^K \omega_p^{-2}.$$

где ω_p – парциальные частоты.

Для расчета парциальных частот составляем уравнение движения отдельной массы. Рассмотрим случай жестких опорных стержней $r = 0$.

$$m\ddot{y}_p + D_p y_p = 0, \quad p = 1, 2, \dots, K.$$

Коэффициент жесткости D_p , обратный к коэффициенту податливости, вычисляется по формуле Максвелла – Мора:

$$\delta_p = 1 / D_p = \sum_{\alpha=1}^{v-3} (S_{\alpha}^{(p)})^2 l_{\alpha} / (EF) + \sum_{\alpha=v-2}^v (S_{\alpha}^{(p)})^2 l_{\alpha} / (EF_h)$$

Фактически в такой постановке вычисляются только диагональные элементы матрицы \mathbf{B}_K . Из формулы Донкерлея при $y_p = A_p \sin(\omega t + \varphi)$ следует $\omega_p = \sqrt{D_p / m}$, имеем:

$$\omega_D^{-2} = m \sum_{p=1}^K \delta_p = m \Delta_k.$$

Расчет серии ферм с разным числом панелей показал, что коэффициент Δ_k имеет вид, не зависящий от параметра k :

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= (224a^3 / 9 + 8c^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_2 &= (896a^3 / 5 + 24c^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_3 &= (672a^3 + 48c^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_4 &= (16352a^3 / 9 + 80c^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_5 &= (4032a^3 + 120c^3) / (h^2 EF) \dots\end{aligned}$$

Свойство сохранения формы решения имеет место для регулярных конструкций. Запишем решение в виде:

$$\Delta_k = (C_1 a^3 + C_2 c^3) / (h^2 EF)$$

Для нахождения общих членов полученных последовательностей сначала с помощью операторов системы Maple находились рекуррентные уравнения, которому они удовлетворяли. В рассматриваемой задаче потребовалось рассчитать десять ферм с числом $k=1, \dots, 10$. Заметим, что символьные преобразования в Maple выполняются значительно медленней, чем численные. Время расчета собственных частот каждой последующей фермы приблизительно в два раза больше предыдущей. Решение рекуррентных уравнений даёт выражения для определения коэффициентов:

$$C_1 = (28k(k+1)(7k^2 + 7k + 6)) / 45, \quad C_2 = 4k(k+1).$$

Аналогично, для слагаемого, соответствующего прогибу опор, имеем:

$$\Delta'_k = rq(22k^2 + 16k + 3) / (6(2k+1)EF_h).$$

Окончательно имеем аналитическую оценку для нижней частоты по Донкерлею:

$$\omega_D^{-2} = m \left((C_1 a^3 + C_2 c^3) / (h^2 EF) + rq(22k^2 + 16k + 3) / (6(2k+1)EF_h) \right).$$

Численное решение. Для оценки точности аналитического решения найдем численно первую частоту из спектра частот собственных колебаний конструкции с помощью специального оператора Eigenvalues из пакета LinearAlgebra в системе Maple, используемого для нахождения собственных чисел и векторов матрицы. Рассмотрим ферму с размерами $a=3\text{м}$, $h=4\text{м}$, $q=1\text{м}$. Площадь поперечного сечения стержней решетки и опорных стержней одинакова $F=5,9\text{см}^2$. Модуль упругости стали $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, массы в узлах $m=200\text{кг}$. На рис. 5 показаны кривые зависимости частоты, полученной аналитически и численно при коэффициенте относительной жесткости опор $r=1$.

