

А.С. Широков, студ.; рук. М.Н. Кирсанов, д.ф.-м.н., проф. (НИУ «МЭИ»)
ЗАВИСИМОСТЬ ПРОГИБА И ПЕРВОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ ОТ ЧИСЛА ПРОЛЕТОВ

В конструкции роботов нередко в качестве конструкционных элементов используются фермы. Важнейшими эксплуатационными характеристиками фермы являются прогиб и значение первой частоты колебаний. Для конструкции регулярного типа (с периодически повторяющимися элементами) аналитически получена оценка зависимости данных характеристик от числа панелей. Рассмотрена плоская ферма (рис. 1), имеющая $2n$ панелей ($n \geq 2$) с геометрическими параметрами a, h . Ферма симметрична относительно середины. Инерционные свойства фермы моделируются грузами m , расположенными в узлах. Вывод формулы выполнен в системе компьютерной математики Maple методом индукции [1].

Прогиб фермы под действием равномерной узловой нагрузки P получен по формуле Максвелла-Мора. Индукцией по числу панелей n получена формула: $\Delta = P(Aa^3 + Cc^3 + Hh^3 + Dd^3) / (8h^2EF)$, где EF — жесткость, $c = \sqrt{a^2 + h^2}$, $d = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. Анализ последовательностей коэффициентов дает рекуррентные уравнения, решение которых имеет вид:

$$A = (10n^4 + 20n^2 - 6((-1)^n + 11)n + 3(-1)^n + 33) / 12; \quad D = ((-1)^n + 1)(n-1) / 2;$$

$$C = 6n^2 - ((-1)^n + 5)(2n-1); \quad H = 6n^2 + 2((-1)^n - 7)n - 3(-1)^n + 13.$$

Аналогично, методом индукции с привлечением формулы Максвелла-Мора по методу Донкерлея найдено приближенное значение первой собственной частоты колебаний фермы в виде:

$$\omega_D = h\sqrt{12EF / (m(Aa^3 + Cc^3 + Hh^3 + Dd^3))}.$$

Коэффициенты в формуле имеют вид:

$$A = (64n^5 + 310n^3 + 15((-1)^n - 67)n^2 + (661 - 45(-1)^n)n - 15(-1)^n - 75) / (60n);$$

$$C = (18n^3 + ((-1)^n - 43)n^2 - 3((-1)^n - 9)n - (-1)^n - 2) / n;$$

$$H = (18n^3 - (37 + (-1)^n)n^2 - 3((-1)^n - 21)n + (-1)^n - 26) / n;$$

$$D = ((11 - (-1)^n)n^2 + (-1)^n - 12n + 1) / (4n).$$

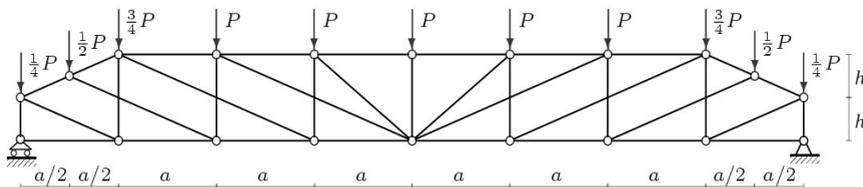


Рис. 1. Ферма при $n=4$

Литература

1. Kirsanov M. Static deflection of a quadrangular rod pyramid: an analytical solution//AlfaBuild 2021. 16. Article No. 1603.