

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОГИБА ПЛОСКОЙ РЕШЕТЧАТОЙ РАМЫ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПАНЕЛЕЙ

Т. А. Тимофеева¹

Национальный Исследовательский Университет "МЭИ"¹
Россия, г. Москва

¹ Студентка, тел.: +7(977)973-78-99; e-mail: timofeevat_a@mail.ru

Предлагается схема статически определимой многорешетчатой фермы рамного типа и дается вывод формул для прогиба середины пролета в зависимости от числа панелей. Рассмотрены два вида нагрузки: сосредоточенная нагрузка в середине пролета, и равномерно распределенная по узлам верхнего пояса. Показаны случаи кинематической изменяемости конструкции. Все расчеты проводятся с помощью системы символьной математики Maple.

Ключевые слова: ферма, прогиб, формула Максвелла-Мора, рама, индукция, Maple.

В век быстрого развития программного обеспечения все более значимое место занимают методы компьютерной (символьной) математики для проектирования и расчета строительных конструкций [1-4]. Этими методами, как показывает практика [5-9], можно получать аналитические решения для регулярных конструкций в зависимости от их порядка. Порядком простой балочной фермы, например, является число панелей, если панели одинаковые. Число схем регулярных статически определимых ферм ограничено. Впервые об этом заявили Hutchinson R. G., Fleck N. A. [10,11], объявив охоту на такие схемы (*"hunt for statically determinate periodic trusses"*). Одной из самых распространенных в практике аналитической формулой была в свое время приближенная полуэмпирическая формула Качурина [12,13], применяемая, в частности, в задачах оптимизации как плоских, так и пространственных ферм [14-16]. В число параметров универсальной формулы Качурина входит также число панелей (правда, без уточнения схемы решетки). Методы символьной математики использованы Рыбаковым Л.С. в [17,18] в алгоритмах получения точных решений как статически определимых, так и статически неопределимых плоских и пространственных ферм. Простые расчетные формулы для расчета конкретных конструкций этим методом не были получены. В [19-25] методом индукции в системе Maple [26-28] получены решения для прогиба пространственных ферм с произвольным числом панелей. Аналитические решения для плоских ферм с различными решетками даны в [29-33]. Влияние погрешности монтажа на прогиб фермы изучено в [34] с применением системы Maple. Монтажная схема фермы и формула для прогиба фермы найдены в [35]. В решении использованы методы дискретной математики (в частности, задача о реберной раскраске графа). Формулы для прогиба арочных ферм различного типа выведены методом индукции в [36-43].

Рассмотрим ферму высотой $(2m+4)h$ (рис. 1) с пролетом, состоящим из $2n$ панелей длиной a в ригеле, нагруженную вертикальной силой P в середине пролета. Ферма статически определимая, однако классические "ручные" методы последовательного вырезания узлов и метод сечений Риттера для расчета усилий в такой ферме не годятся. Нет узла с двумя стержнями с неизвестными усилиями, с которого обычно начинают расчет, а все возможные сечения, делящие ферму на две части, пересекают более пяти стержней.