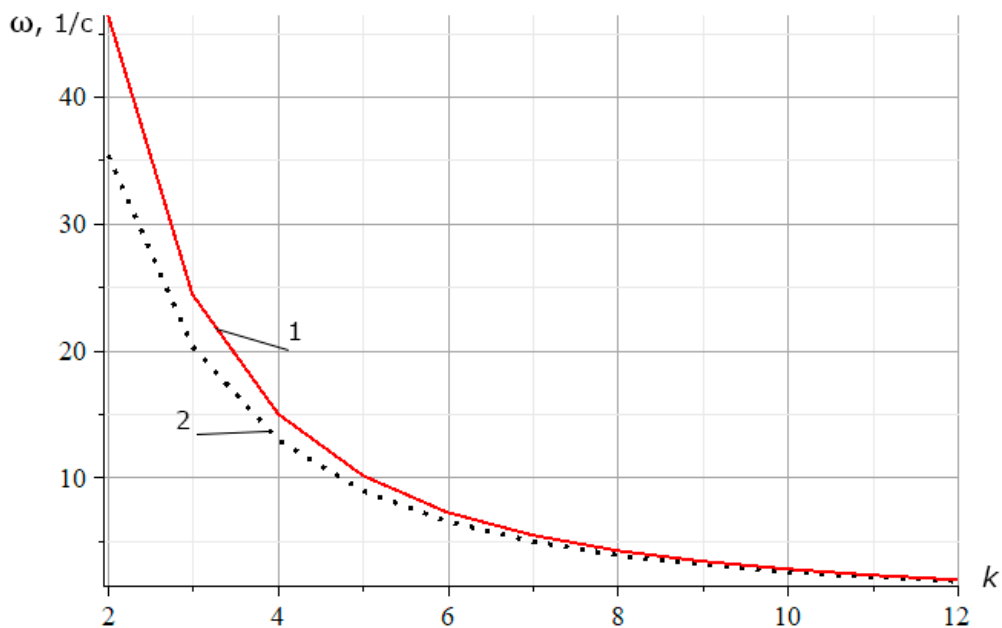


Рис. 5. Сравнение аналитического решения с численным:

1 – первая частота колебаний фермы ω_1 и её нижняя оценка по Донкерлею при $a = 3\text{м}$, $h = 4\text{м}$, $q = 1\text{м}$, $EF_h = EF$; 2 – частота ω_1 , полученная численно, $r = 1$

Как видно из полученных графиков, погрешность аналитической оценки невелика и с увеличением числа панелей стремительно падает. Это делает полученное аналитическое решение особенно удобным для расчета ферм с большим числом панелей, где время численного счета с увеличением числа панелей растет, а точность падает.

Для уточнения погрешности решения введем относительную величину $\varepsilon = (\omega_1 - \omega_D) / \omega_1$. На рис. 6 показано изменение этой величины в зависимости от числа панелей. Если не считать локального максимума, приходящегося на нереально малое число панелей, то можно сделать вывод, что с точностью от 9 % до 28 % аналитическая оценка дает удовлетворительный результат.