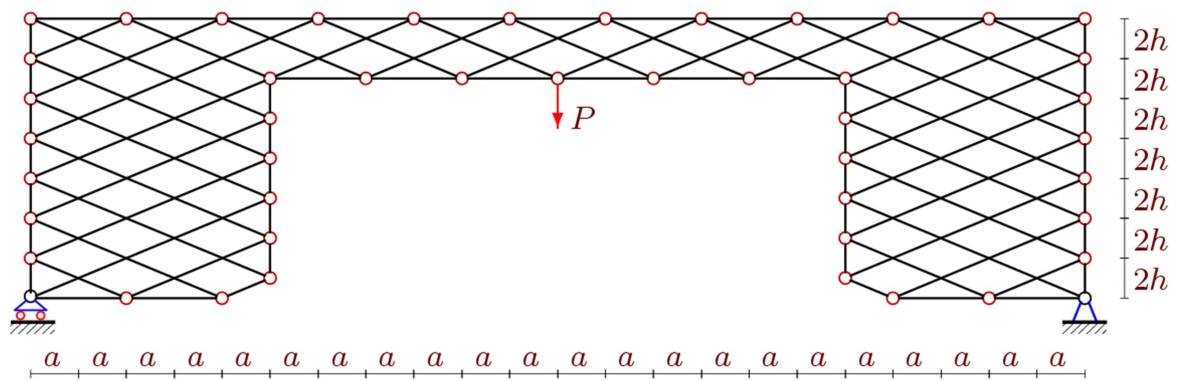


Рис. 1. Ферма при $m=5, n=3$

Для определения прогиба фермы по формуле Максвелла-Мора в аналитической форме необходимо также в аналитической форме получить значения усилий в стержнях. Для этого используем программу [27], написанную на языке Maple. Ввод начинается с задания координат узлов. Узлы фермы нумеруются (рис. 2). Начало координат помещается в левую (подвижную) опору.

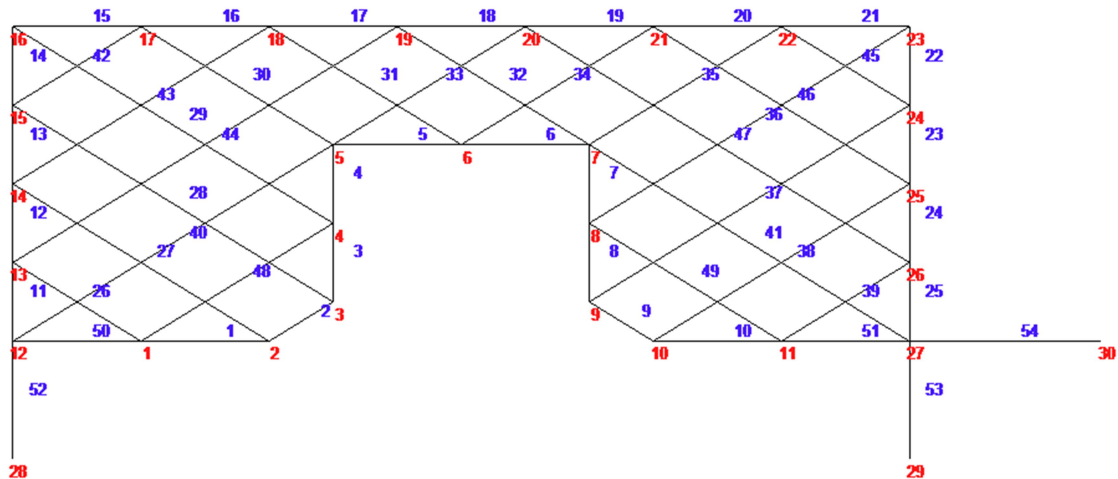


Рис. 2. Номера узлов и стержней при $m=2, n=1$

Представим фрагмент кода для задания координат узлов:

```

> H:=h*(4+2*m): # высота конструкции
  m1:=m+n:
> x[1]:=2*a: x[2]:=4*a: y[1]:=0:y[2]:=0:
> for i to m do
  x[i+2]:=5*a;
  y[i+2]:=2*h*i-h;
> x[i+m1+n+3]:=a*4*n+5*a;
  y[i+m1+n+3]:=H-2*h*i-3*h;
end:
> for i to m+3 do
  x[i+2*m1+5]:=0;
  y[i+2*m1+5]:=2*h*i-2*h;
> x[i+3*m1+n+12]:=10*a+4*n*a;
  y[i+3*m1+n+12]:=H-2*h*i+2*h;
> end:

```

Структура соединения стержней и узлов определяется с помощью условных векторов, содержащих номера концов соответствующего стержня по аналогии с заданием графа в дискретной математике.

Первые же расчеты по программе [27] показали, что при некоторых значениях числа панелей определитель системы уравнений равновесия обращается в нуль. Это соответствует кинематической изменяемости конструкции. Ограничиваясь случаем $m=5$, запишем ряд допустимых значений n : 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12.... Общий член этой последовательности

$$n = (6k + 1 - (-1)^k) / 4, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

определяется операторами **rgf_findrecur** и **rsolve** (пакет **genfunc** системы Maple). Заметим, что для других значений m формула для допустимых величин n будет другая. Этот факт затрудняет получить методом индукции решение, справедливое при всех n и m .

Расчеты ряда ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей дают формулу для прогиба вида:

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3) / (2h^2 EF), \quad (2)$$

где: EF – жесткость стержней, h – высота пролета, P – нагрузка на ферму, C_i - искомые коэффициенты, $c = \sqrt{a^2 + h^2}$.

Из анализа числовых последовательностей коэффициентов в (2) для отдельных решений, используя оператор **rgf_findrecur** (пакет **genfunc** системы Maple), получаем рекуррентные уравнения для коэффициентов C_i :

$$C_{1(n)} = C_{1(n-1)} + 3C_{1(n-2)} - 3C_{1(n-3)} - 3C_{1(n-4)} + 3C_{1(n-5)} + C_{1(n-6)} - C_{1(n-7)};$$

$$C_{2(n)} = 2C_{2(n-1)} - C_{2(n-2)} - 3C_{2(n-3)};$$

$$C_{3(n)} = C_{3(n-2)}.$$

Используя оператор **rsolve**, найдем решения рекуррентных уравнений C_i :

$$C_1 = (4k^3 + 2(11 - (-1)^k)k^2 + 2(32 + 7(-1)^k)k + 19(-1)^k + 55) / 2,$$

$$C_2 = (2(15 + 12(-1)^k)k + 149(-1)^k + 261) / 2,$$

$$C_3 = 2(12(-1)^k + 35).$$

Применим этот же алгоритм для получения формулы зависимости прогиба от числа панелей в случае действия нагрузки, распределенной по верхнему поясу (рис. 3).

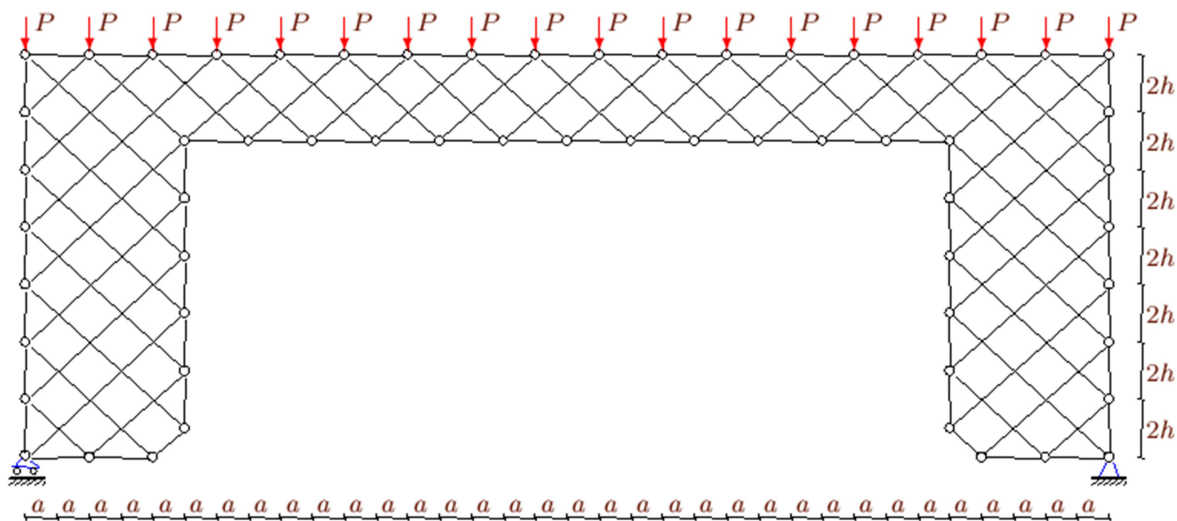


Рис. 3. Ферма под действием распределенной нагрузки, $n=6, m=5$

Полученные рекуррентные уравнения имеют большой порядок:

$$C_1 = C_{1(n-1)} + 4C_{1(n-2)} - 4C_{1(n-3)} - 6C_{1(n-4)} + 6C_{1(n-5)} + 4C_{1(n-6)} - 4C_{1(n-7)} - C_{1(n-8)} + C_{1(n-9)};$$

$$C_2 = 3C_{2(n-1)} - 3C_{2(n-2)} + 3C_{2(n-3)};$$

$$C_3 = C_{3(n-2)} - C_{3(n-4)}.$$

Решения для искомым коэффициентов имеют вид:

$$C_1 = \frac{30k^4 + 20(11 - (-1)^k)k^3 + 6(121 + 3(-1)^k)k^2 + 8(139 + 25(-1)^k)k + 177(-1)^k + 591}{8};$$

$$C_2 = \frac{18(7 - 4(-1)^k)k - 57(-1)^k + 487}{2};$$

$$C_3 = 2(81 + 16(-1)^k)k + 41(-1)^k + 275.$$

На рис. 4 показаны кривые зависимости относительного прогиба в случае нагружения распределенными силами по узлам верхнего пояса $\tilde{\Delta} = \Delta EF / (\tilde{P}L)$, где $\tilde{P} = P(2n + 6)$ — суммарная нагрузка на ферму от числа k , связанного формулой (1) с числом панелей в ригеле. Принята длина пролета $L = 2na = 100$ м.

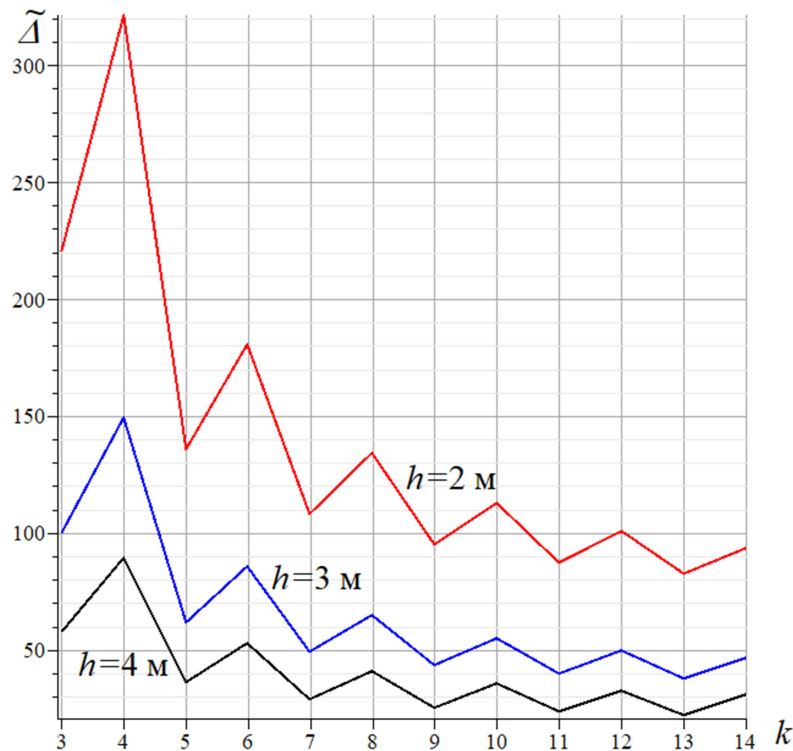


Рис. 4. Зависимость прогиба от числа панелей

График полученной зависимости отличаются весьма заметные скачки величины прогиба (более чем в два раза при $k=4$, $k=5$), характерные для многорешетчатых ферм [5, 31, 32]. С ростом числа панелей в ригеле при постоянном пролете кривые постепенно сглаживаются. Заметен также явно нелинейный рост прогиба при уменьшении высоты h .

Полученное решение может быть использовано при расчете подобных конструкций, а найденные случаи кинематического вырождения системы должны предупреждать расчетчика и проектировщика о коварных свойствах сложных решетчатых ферм.