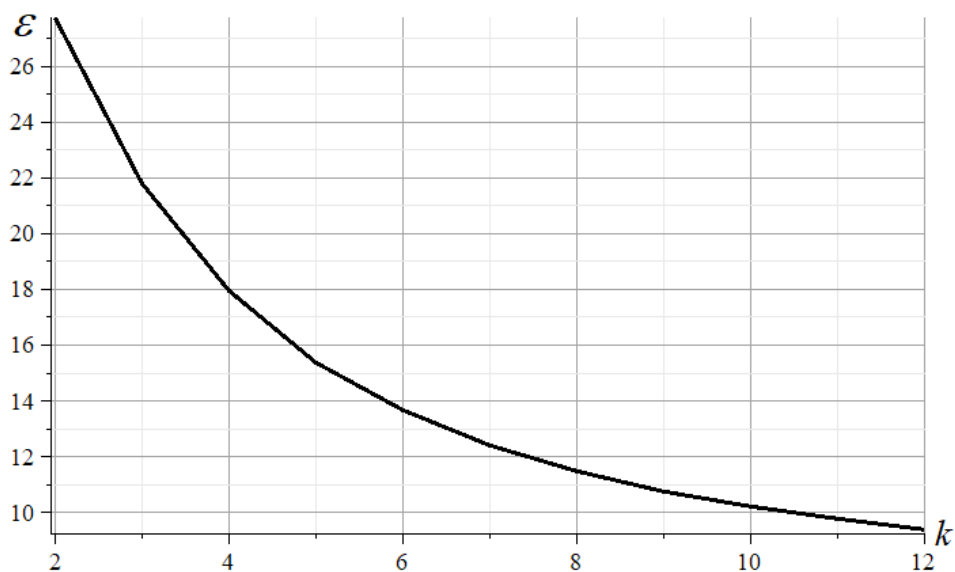


Рис. 6. Погрешность оценки по Донкерлею

Численные эксперименты (рис. 7) с подбором жесткости опор показали, что этот параметр весьма незначительно влияет на значение первой собственной частоты.

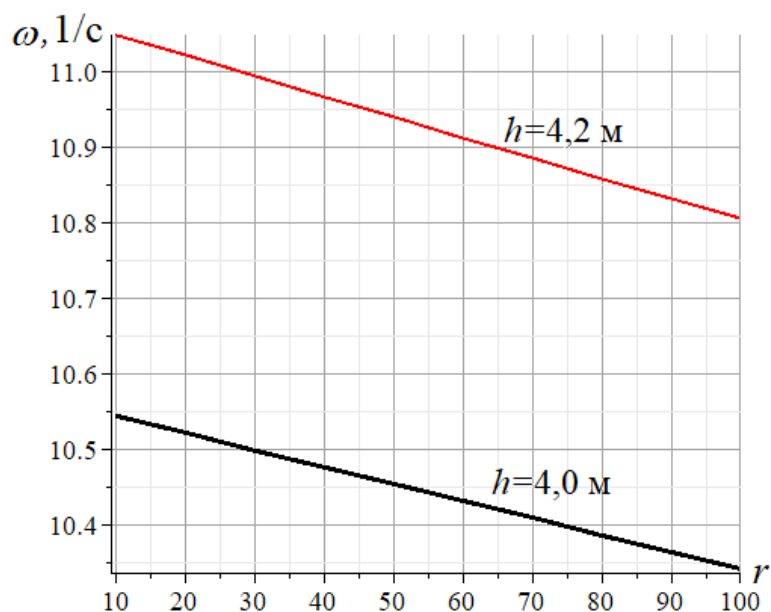


Рис. 7. Зависимость первой частоты от коэффициента относительной жесткости опор

Заключение. Построена математическая модель плоской двухпролетной статически определимой фермы. Можно сделать следующие выводы:

1. При некоторых значениях числа панелей ферма кинематически изменяема.
2. Большая часть нагрузки, распределенной равномерно по узлам верхнего пояса приходится на среднюю опору независимо от числа панелей.
3. Оценка Донкерлея с учетом произвольного числа панелей имеет компактный вид и дает приемлемую точность, особенно при большом числе панелей.
4. С увеличением высоты фермы точность аналитического решения растет.
5. Решение, полученное для ромбовидной конструкции, не только хорошо описывает зависимость частоты от числа панелей плоской фермы, но и дает в этом случае большую точность.
6. Влияние жесткости опор на первую частоту незначительно.

Библиографический список

1. Han Q. H. et al. Failure mechanism of steel arch trusses: Shaking table testing and FEM analysis // *Engineering Structures*. – 2015. – Vol. 82. – С. 186-198.
2. Кирсанов М.Н. Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 238 с.
3. Kirsanov M. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2020.
4. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы с решеткой типа "butterfly" // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2016. – № 4. – С. 2-5.
5. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ собственных частот колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей // *Вестник МГСУ*. – 2019. – Т. 14. – В.3. – С. 179-187.

6. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Спектр собственных частот колебаний внешне статически неопределимой фермы // Транспортное строительство. – 2019. – № 2. – С. 20-23.
7. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитические выражения частот малых колебаний балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. – 2019. – № 1(20). – С. 14-20.
8. Ахмедова Е.Р., Канатова М.И. Собственные частоты колебаний плоской балочной фермы регулярной структуры // Наука и образование в XXI веке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 17 ч. – Тамбов: ООО “Консалтинговая компания Юком”, 2014. – Ч. 11. – С. 17-18.
9. Тиньков Д.В. Аналитические решения задач о собственных частотах колебаний регулярных стержневых систем: дисс. ... канд. техн. наук, 2019. – 113 с.
10. Воробьев О.В. О методах получения аналитического решения для проблемы собственных частот шарнирных конструкций // Строительная механика и конструкции. – 2020. – № 1 (24). – С. 25–38.
11. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитические выражения частот малых колебаний балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. – 2019. – № 1(20). – С. 14–20.
12. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ собственных частот колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. – 2019. – Т. 14. – № 3 (126). – С. 284–292.
13. Кирсанов М.Н., Бука-Ваиваде К. Аналитические выражения частот малых колебаний балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. – 2019. – № 4 (23). – С. 7–14.
14. Канатова М.И. Частотное уравнение и анализ колебаний плоской балочной фермы // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. – М.: Инфра-М, 2015. – Т. 1. – С. 31-34.
15. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Формулы для частоты колебания груза в произвольном узле балочной фермы // Транспортное строительство. – 2018. – № 12. – С. 21–23.
16. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитическое решение задачи о частоте колебания груза в произвольном узле балочной фермы в системе Maple // Строительство: наука и образование. – 2018. – Т. 8. – № 4(30). – С. 3.
17. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Спектр собственных частот колебаний внешне статически неопределимой фермы // Транспортное строительство. – 2019. – № 2. – С. 20–23.
18. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ частот колебаний груза в зависимости от его положения в узлах плоской фермы // Строительство и реконструкция. – 2020. – № 1 (87). – С. 14–19.
19. Кирсанов М.Н. Формула для основной частоты колебания многопролетной фермы // Строительная механика и конструкции. – 2020. – № 1 (24). – С. 19-24.
20. Кирсанов М.Н. Формула зависимости низшей частоты колебания балочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчет сооружений. – 2019. – № 3 (284). – С. 45-49.
21. Кирсанов М.Н. Нижняя оценка основной частоты собственных колебаний фермы с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. – 2019. – Т. 14. – № 7. – С. 844–851.
22. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. – 2017. – № 12(26). – С. 28.