Библиографический список

1. Агапов В. П., Айдемиров К. Р. Расчет ферм методом конечных элементов с учетом геометрической нелинейности // Промышленное и гражданское строительство. – 2016. – №. 11. – С. 4-7.
2. Агапов В. П., Айдемиров К. Р. Расчет железобетонных ферм методом конечных элементов с учетом физической нелинейности. Часть 1 // Научное обозрение. – 2016. – №. 2. – С. 31-33.
3. Семенов А. А. и др. Напряженно-деформированное состояние высокопрочных болтов фланцевых соединений в укрупнительных стыках стропильных ферм // Инженерно-строительный журнал. – 2014. – №. 5. – С. 54-62.
4. Галишникова В. В. Постановка задачи геометрически нелинейного деформирования пространственных ферм на основе метода конечных элементов // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2009. – №. 14. – С. 50-58.
5. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2014. № 6 (257). С. 2-6.
6. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type // Architecture and Engineering. 2016. T. 1. № 3. С. 14-17.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder // Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture. 2016. № 1 (29). С. 84-105.
8. Кирсанов М.Н. Расчет жесткости стержневой решетки // Вестник машиностроения. 2015. № 8. С. 48-51.
9. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет балочной фермы со сложной решеткой // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 3 (260). С. 7-12.
10. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 2005. 85, No. 9. p. 607 – 617. DOI: 10.1002/zamm.200410208
11. Hutchinson R.G., Fleck N. A. The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Volume 54, Issue 4, April 2006, Pages 756-782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008
12. Металлические конструкции. Специальный курс/Н. С. Стрелецкий, Е.И. Беленя, Г.С. Ведеников, Е.Н. Лессиг, К. К. Муханов. М.: Издательство литературы по строительству. 1965. 368 с.
13. Качурин В.К. О прогибе мостовых ферм. Сб. №17. Отделение инженерных исследований НТК НКПС, 1928.
14. Марутян А.С. Облегченные пространственно-стержневые конструкции покрытий // Строительная механика и расчет сооружений. 2012. № 1 (240). С. 66-72.
15. Марутян А.С. Оптимизация ферменных конструкций со стойками и полураскосами в треугольных решетках // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 4 (267). С. 60-68.
16. Марутян А.С., Абовян А.Г. Расчет оптимальных параметров плоскоовальных труб для ферменных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. № 4 (273). С. 17-22.
17. Рыбаков Л. С. Линейная теория плоской ортогональной решетки // Известия Российской Академии наук. Сер. Механика твердого тела. 1999. №4. С. 174-189.
18. Рыбаков Л. С. Линейная теория плоского призматического каркаса // Известия Российской Академии наук. Сер. Механика твердого тела. 2001. № 4. С. 106-118.

19. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой регулярной структуры с плоской гранью // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 2 (259). С. 2-6.
20. Леонов П.Г., Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и анализ пространственной стержневой конструкции в системе Maple // В сборнике: Информатизация инженерного образования ИНФОРИНО-2014 Труды международной научно-методической конференции. 2014. С. 239-242.
21. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 8 (76). С. 58-66.
22. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование жесткости пространственной статически определимой фермы // Вестник МГСУ. 2017. Т. 12. № 2 (101). С. 165-171.
23. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. № 1. С. 49-53.
24. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник Московского энергетического института. Вестник МЭИ. 2012. № 5. С. 5-8.
25. Кирсанов М.Н. Оценка прогиба и устойчивости пространственной балочной фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2016. № 5 (268). С. 19-22.
26. Голоскоков Д. П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: Изд-во ПаркКом, 2010. 644 с.
27. Кирсанов М. Н. Maple и MapleT. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
28. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб: БХВ-Петербург, 2001. 528 с.
29. Кирсанов М.Н. Точные формулы для расчета прогиба и усилий в стержнях типовой фермы "Молодечно" с произвольным числом панелей // Инженерно-строительный журнал. 2016. № 1 (61). С. 33-41.
30. Kirsanov M.N. A precise solution of the task of a bend in a lattice girder with a random number of panels // Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. № 1 (37). С. 92-99.
31. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба и усилий в решетчатой ферме // Механизация строительства. 2017. Т. 78. № 4. С. 20-23.
32. Кирсанов М.Н. Вывод формулы для прогиба решетчатой фермы, имеющей случаи кинематической изменяемости // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 1. № 14. С. 27-30.
33. Кирсанов М.Н. К выбору решетки балочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 3. С. 23-27.
34. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жесткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 5 (31). С. 38-42.
35. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
36. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жесткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44-55.
37. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет прогиба распорной фермы с произвольным числом панелей // Механизация строительства. 2017. Т. 78. № 3. С. 26-29.
38. Осадченко Н.В. Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа // Строительная механика и конструкции. 2018. №. 1. С. 12-33.
39. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42-48.

40. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ деформации арочной фермы // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2018. Т. 14. № 1. С. 64-70
41. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2017. № 5. С. 50-55.
42. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // *Транспортное строительство*. 2017. № 9. С. 8-10.
43. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогиба арочной фермы // *Строительная механика и конструкции*. 2018. Т. 1. № 16. С. 7-11.

References

1. Agapov V. P., Aydemirov K. R. Raschet ferm metodom konechnykh elementov s uchetom geometricheskoy nelineynosti. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo*. 2016. No. 11. Pp. 4-7.
2. Agapov V. P., Aydemirov K. R. Raschet zhelezobetonnykh ferm metodom konechnykh elementov s uchetom fizicheskoy nelineynosti. *Chast' 1. Nauchnoye obozreniye*. 2016. No.2. Pp. 31-33.
3. Semenov A. A. i dr. Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye vysokoprochnykh boltov flantsevykh soyedineniy v ukрупnitel'nykh stykakh stropil'nykh ferm. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal*. 2014. No. 5. Pp. 54-62.
4. Galishnikova V. V. Postanovka zadachi geometricheski nelineynogo deformirovaniya prostanstvennykh ferm na osnove metoda konechnykh elementov. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura*. 2009. No. 14. Pp. 50-58.
5. Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet mnogoreshchatoy fermy. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2014. No. 6 (257). Pp. 2-6.
6. Kirsanov M. An inductive method of calculation of the deflection of the truss regular type. *Architecture and Engineering*. 2016. Vol. 1. No. 3. Pp. 14-17.
7. Kirsanov M.N. Analytical calculation, marginal and comparative analysis of a flat girder. *Scientific Herald of the Voronezh State University of Architecture and Civil Engineering. Construction and Architecture*. 2016. No. 1 (29). Pp. 84-105.
8. Kirsanov M.N. Raschet zhestkosti sterzhnevoy reshetki. *Vestnik mashinostroyeniya*. 2015. No. 8. Pp. 48-51.
9. Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet balochnoy fermy so slozhnoy reshetkoy. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2015. No. 3 (260). Pp. 7-12.
10. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids – the hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Z. Angew. Math. Mech*. 2005. 85, No. 9. p. 607 – 617. DOI: 10.1002/zamm.200410208
11. Hutchinson R.G., Fleck N. A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Volume 54, Issue 4, April 2006, Pages 756-782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008
12. *Metallicheskiye konstruksii. Spetsial'nyy kurs*/N. S. Streletskiy, Ye.I. Belenya, G.S. Vedenikov, Ye.N. Lessig, K. K. Mukhanov. M.: Izdatel'stvo literatury po stroitel'stvu. 1965. 368 p.
13. Kachurin V.K. O progibe mostovykh ferm. *Sb. No.17. Otdeleniye inzhenernykh issledovaniy NTK NKPS*, 1928.
14. Marutyan A.S. Oblegchennyye prostranstvenno-sterzhnevyye konstruksii pokrytiy. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2012. No.1 (240). Pp. 66-72.
15. Marutyan A.S. Optimizatsiya fermennykh konstruksiy so stoykami i poluraskosami v treugol'nykh reshetkakh. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2016. No. 4 (267). Pp. 60-68.