References

1. Han Q. H. et al. Failure mechanism of steel arch trusses: Shaking table testing and FEM analysis. *Engineering Structures*. 2015. 82. Pp. 186-198. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.10.013>
2. Kirsanov, M. *Planar Trusses: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2019.
3. Kirsanov, M. *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2020.
4. Kirsanov M.N. Analytical Calculation of a Girder Truss with Butterfly Type Lattice. *Structural Mechanics and Design* 2016. № 4. Pp. 2-5.
5. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analysis of natural frequencies of vibrations of a flat truss with an arbitrary number of panels. *MSCU Bulletin*. 2019. T.14. B.3. Pp. 179-187.
6. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Spectrum of natural frequencies of vibrations of an externally statically indeterminate truss. *Transport Construction*. 2019. No2. Pp. 20-23.
7. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analytical expressions of the frequencies of small vibrations of a girder truss with an arbitrary number of panels. *Structural Mechanics and Design*. 2019. No1(20). Pp. 14-20.
8. Akhmedova E.R., Kanatova M.I. natural frequencies of vibrations of a flat girder truss of regular structure. *Science and Education in the XXI century: a collection of scientific papers on the materials of the International Scientific-Practical Conference on October 31, 2014 in 17 parts. Part 11*. Tambov: LLC "Consulting company Yukom", 2014. Pp. 17-18.
9. Tinkov D.V. Analytical solutions of problems on natural vibration frequencies of regular rod systems: dis. ... Ph.D. 2019. P. 113.
10. Vorobiev O.V. On methods of obtaining an analytical solution for the problem of natural frequencies of hinged structures. *Structural Mechanics and Structures*. 2020. No. 1(24). Pp. 25–38.
11. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Analytical expressions of frequencies of small vibrations of a beam truss with an arbitrary number of panels. *Structural Mechanics and Structures* 2019. No. 1(20). Pp. 14–20.
12. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analysis of the natural frequencies of oscillations of a planar truss with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2019; 14:3:284–292.
13. Kirsanov M.N., Buka-Vaivade K. Analytical expressions of frequencies of small oscillations of a beam truss with an arbitrary number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2019. Vol. 4. No. 23. Pp. 7–14.
14. Kanatova M.I. Frequency equation and analysis of vibrations of a planar girder truss. *Trends in Applied Mechanics and Mechatronics*. Moscow. Infra-M. 2015. Vol.1 Pp. 31-34.
15. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Formulas for the oscillation frequency of the load in an arbitrary node of the girder. *Transport construction*. 2018. No. 12. Pp. 21–23.
16. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analytical solution of the problem of the frequency of oscillation of the load in an arbitrary node of the beam girder in the Maple system. *Construction: Science and Education*. 2018. Vol. 8. No. 4 (30). Pp. 3.
17. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Spectrum of natural frequencies of oscillations of an externally statically indeterminate truss. *Transport construction*. 2019. No. 2. Pp. 20-23.
18. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Analysis of cargo vibration frequencies depending on its position in the nodes of a planar truss. *Construction and reconstruction*. 2020. No. 1(87). Pp. 14–19.
19. Kirsanov M. N. Formula for the main frequency of vibration of a multi-span truss. *Construction mechanics and structures*. 2020. No. 1 (24). Pp. 19–24.

20. Kirsanov M. N. Formula for the dependence of the lowest frequency of vibration of the beam truss on the number of panels. Construction mechanics and calculation of structures. 2019. No. 3(284). Pp. 45–49.
21. Kirsanov M.N. Lower estimate of the fundamental frequency of natural oscillations of a truss with an arbitrary number of panels. Vestnik MGSU. 2019; 14:7:844- 851. (rus.).
22. Osadchenko N.V. Calculation of the deflection of a planar continuous statically determinate truss with two spans. Postulate. 2017. No. 12 (26). Pp. 28.

ESTIMATION OF THE NATURAL FREQUENCY OF A TWO-SPAN TRUSS, TAKING INTO ACCOUNT THE SUPPORT STIFFNESS

V. F. Petrenko

National Research University «MPEI»
Russia, Moscow

Student, tel. +7 (925) 734-96-41; e-mail: petrenko.valeri82@gmail.com

The object of the study is a statically determined truss with two spans and a rhomboidal lattice. One of the supports is a fixed hinge, the other two are movable. The dependence of the first natural frequency of vibration of the truss on its dimensions, mass, and number of panels is obtained in analytical form. The stiffness of a structure with masses concentrated at its nodes is determined by the Maxwell-Mohr formula. A lower analytical estimate of the first frequency is calculated using the Dunkerley formula. It is shown that for a certain number of panels, the truss becomes kinematically variable. A generalization of a series of partial solutions for trusses with a sequentially increasing number of panels is made by the induction method. The general terms of the sequence of coefficients are determined from the solution of linear homogeneous recurrence equations. All transformations, including the finding of forces in the rods by the knot cutting method, are performed in the computer mathematics system Maple. To verify the solution, the entire spectrum of frequencies, including the lowest frequency, is found numerically. Comparison of the analytical solution with the numerical solution shows that the accuracy of the analytical estimate from below is quite high and increases with the number of panels.

Key words: truss, Maple, estimation of natural vibrations, frequency of natural vibrations, rhomboidal truss.