16. Marutyanyan A.S., Abovyan A.G. Raschet optimal'nykh parametrov ploskooval'nykh trub dlya fermennykh konstruksiy. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2017. No. 4 (273). Pp. 17-22.
17. Rybakov L. S. Lineynaya teoriya ploskoy ortogonal'noy reshetki. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Ser. Mekhanika tverdogo tela*. 1999. No.4. Pp. 174-189.
18. Rybakov L. S. Lineynaya teoriya ploskogo prizmaticheskogo karkasa. *Izvestiya Rossiyskoy Akademii nauk. Ser. Mekhanika tverdogo tela*. 2001. No. 4. Pp. 106-118.
19. Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet prostranstvennoy sterzhnevoy regul'yarnoy struktury s ploskoy gran'yu. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2015. No. 2 (259). Pp. 2-6.
20. Leonov P.G., Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet i analiz prostranstvennoy sterzhnevoy konstruksii v sisteme Maple. V sbornike: *Informatizatsiya inzhenerenogo obrazovaniya IN-FORINO-2014 Trudy mezhdunarodnoy nauchno-metodicheskoy konferentsii*. 2014. Pp. 239-242.
21. Kirsanov M.N. The deflection of spatial coatings with periodic structure. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal*. 2017. No. 8 (76). Pp. 58-66.
22. Kirsanov M.N. Analiticheskoye issledovaniye zhestkosti prostranstvennoy staticheskoy opredelimoj fermy. *Vestnik MGSU*. 2017. Vol. 12. No. 2 (101). Pp. 165-171.
23. Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet prostranstvennoy sterzhnevoy sistemy. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy*. 2012. No. 1. Pp. 49-53.
24. Kirsanov M.N. Analiticheskiy raschet i optimizatsiya prostranstvennoy balochnoy fermy. *Vestnik Moskovskogo energeticheskogo instituta. Vestnik MEI*. 2012. No. 5. Pp. 5-8.
25. Kirsanov M.N. Otsenka progiba i ustoychivosti prostranstvennoy balochnoy fermy. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2016. No. 5 (268). Pp. 19-22.
26. Goloskokov D. P. *Prakticheskiy kurs matematicheskoy fiziki v sisteme Maple*. SPb.: Izd-vo ParkKom, 2010. 644 p.
27. Kirsanov M. N. *Maple i Maple. Resheniya zadach mekhaniki*. SPb.: Izd-vo Lan', 2012. 512 p.
28. Matrosov A. V. *Maple 6. Resheniya zadach vyshey matematiki i mekhaniki*. SPb: BKHV-Peterburg, 2001. 528 p.
29. Kirsanov M.N. Tochnyye formuly dlya rascheta progiba i usilij v sterzhnyakh tipovoy fermy "Molodechno" s proizvol'nym chislom paneley. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal*. 2016. No. 1 (61). Pp. 33-41.
30. Kirsanov M.N. A precise solution of the task of a bend in a lattice girder with a random number of panels. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. 2018. No. 1 (37). Pp. 92-99.
31. Kirsanov M.N. Formuly dlya rascheta progiba i usilij v reshetchatoy ferme. *Mekhanizatsiya stroitel'stva*. 2017. Vol. 78. No. 4. Pp. 20-23.
32. Kirsanov M.N. Vyvod formuly dlya progiba reshetchatoy fermy, imeyushchey sluchai kinematicheskoy izmenyayemosti. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2017. Vol. 1. No. 14. Pp. 27-30.
33. Kirsanov M.N. K vyboru reshetki balochnoy fermy. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy*. 2017. No. 3. Pp. 23-27.
34. Kirsanov M.N. Induktivnyy analiz vliyaniya pogreshnosti montazha na zhestkost' i prochnost' ploskoy fermy. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal*. 2012. No. 5 (31). Pp. 38-42.
35. Kirsanov M.N. Staticheskoye analiz i montazhnaya skhema ploskoy fermy. *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O. Makarova*. 2016. No. 5 (39). Pp. 61-68.
36. Kirsanov M.N. Sravnitel'nyy analiz zhestkosti dvukh skhem arochnoy fermy. *Stroitel'stvo unikal'nykh zdaniy i sooruzheniy*. 2015. No. 9 (36). Pp. 44-55.